

После небольших преобразований получим

$$T_0 = T_1 - \frac{\Delta x \cdot x_1 + \Delta y \cdot y_1}{\Delta x^2 + \Delta y^2} (T_2 - T_1).$$

Принимая обозначения А. Н. Дейча, имеем

$$T_0 = T_1 + a_1(T_2 - T_1). \quad (5)$$

Обратимся к уравнениям (4). Подставляя в них $\Delta y/\Delta x$ вместо k , находим

$$y_m = \frac{\Delta x y_1 - \Delta y \cdot x_1}{\Delta x^2 + \Delta y^2}; \quad x_m = \frac{\Delta x y_1 - \Delta y \cdot x_1}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \Delta y.$$

С обозначениями А. Н. Дейча $y_m = b_1 \Delta x$, $x_m = b_1 \Delta y$. Непосредственно из чертежа $Om = \delta + \varepsilon - \delta_0$, где

$$\varepsilon = \frac{3 \cdot 15^2}{32 \rho''} (T_2 - T_1)^2 \sin 2\delta - \text{стрелка прогиба суточной параллели. Если } \varphi - \text{угол, образованный следом звезды с осью абсцисс, то } (Om)'' = M \cdot x_m \sin \varphi = -M y_m \cos \varphi. \text{ Принимая во внимание, что}$$

$$\sin \varphi = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}; \quad \cos \varphi = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}};$$

масштаб $M = \frac{15(T_2 - T_1) \cos \delta}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$, находим $(Om)'' = b_1(T_2 - T_1) \cdot 15 \cos \delta$, а

$$\delta_0 = \delta + b_1(T_2 - T_1) \cdot 15 \cos \delta + 1,02 \cdot 10^{-4} (T_2 - T_1)^2 \sin 2\delta. \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) решают поставленную задачу. Они тождественные формулам (3), если не считать отсутствия в (6) члена

$\Delta \delta_3 = \frac{\Delta \delta_3^2}{\rho''} \operatorname{tg} \delta$. Этот член учитывает несовпадение по склонению

оптического центра со следом звезды. Обычно его значение не превосходит нескольких сотых долей секунды и может не приниматься во внимание.

Вычисления долготы по 18 звездам способом Цингера с применением формул (5) и (6) привели к результату, который отклонился от точного значения на 0,006 с.

Таким образом, полученные формулы могут найти применение для обработки фотографических наблюдений одной звезды. Они несложны и обеспечивают достаточную точность вычислений.

Список литературы: 1. Альбицкий В. А. и др. Курс астрофизики и звездной астрономии. — М.: Гостехиздат, 1951. 2. Кениг А. Фотографическая астрометрия. Методы астрономии / Пер. с англ. — М.: Мир, 1967. 3. Коваленко В. А., Колгунов В. М. Об опытных астрономических наблюдениях фотографическим способом. — Геодезия и картография, 1976, № 3.

Статья поступила 19 апреля 1980 г.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ СЕТЕЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Из теории имеющихся на производстве свето- и радиодальномеров известно, что погрешности измеренных ими линий делятся на две группы. Одна группа — погрешности, не зависящие от длины линии S , а другая — погрешности, пропорциональные ей. На основании этого квадрат средней квадратической погрешности измеренных линий принято представлять в виде [5]

$$m^2 = a^2 + (bS)^2, \quad (1)$$

где m — средняя квадратическая погрешность измеренной линии; a и bS — средние квадратические погрешности, отображающие суммарное действие погрешностей соответственно первой и второй групп.

Поэтому представляет интерес изучение влияния характера погрешностей, измеренных дальномерами сторон на точность сетей трилатерации. В настоящей статье приведены результаты исследований этого вопроса, выполненных методом имитационного моделирования на небольших макетах сетей трилатерации.

Процесс исследования заключался в моделировании погрешностей измеренных сторон, искажении ими сторон идеального макета, строгом уравнивании сети, определении истинных погрешностей уравненных сторон макета и их средних квадратических погрешностей, а также в вычислении истинных сдвигов пунктов макета, вызванных погрешностями уравненных сторон. При моделировании принимали, что суммы погрешностей первой и второй групп — независимые случайные величины, распределенные нормально. Каждую из суммарных погрешностей моделировали отдельно. При этом считали, что стандарт первой суммарной погрешности $a = 1$ см, а второй $bS = 1 \cdot 10^{-6} S$ см, т. е.

$$m^2 = [1^2 + (1 \cdot 10^{-6} S)^2] \text{ см.} \quad (2)$$

Такие значения стандартов приняты для упрощения вычислений. Отметим, что они не ограничивают интерпретационных возможностей полученных результатов, так как сумма двух случайных нормально распределенных величин является тоже случайной величиной с таким же распределением, а изменение стандарта погрешностей в N раз, вызовет изменение каждой погрешности при моделировании в N раз.

Уравнивание сетей выполняли на ЭВМ М-222 с учетом всех возникающих в сети условных ураниваний. Истинную погрешность Δ уравненной стороны определяли, суммируя введенную и нее погрешность и поправку, полученную из уравнивания. По

истинным погрешностям уравненных сторон вычисляли их среднюю квадратическую погрешность

$$m_y = \sqrt{\frac{p \Delta \Delta}{n}}, \quad (3)$$

где n — число сторон в макете; p — вес стороны, принимаемый обратно пропорциональным квадрату средней квадратической погрешности измеренной стороны.

Исследовано четыре макета сети, представляющей собой строенный ряд из 34 идеальных треугольников (рисунок):

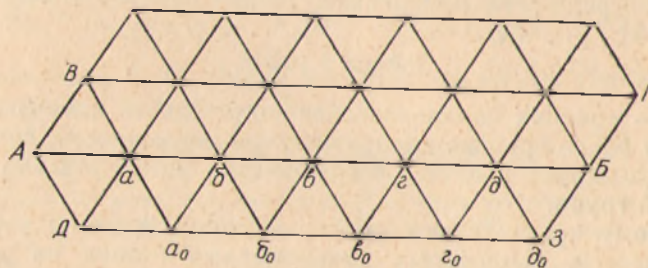


Схема макетов сети.

первый макет — свободная сеть из равносторонних треугольников со сторонами длиной 12 км;

второй макет — эта же сеть, но пункты A , B , C и D считали исходными;

третий макет — свободная сеть из равнобедренных треугольников со связующими углами, равными 80° , и длиной основания 12 км;

четвертый макет — сеть третьего макета, но пункты A , B , C и D считали исходными.

Все макеты построены из треугольников, форма которых близка к наивыгоднейшей [4, 7]. Макеты выбраны так, чтобы получить представление о распределении погрешностей положения пунктов в свободных и в жестких сетях трилатерации оптимального построения.

При исследованиях считали исходные пункты безошибочными. Вес стороны, равной 12 км, принимали равным единице. Подставляя это значение стороны S в формулу (2), получаем, что средняя квадратическая погрешность единицы веса $m = \sqrt{1^2 + 1,2^2} = 1,6$ см.

Уравнивание первого и третьего макетов выполняли за условия центральных систем, а второго и четвертого — за условия центральных систем, координат и дирекционных углов.

По истинным погрешностям уравненных сторон вычисляли продольные и поперечные сдвиги пунктов диагонали AB , расположенной в середине сети, и пунктов диагонали DZ , находящейся на краю сети. Значения сдвигов пунктов диагоналей AB

и DZ определяли относительно левого крайнего пункта диагонали, т. е. относительно пунктов A и D . Полученные таким образом сдвиги являются случайными величинами. Чтобы найти средние квадратические сдвиги, необходимо выполнить многократные опыты, т. е. по описанной выше методике k раз выполнить исследования каждого макета сети и по k реализаций сдвигов определить их средние квадратические значения, точность которых зависит от повторности опыта. Каждый макет сети исследован 20 раз. При этом, как показывают расчеты,

Таблица 1
Характеристика точности уравненных сторон, см

Погрешность	Макет сети			
	первый	второй	третий	четвертый
m_{\max}	1,65	1,69	1,59	1,57
m_{\min}	1,19	1,15	1,25	1,18
$m_{\text{ср}}$	1,40	1,39	1,42	1,37
m	0,88	0,87	0,89	0,86

выполненные в работе [6], средние квадратические сдвиги получаются с относительной погрешностью, не превышающей 30%.

Точность положения пунктов строенного ряда трилатерации из равносторонних треугольников изучена в работах [2, 3]. Для весов продольных и поперечных сдвигов выведены формулы. Поэтому на первом макете имелась возможность проверить правильность принятой методики исследований. Полученные результаты сведены в табл. 1 и 2.

В табл. 1 приведены для каждого макета максимальная и минимальная средние квадратические погрешности уравненных сторон, а также среднее значение из 20 средних квадратических погрешностей. Эти данные свидетельствуют, что точность уравненных сторон во всех макетах практически одинакова, т. е. не зависит от наличия жестких пунктов и в среднем ее можно характеризовать при принятой нами точности измерений средней квадратической погрешностью 1,4 см. Точность уравненных сторон только на 12,5% выше точности измеренных сторон. Этот результат хорошо согласуется со средней квадратической погрешностью уравненного элемента сети, определенного по формуле Ансермета [1]. Используя ее, получаем для свободных макетов $m_y = 1,45$ см и для жестких $m_y = 1,41$ см.

В табл. 2 приведены средние квадратические продольные и поперечные сдвиги оцениваемых пунктов. В числителях даны продольные сдвиги, а в знаменателях — поперечные. В колонке первого макета в скобках приведены сдвиги, рассчитанные по формулам из работ [2, 3]. Хорошая согласованность теоретических и эмпирических средних квадратических сдвигов говорит о правильности выполненных исследований. Кроме этих резуль-

тлон, в табл. 2 даны частные от деления значений сдвигов на среднюю квадратическую погрешность измеренной стороны, названные «нормированными сдвигами».

Анализируя данные табл. 2, видим, что, во-первых, изменение связующих углов $60 \dots 80^\circ$ не влияет практически на точность положения пунктов, а, во-вторых, наличие исходных пунктов вызывает существенные изменения в значениях сдвигов. Од-

Таблица 2
Средние квадратические продольные и поперечные сдвиги

Пункт	Макет							
	первый		второй		третий		четвертый	
	сдвиги, см	норм. сдвиги	сдвиги, см	норм. сдвиги	сдвиги, см	норм. сдвиги	сдвиги, см	норм. сдвиги
а	1,56 (1,78)	0,98	1,48	0,92	1,40	0,88	1,25	0,78
	2,09 (2,14)	1,31	1,87	1,17	1,87	1,17	1,89	1,18
б	1,91 (1,99)	1,19	1,89	1,18	1,85	1,16	1,80	1,12
	4,40 (4,11)	2,75	2,48	1,55	3,58	2,24	2,71	1,69
в	2,03 (2,17)	1,27	1,71	1,07	1,61	1,01	1,79	1,12
	6,61 (6,34)	4,13	2,36	1,48	7,00	4,38	2,11	1,32
г	2,25 (2,32)	1,41	1,82	1,14	1,83	1,14	1,63	1,02
	8,51 (8,70)	5,32	2,11	1,32	9,39	5,87	2,25	1,41
д	2,46 (2,50)	1,54	1,51	0,94	2,06	1,29	1,40	0,88
	10,42 (11,17)	6,51	2,27	1,42	11,80	7,38	2,91	1,82
Б	2,82 (2,79)	1,76	—	—	2,06	1,66	—	—
	13,44 (13,74)	8,40	—	—	15,13	9,45	—	—
а ₀	1,45 (1,60)	0,91	1,39	0,87	1,41	0,88	1,36	0,85
	2,73 (2,40)	1,71	2,73	1,71	3,13	1,96	2,55	1,59
б ₀	2,40 (2,09)	1,50	2,47	1,54	2,38	1,49	2,35	1,48
	5,51 (4,11)	3,44	6,27	3,92	6,58	4,11	5,31	3,32
в ₀	2,37 (2,48)	1,48	2,57	1,61	2,42	1,51	2,40	1,50
	7,41 (6,34)	4,63	8,98	5,61	8,96	5,60	6,63	4,14
г ₀	3,03 (2,82)	1,89	3,03	1,89	3,17	1,98	2,90	1,81
	10,39 (8,70)	6,49	12,84	8,02	13,66	8,54	8,24	5,15
з	3,58 (3,12)	2,24	3,44	2,15	3,64	2,28	3,23	2,02
	14,60 (11,17)	9,12	16,81	10,51	17,06	10,66	15,73	9,83

нако намного уменьшаются только сдвиги пунктов, расположенных в том же ряду треугольников, что и исходные пункты. Сдвиги пунктов, находящихся на краю сети, под действием жестких пунктов практически не меняются. При этом наблюдается даже тенденция к увеличению их сдвигов в жесткой сети по сравнению со свободной.

Результаты исследований, полученные на первом и втором макетах, применимы для анализа точности сетей трилатерации с любыми длинами сторон, измеренных любыми дальномерами. Для этого нужно «нормированные сдвиги» умножить на среднюю квадратическую погрешность измеренной стороны.

«Нормированные сдвиги» третьего и четвертого макетов, строго говоря, можно использовать только в тех случаях, когда $bS/a=1,2$. Например, для светодальномера «Кварц» эти результаты применимы в сети трилатерации, состоящей из равнобедренных треугольников с длиной основания 6 км, поскольку в этом случае $2 \cdot 10^{-6} \cdot 600\,000/1=1,2$. При $1 < bS/a < 1,5$ они дают возможность выполнить приближенный анализ сдвигов.

Список литературы: 1. Бурмистров Б. А. Основы способа наименьших квадратов. — М.: Госгеолтехиздат, 1963. 2. Костецкая Я. М. Исследование закономерностей накопления погрешностей положения пунктов в сплошных сетях трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1974, вып. 19. 3. Костецкая Я. М. Поперечный сдвиг пунктов в сетях трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 28. 4. Мошин И. Ф. О выгоднейшей форме треугольника в трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 5. Проворов К. Л., Носков Ф. П. Радиогодезия. — М.: Недра, 1973. 6. Телеганов Н. А. О статистическом исследовании влияния ошибок исходных данных на моделях триангуляционных сетей. — Тр. МИИГАиК, Геодезия, 1973, т. 30. 7. Фукс Ф. А. Влияние формы треугольника на точность сетей трилатерации. — Тр. МИИГАиК, 1971, вып. 58.

Статья поступила 17 марта 1980 г.

УДК 528.35

Я. М. КОСТЕЦКАЯ

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ СЕТЕЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Один из основных показателей, характеризующих качество плановой геодезической сети — точность положения ее пунктов, о которой дают хорошее представление средние квадратические продольные и поперечные сдвиги. В сетях трилатерации о точности положения пунктов можно судить на основании поперечных сдвигов, так как они всегда в несколько раз больше продольных.

Исследования [2, 3, 5] показали, что поперечные сдвиги пунктов сети трилатерации определяются в основном двумя факторами: точностью измерения сторон сети и количеством сторон, отделяющих оцениваемый пункт от исходного. В геодезическом производстве в настоящее время широко используют светодальномеры 2СМ-2, СМ-3, ЕОК-2000 и другие, в которых точность измерений практически не зависит от длины линии [4, 6]. Поэтому при создании этими дальномерами сети трилатерации более выгодно строить ее из длинных сторон,