го решения задачи на ЭВМ (из решения схемы Гаусса) и по формулам (15). При решении примеров мы принимали, что число центральных систем в ряде $N=4$, 5, 6.

Для сравнения в таблице помещены значения обратных весов функций дирекционных углов связующих сторон ряда аналогичного построения, только расположенного между исходными дирекционными углами. Значения обратных весов также получены из решения схемы Гаусса и вычислены по формулам, предложенным ранее автором (см. сноску в данной статье).

На основании данных таблицы можно сделать следующие выводы:

Обратный вес дирекционного угла связующих сторон в ряде, построенном между исходными пунктами, примерно в два раза меньше, чем в аналогичном ряде, проложенном между исходными дирекционными углами.

Связующие стороны с наибольшим обратным весом находятся между серединой ряда и жесткими пунктами.

Изменение значений обратного веса дирекционного угла связующей стороны в рассматриваемом ряде между начальной и конечной сторонами находится в небольших пределах (порядка 8%). В ряде между дирекционными углами эти значения изменяются в пределах порядка 45%.

Как видно из таблицы, погрешности в определении весов по формулам (15) невелики и этими формулами вполне можно пользоваться при оценке точности проектируемых сетей указанного вида.

Список литературы: 1. *Лозинский В. В.* Ошибка дирекционного угла связующих сторон рядов из центральных систем линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 2. *Лозинский В. В.* Продольный сдвиг линейно-углового ряда из центральных систем. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 3. *Лозинский В. В.* Поперечный сдвиг линейно-углового ряда из центральных систем. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 30. 4. *Монин И. Ф.* Предвычисление точности рядов из центральных систем линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 24.

Работа поступила в редколлегию 15 октября 1979 года.

УДК 528.28

Д. И. МАСЛИЧ, Л. С. ХИЖАК

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ ПО ИЗМЕРЕННЫМ МЕТЕОЭЛЕМЕНТАМ И ЗЕНИТНЫМ РАССТОЯНИЯМ

Существует много классических методов, позволяющих найти астрономическую рефракцию по измеренным метеоэлементам с определенной точностью [2]. Однако все эти методы довольно приближенные. Это видно хотя бы из того, что при $z \approx 90^\circ$ рефракция строго не определяется и при выводе формул поправок за рефракцию не учтены все необходимые параметры.

Предлагается новый подход к определению астрономической рефракции по измеренным значениям метеоэлементов и зенитным расстояниям.

Пусть состояние атмосферы описывается следующей системой уравнений [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - 2w_z v = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + N_x;$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial y} + 2w_z u = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + N_y;$$

$$g = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z};\ \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial (pw)}{\partial z} = 0; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\,\frac{T}{p}\,\frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \gamma_a\right)w = \frac{\varepsilon}{c_p\,\rho},$$

где $u,\ v,\ w$ — составляющие вектора скорости движения воздуха; w — составляющая угловой скорости вращения Земли; g — ускорение свободного падения; ε — приток тепла к единичному объему за единицу времени; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; $\chi = \frac{c_p}{c_v}$ — коэффициент адиабаты; γ_a — адиабатический градиент температуры; $N_x,\ N_y$ — составляющие вектора силы турбулентной вязкости; ρ — плотность воздуха.

Решая эту систему для атмосферы Земли при начальных (2) и граничных условиях (3),

$$\left.\begin{aligned} &T/_{t=0} = T(x, y, z); && v/_{t=0} = v(x, y, z), \\ &v/_{t=0} = u(x, y, z), && p/_{t=0} = p(x, y, z); \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} &T/_{M(0,0,0)} = T(t), && T/_{M(x_1, y_1, z_1)} = T_1(t), \\ &p/_{M(0,0,0)} = p(t), && p/_{M(x_1, y_1, z_1)} = p_1(t), \\ &u/_{M(0,0,0)} = u(t), && u/_{M(x_1, y_1, z_1)} = u_1(t), \\ &v/_{M(0,0,0)} = v(t), && v/_{M(x_1, y_1, z_1)} = v_1(t), \\ &w/_{M(0,0,0)} = w(t), && w/_{M(x_1, y_1, z_1)} = w_1(t), \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

получаем значения метеоэлементов, характеризующих состояние атмосферы. Следует отметить, что действительное состояние атмосферы может описываться и другими, более сложными системами уравнений, которые учитывают влияние целого ряда параметров и поэтому точнее описывают реальное состояние атмосферы.

Кроме того, частное решение задачи обусловлено начальными и граничными условиями, а следовательно, правильность ее решения будет зависеть от того, насколько эти условия соответствуют реальности. При необходимости, задаваясь соответствующим образом начальными и граничными условиями и учитывая физические свойства коэффициентов, входящих в систему (1) и ей подобных, учитываем слоистость и другие особенности земной атмосферы.

Из решения системы (1) в числе других параметров мы получим значение p и T. Тогда, используя уравнение Менделеева—Клапейрона, плотность воздуха найдем по формуле

$$\rho = p\mu/RT, \tag{4}$$

где μ — масса моля; R — газовая постоянная.

Значение показателя преломления определим по формуле Даля-Гладстона

$$n = 1 + c\rho. \tag{5}$$

Здесь c — постоянная, зависящая от длины волны распространяющегося излучения.

Чтобы определить астрономическую рефракцию, используем вариационный принцип Ферма [3]

$$\delta \int_0^S n dS = 0, \tag{6}$$

из которого следует система уравнений Эйлера:

$$\left.\begin{aligned} F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0; \\ F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} = 0; \end{aligned}\right\} \quad (7) \qquad\qquad F = n(x, y, z)\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}. \quad (8)$$

Решая систему (7) при граничных условиях

$$\begin{aligned} y/_{x=0} &= y_0, \qquad & y'/_{x=0} &= y_0', \\ z/_{x=0} &= z_0, \qquad & z'/_{x=0} &= z_0', \end{aligned} \tag{9}$$

получаем уравнение световой кривой, которое в общем виде запишется в форме:

$$y(x) = \varphi_1(x, y_0, y_0', z_0, z_0'); \quad z(x) = \varphi_2(x, y_0, y_0', z_0, z_0'). \tag{10}$$

Перейдем теперь к определению угла астрономической рефракции. Для этого рассмотрим рисунок.

На рисунке пунктирной линией обозначена граница земной атмосферы; ось z в прямоугольной системе координат zox направлена по отвесной линии; ξ и ξ' — соответственно теоретическое и измеренное зенитные расстояния; S — длина хорды; $\Delta\xi$ — астрономическая рефракция.

Отсюда

$$\Delta\xi=\xi-\xi'. \tag{11}$$

Таким образом, для определения $\Delta\xi$ необходимо знать измеренное и теоретическое зенитные расстояния.

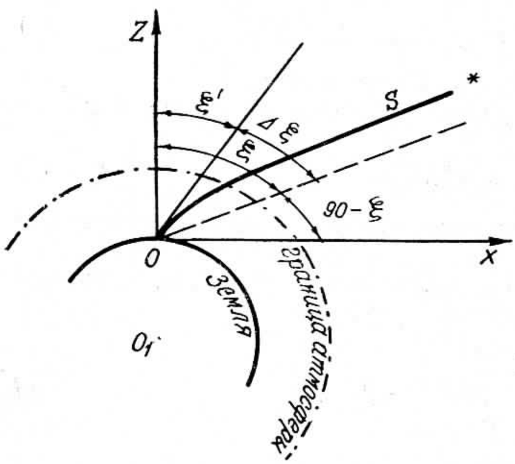
Для получения теоретического зенитного расстояния используем второе уравнение системы (10), которое для нашего случая может быть переписано в следующем виде:

$$z(x)=\varphi_2(x, z_0, z_0'). \tag{12}$$

Очевидно, теоретическое зенитное расстояние получим из соотношения

$$\operatorname{ctg}\xi=\left.\frac{dz(x)}{dx}\right|_{s_1\to\infty}=\left.\frac{d\varphi_2(x, z_0, z_0')}{dx}\right|_{s_1\to\infty}, \tag{13}$$

где $S=\dfrac{x}{\sin\xi}$ и $z_0'=\operatorname{ctg}\xi'$.



К определению угла астрономической рефракции.

Таким образом, из соотношения (13), являющегося тригонометрическим уравнением, можно определить теоретическое зенитное расстояние ξ и, следовательно, значение астрономической рефракции $\Delta\xi$. Все это свидетельствует, что для нахождения теоретического зенитного расстояния, кроме измеренных значений метеоэлементов в двух точках атмосферы, необходимо иметь значение измеренного зенитного расстояния, которое определяет уравнение световой кривой. Решение конкретной задачи по установлению астрономической рефракции — предмет дальнейших исследований.

Задачу определения рефракции также можно решать в такой постановке.

Если известно теоретическое зенитное расстояние, определяемое по формуле

$$\cos\xi=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t, \tag{14}$$

где φ — широта точки наблюдения; δ и t — соответственно склонение и часовой угол звезды, то из соотношения (13) можно получить измеренное зенитное расстояние ξ'. В такой постановке задачи результаты решения могут быть использованы при исследовании физических свойств атмосферы.

Решение системы (1) при условиях (2) и (3), а также системы (7) при условиях (9) — сложная задача. Однако, учитывая возможности ЭВМ, ее можно решить с необходимой степенью точности. Детальные описания атмосферы системой уравнений типа (1), а также разработка методики решения этой задачи является предметом дальнейших исследований.

Список литературы: 1. *Гандин А. С. и др.* Основы динамической метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1955. 2. *Колчинский И. Г.* Рефракция света в земной атмосфере. — Киев: Наукова думка, 1967. 3. *Смирнов В. М.* Курс высшей математики, т. 4. 3-е изд. — М.: Госэнергоиздат, 1957.

Работа поступила в редколлегию 18 декабря 1979 года.

УДК 523.3/4

Г. А. МЕЩЕРЯКОВ, В. Е. ЗИНГЕР, П. М. ЗАЗУЛЯК, В. В. КИРИЧУК

ОПЫТ ПРОГНОЗА АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЛУНЫ

Прогноз (предсказание) характеристик гравитационного поля планеты (например, аномалий силы тяжести) в регионах, где отсутствуют прямые измерения этих характеристик, осуществляется с помощью метода множественной линейной регрессии (коллокации) [3, 8]. В этом методе большое значение принадлежит ковариационным функциям, получаемым по эмпирическим данным и выражающим определенные статистические свойства гравитационного поля.

Методика прогноза аномалий силы тяжести для Земли в настоящее время разработана в достаточной степени, и получен ряд практических результатов [2, 6, 11, 12, 13]. Сравнительный анализ гравитационных полей Земли, Луны, Марса показал наличие существенных различий в их структуре. Следовательно, нужно ожидать различия и в статистических свойствах этих полей. Так как на данном этапе исследований тел Солнечной системы прямые измерения аномалий силы тяжести на поверхности Луны и Марса практически отсутствуют, то представляется целесообразным исследовать метод прогноза аномалий силы тяжести этих планет хотя бы по их модельным значениям.

Цель предлагаемых исследований — апробация методики прогноза силы тяжести в условиях лунного гравитационного поля, которая включает в себя:

1) районирование поля аномалий силы тяжести Луны * на регионы, стационарные по дисперсии, и принудительная стационаризация глобального поля;

---

* Здесь и в дальнейшем под аномалиями силы тяжести Луны понимаются аномалии радиальных ускорений.