

## ОПЫТ ПРОГНОЗА АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЛУНЫ

Прогноз (предсказание) характеристик гравитационного поля планеты (например, аномалий силы тяжести) в регионах, где отсутствуют прямые измерения этих характеристик, осуществляется с помощью метода множественной линейной регрессии (коллокации) [3, 8]. В этом методе большое значение принадлежит ковариационным функциям, получаемым по эмпирическим данным и выражающим определенные статистические свойства гравитационного поля.

Методика прогноза аномалий силы тяжести для Земли в настоящее время разработана в достаточной степени, и получен ряд практических результатов [2, 6, 11, 12, 13]. Сравнительный анализ гравитационных полей Земли, Луны, Марса показал наличие существенных различий в их структуре. Следовательно, нужно ожидать различия и в статистических свойствах этих полей. Так как на данном этапе исследований тел Солнечной системы прямые измерения аномалий силы тяжести на поверхности Луны и Марса практически отсутствуют, то представляется целесообразным исследовать метод прогноза аномалий силы тяжести этих планет хотя бы по их модельным значениям.

Цель предлагаемых исследований — апробация методики прогноза силы тяжести в условиях лунного гравитационного поля, которая включает в себя:

1) районирование поля аномалий силы тяжести Луны\* на регионы, стационарные по дисперсии, и принудительная стационаризация глобального поля;

---

\* Здесь и в дальнейшем под аномалиями силы тяжести Луны понимаются аномалии радиальных ускорений.

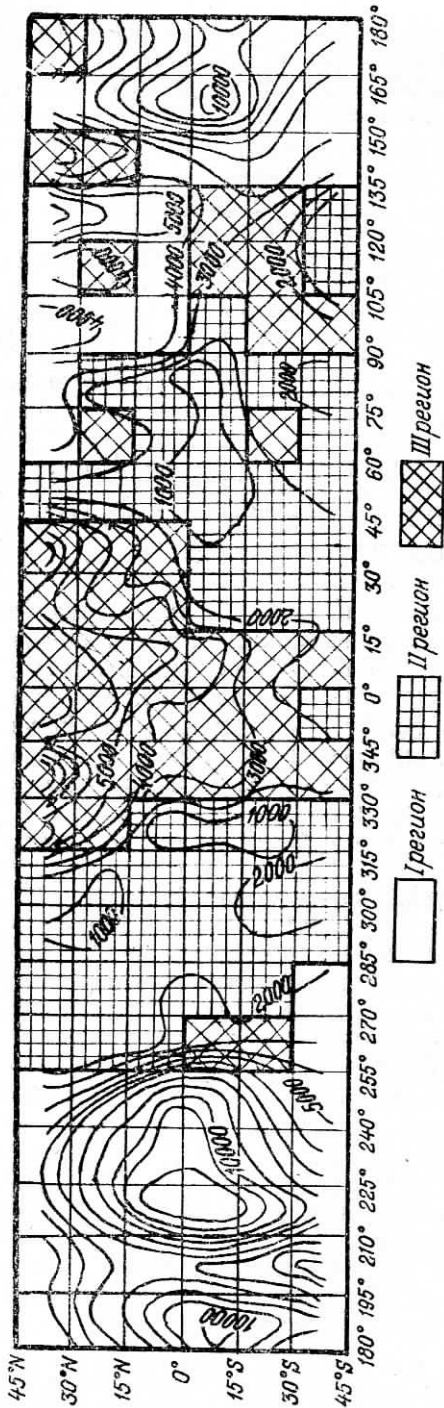


Рис. 1. Схема районирования поля аномалий силы тяжести Луны на регионы, стационарные по дисперсии. Сплошные изолинии проведены через 1000 мгл<sup>2</sup>.

2) выбор модельных ковариационных функций (МКФ) глобального поля и регионов, стационарных по дисперсии;

3) непосредственный прогноз аномалий силы тяжести с помощью метода коллокации на базе полученных МКФ.

В качестве исходной информации для численных расчетов использована карта аномалий радиальных ускорений силы тяжести Луны на высоте 100 км для экваториальной зоны Луны ( $45^{\circ}N - 45^{\circ}S$ ) [4]. Учитывая, что карта построена на основе модели гравитационного поля Луны до 16-го порядка и степени, что соответствует разрешающей способности примерно  $10^{\circ}$ , с карты сняты значения аномалий для трапеций  $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ . Такая информация, очевидно, соответствует целям предварительного ковариационного анализа гравитационного поля Луны.

Районирование поля аномалий силы тяжести Луны выполнено по методике, описанной в работе [2]; результаты представлены картой изодисперсий поля аномалий силы тяжести, на которой показаны границы регионов, стационарных по дисперсии (рис. 1), а главные статистические характеристики гравитационного поля Луны приведены в табл. 1.

Таблица 1

Основные статистики гравитационного поля Луны

Статистики	Номера регионов		
	I	II	III
$\Delta g_{cp}$	+ 31	- 8	+ 41
$\Delta g_{max}$	+183	+66	+163
$\Delta g_{min}$	-136	-86	- 90
$S^2 (P)$	7329	2624	5009

Из приведенных данных следует, что регион I, характеризующийся максимальными дисперсиями аномалий, полностью расположен на обратной стороне Луны. Два другие выделяемые региона соответствуют в основном видимой стороне Луны и лишь частично захватывают ее обратную сторону (регион II). При этом четко установлено однозначное соответствие региона с минимальными дисперсиями (регион II) горным районам видимой стороны Луны. Районы расположения наиболее крупных круговых морей, характеризующиеся наличием масконов, образуют отдельный регион (регион III). А некоторые более мелкие структуры, относящиеся к типу морских бассейнов, при районировании попали в регион II. Возможно, это объясняется тем, что либо исходная модель гравитационного поля Луны ( $16 \times 16$ ) не обладает достаточной разрешающей способностью для их опознания, либо усреднение аномалий силы тяжести в пределах трапеций приводит к чрезмерному сглаживанию исходного поля.

В отличие от видимой стороны Луны ее обратная сторона характеризуется как регион, однородный по дисперсии. Исключенные составляет регион от  $0$  до  $45^{\circ} S$  по широте и от  $90$  до  $135^{\circ}$  по долготе, который по значениям дисперсий близок к региону III и соответствует морским бассейнам видимой стороны Луны.

Принудительная стационаризация глобального поля по дисперсии выполнена с помощью процедуры, предложенной

Ю. М. Нейманом и другими [2]. Численные значения централизованного нормированного поля (ЦНП) аномалий силы тяжести, соответствующего исходному полю, определяли по формулам:

$$\Delta g_0(P) = D(P) \times \Delta g'(P); \quad (1) \quad D(P) = \sqrt{\frac{n-2}{n}} \times \frac{C}{S(P)}; \quad (2)$$

$$\Delta g'(P) = \Delta g(P) - \Delta \bar{g}, \quad (3)$$

где  $\Delta g(P)$  — аномалии исходного поля силы тяжести;  $\Delta \bar{g}$  — глобальный тренд\* поля;  $S(P)$  — оценка стандарта аномалий

Таблица 2

Региональные ковариационные функции

$\psi$	C ( $\psi$ ), мгл <sup>2</sup>		
	I регион	II регион	III регион
0°	6368	2549	3328
2,5	6384	2169	3047
6,25	5170	2151	2756
8,75	3867	1722	1766
11,25	4991	989	1588
13,75	2805	667	835
16,25	2545	297	— 22
18,75	1819	— 8	—244
21,25	1466	—163	—391
23,75	—426	—235	—426

Таблица 3

Глобальная ковариационная функция

$\psi$	C ( $\psi$ ), мгл <sup>2</sup>
0°	4713
2,5	3975
7,5	3039
12,5	1755
17,5	693
22,5	123
27,5	—175

силы тяжести для трапеции  $P$ ;  $n$  — число единичных трапеций,

участвовавших в выводе оценки  $S(P)$ ;  $C = \text{const}$  (принято  $C = 80$ ). В результате вычислений получено ЦНП аномалий силы тяжести Луны в виде значений его аномалий в 1296 трапециях размером  $5^\circ \times 5^\circ$ .

Как известно [9], прогноз аномалий силы тяжести по методу коллокации существенно зависит от вида используемой ковариационной функции. Особенно это влияет на точность результатов прогноза. Поэтому задача определения ковариационных функций глобального и региональных стационарных по дисперсии полей аномалий силы тяжести гравитационного поля Луны естественно распадается на три этапа: а) построение эмпирических ковариационных функций (ЭКФ); б) аппроксимация ЭКФ аналитическими выражениями; в) исследование параметров модельных ковариационных функций (МКФ).

Построение ЭКФ для глобального и региональных полей осуществлялось в соответствии с работой [5] по формуле

\* Так как выполняемый ковариационный анализ носит предварительный характер, очевидно, допустимо принять в качестве приближенной оценки глобального тренда среднее арифметическое значение аномалий силы тяжести.

$$C(\psi) = \frac{\Sigma \sin \Theta_j \sin \Theta_k \Delta g_i \Delta g_k}{\Sigma \sin \Theta_j \sin \Theta_k}, \quad (4)$$

причем  $\cos \psi = \cos \Theta_j \cos \Theta_k + \sin \Theta_j \sin \Theta_k \cos (\lambda_j - \lambda_k)$ .

Здесь  $\Delta g_j$  и  $\Delta g_k$  — значения аномалий силы тяжести в трапециях с индексами  $j$  и  $k$ , расстояние между центрами которых равно заданному сферическому расстоянию  $\psi$ ;  $\theta_j, \lambda_j$  и  $\theta_k, \lambda_k$  — координаты центров трапеций (полярные расстояния и долготы).

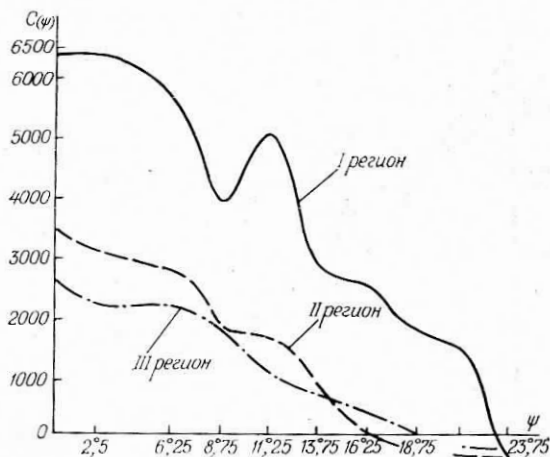


Рис. 2. Региональные ковариационные функции.

Численные значения ЭКФ и их графики приведены в табл. 2 и 3 и на рис. 2 и 3.

Для аппроксимации ЭКФ поля аномалий силы тяжести Луны (глобальной и региональной) нами использованы наиболее часто применяющиеся при исследованиях гравитационного поля Земли модельные функции [7, 9]. В результате исследований семи модельных функций в качестве оптимальных были выбраны две функции вида

$$C(\psi) = C_0 e^{-a\psi^2}; \quad (5)$$

$$C(\psi) = \frac{C_0}{1 + \left(\frac{\psi}{d}\right)^2}. \quad (6)$$

В качестве критериев оптимальности модельных функций принимали: а) минимум средних квадратических отклонений значений модельных функций от эмпирических; б) согласованность их параметров [9] (дисперсии, длины корреляции и параметра кривизны). Значения констант модельных функций (5) и (6) приведены в табл. 4. Вид МКФ для глобального поля показан на рис. 3.

Для прогноза аномалий силы тяжести использованы следующие соотношения [10]:

$$\Delta g_p' = C_{pi}^T (C_{ik} + D_{ik})^{-1} \Delta g_k; \quad (7)$$

$$m_{\Delta g_p}^2 = C_0 - C_{pi}^T (C_{ik} + D_{ik})^{-1} C_{pk}, \quad (8)$$

где  $C_{pi}$  — ковариационная матрица известных и искомых значений  $\Delta g$ ;  $C_{ik}$  и  $D_{ik}$  — ковариационная и дисперсионная матрицы известных  $\Delta g$ ;  $\Delta g_k$  — матрица известных  $\Delta g$ ;  $C_0$  — дисперсия поля  $\Delta g$ .

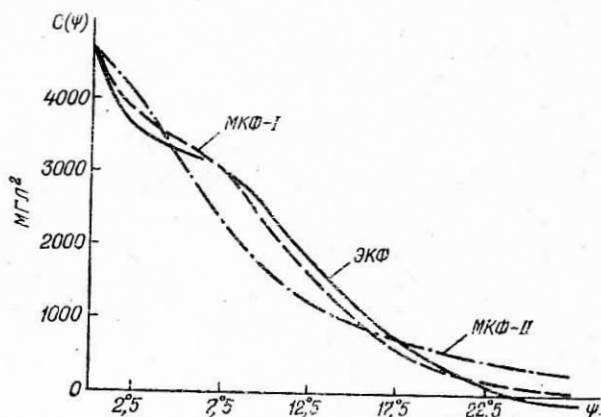


Рис. 3. Глобальная эмпирическая ковариационная функция (ЭКФ) и модельные ковариационные функции (МКФ-I, функция (5), МКФ-II — (6)).

В случае прогноза с помощью глобальной ковариационной функции ЦНП аномалий силы тяжести Луны в качестве  $\Delta g_k$  взяты центрированные нормированные значения аномалий силы

Таблица 4  
Параметры аналитических функций (5) и (6), аппроксимирующих эмпирические ковариационные функции

Ковариационная функция	Вид функции	Параметры функций		
		$C_0$	$a$	$d$
Глобальная	(5)	4713	0,00690	—
	(6)	4713	—	7,297
I регион	(5)	6368	0,00355	—
	(6)	6368	—	13,436
II регион	(5)	2549	0,00967	—
	(6)	2549	—	9,363
III регион	(5)	3328	0,00806	—
	(6)	3328	—	9,994

тяжести, а окончательные значения прогнозируемых аномалий определяли из соотношения

$$\Delta g_p = \frac{\Delta g_p'}{D(P)} + \Delta \bar{g}, \quad (9)$$

где  $D(P)$  и  $\Delta \bar{g}$  определяются в соответствии с (1) и (2). В случае прогноза по каждому из регионов

$$\Delta g_p = \Delta g'_p + \Delta \tilde{g}, \quad (10)$$

где  $\Delta \tilde{g}$  — тренд регионального поля. Вычисление элементов матриц  $C_{pi}$  и  $C_{ih}$  выполнено с использованием ковариационных

Таблица 5

Прогнозирование аномалий силы тяжести по глобальной ковариационной функции

Координаты точек		Функция (5)		Функция (6)		$\Delta g_{\text{ист.}}$
$\varphi$	$\lambda$	$\Delta g_p$	$m_{\Delta g_p}$	$\Delta g_p$	$m_{\Delta g_p}$	
37,5	217,5	110,4	12,4	106,1	30,3	95
-27,5	37,5	- 8,7	12,4	- 5,3	30,3	- 20
45,2	22,5	208,4	12,2	194,6	29,2	200

Таблица 6

Прогнозирование аномалий силы тяжести по региональным ковариационным функциям

Регион	Вид функции	$\Delta g_p$	$m_{\Delta g_p}$	$\Delta g_{\text{ист.}}$
I	(5)	164,6	9,9	170
	(6)	162,2	16,6	170
II	(5)	71,4	14,5	70
	(6)	70,4	19,6	70
III	(5)	72,3	13,5	85
	(6)	71,1	19,6	85

функций вида (5) и (6), значения констант которых приведены в табл. 4.

Пример результатов прогноза аномалий силы тяжести с оценкой точности приведены в табл. 5 и 6, в которых даны также значения  $\Delta g_{\text{ист.}}$ , вычисленные по модели гравитационного поля. Из таблиц видно, что точность прогноза аномалий силы тяжести с помощью выбранных функций является удовлетворительной. Отметим только, что при использовании этой методики для реального прогноза в конкретных условиях необходимо предварительно исследовать его точность в зависимости от числа и расположения исходных данных.

Таким образом, выполненные исследования позволяют сделать следующие выводы.

Методика прогноза аномалий силы тяжести, основанная на методе коллокации, вполне применима при изучении гравитационного поля Луны.

Предварительный корреляционный анализ поля аномалий силы тяжести Луны позволил выявить в районе, ограниченном  $\pm 45^\circ$  по широте, три региона, стационарных по дисперсии, и связать их с геоморфологическими особенностями Луны.

Наиболее оптимальным аналитическим выражением для аппроксимации эмпирической ковариационной функции является экспоненциальная функция вида (5).

Список литературы: 1. *Дженкинс Г., Ваттс Д.* Спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1971. 2. *Лебедев С. В.* и др. Корреляционный анализ силы тяжести / Отчет НИР МИИГАиК. Пер. № 75038768. — М.: МИИГАиК, 1975. 3. *Розанов Ю. А.* Случайные процессы. — М.: Наука, 1971. 4. *Ferrari A.* Lunar gravity: a harmonic analysis. — *J. Geophys. Res.* 1977, v. 82, N 20. 5. *Heiskanen W. A., Moritz H.* Physical Geodesy. Freeman. — San Francisco, 1967. 6. *Kaula W. H.* Theory of statistical analysis of data distributed over a sphere. — *Rev. Geophys.*, 1967, v. 5. 7. *Kryński J., Schwarz K.* Analysis of Satellite gradiometry data for local geoid determination. — *Mitt. geod. Inst. Techn. Univ. Craaz.*, 1977, N 26. 8. *Moritz H.* Least-squares collocation. — *Veröff. Dtsch. Geod. Kominis. Bayer. Akad. Wiss.*, 1973, N A75. 9. *Moritz H.* Covariance functions in least-square collocation. — *OSU. Report*, 1976, N 240. 10. *Noë H.* Program to estimate gravity anomalies from a given set of gravity values. — *Mitt. geod. Inst. Techn. Univer. Cranz.*, 1977, N 26. 11. *Rapp R. H.* Potential coefficient determinations from 5° terrestrial gravity data. — *OSU. Report*, 1977, N 251. 12. *Smithsonian Standart Earth (III)*, SAO, Cambridge, Massachusetts, 1973. 13. *Williamson M. R.* Revised estimation of 550×550 km. mean gravity anomalies. — *Special Report Smithsonian Astrophys. Observ.* 1977, N 377.

Работа поступила в редколлегию 25 сентября 1979 года.