

*А. Л. ОСТРОВСКИЙ, А. Д. ГНАТЕНКО*

## **СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ НИВЕЛИРОВАНИЯ I КЛАССА НА КРЫМСКОМ ГЕОДИНАМИЧЕСКОМ ПОЛИГОНЕ**

В настоящее время нивелирная сеть Крымского геодинамического полигона представляет собой замкнутый многоугольник с периметром около 220 км Симферополь—Алушта—Ялта—Аромат—Сирень—Симферополь и примыкающим к нему в районе ст. Сирень разомкнутым ходом длиной около 70 км Сирень—Севастополь—мыс Херсонес.

В 1974 г. нивелирование выполнялось по методике и допускам работы [2], а в 1977 г. дополнительно учитывались и рекомендации работы [8]. В табл. 1 приводится качественная характеристика нивелирования, вычисленная по формулам инструкции [3].

Таблица 1. Качественная характеристика нивелирования

Название участка	Год исполнения	К-во секций	Случайная погрешность, вычисленная по		Систематическая погрешность, вычисленная по	
			$d_{сл}$ , мм	$d_{сл}$ , мм	$d_{с}$ , мм	$d_{с}$ , мм
По замкнутому полигону (220 км)	1977	98	0,28	0,67	0,01	0,19
	1977	99	0,20	0,50	0,00	0,02
По линии Сирень—мыс Херсонес (70 км)	1974	25	0,20	0,60	0,03	0,06
	1977	27	0,18	0,48	0,00	0,18

Таблица 2. Качество нивелирования по разностям

Название участка	Год исполнения	Характеристика качества нивелирования по разностям $d$ , мм								
		$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$m_1$	$d_5$	$d_6$	$m_2$	$m_3$
По замкнутому полигону (220 км)	1974	-111	-124	-23	+211	18	+7	+94	12	45
	1977	+2	-1	+13	+12	18	+2	+12	12	30
По линии Сирень—мыс Херсонес (70 км)	1977	-21	-13	+22	+56	10	+5	+39	7	25
	1977	-2	+2	+28	+27	10	-1	+28	7	17

Характеристика качества нивелирования по разностям  $d$  помещена в табл. 2. Величины возможных накоплений в них случайных погрешностей определены согласно данным работы [3] по формулам:

$$m_1 = 1,2 \text{ мм } \sqrt{L}; \quad m_2 = 0,84 \text{ мм } \sqrt{L};$$

$$m_3 = 3,0 \text{ мм } \sqrt{L} \text{ — в 1974 г. и } m_3 = 2,0 \text{ мм } \sqrt{L} \text{ — в 1977 г.}$$

Из этих данных видно, что качественные характеристики нивелирования 1974 г. намного уступают нивелированию 1977 г. Величины  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_4$  нивелирования 1974 г. намного превысили  $3m_1$ , а величина  $d_6$  превысила  $2m_3$ .

Распределение разностей  $d_6$  по годам нивелирования приводится в табл. 3. Учитывая, что в большинстве секций число штативов на 1 км хода значительно превышает 15, полученное распределение можно считать удовлетворительным.

Таблица 3. Распределение разностей  $d_6$  по годам нивелирования

Название участка	Год исполнения	Величина разности, %		
		до $\pm 1$ мм	до $\pm 2$ мм	до $\pm 3$ мм
		$\sqrt{L}$	$\sqrt{L}$	$\sqrt{L}$
По замкнутому полигону (220 км)	1977	49	87	100
	1977	69	96	100
По линии Сирень—мыс Херсонес (70 км)	1974	40	96	100
	1977	74	100	—

Асимметричность исполнения нивелирования в 1974 г. составила 24, а в 1977 — 11%.

С целью статистических исследований погрешностей нивелирования I класса на полигоне использованы разности прямых и обратных превышений  $d_{bc}$ ,  $d'_b$  всех секций нивелирования 1974 и 1977 гг. Как известно, именно величины  $d_{bc}$  наиболее полно включают погрешности нивелирования.

Чтобы величины  $d_b$  по всей сети были сопоставимы, они были нормированы по следующим формулам, согласно работе [5].

$$x_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sqrt{R_{ij}}}; \quad (1) \quad x'_{ij} = \frac{d'_{ij}}{\sqrt{R_{ij}}}; \quad (2) \quad x''_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sqrt{0,1n_{ij}}}; \quad (3)$$

$$d_{ij} = |h_{\text{прямое}}| - |h_{\text{обратно}}|. \quad (4)$$

$R_{ij}$  — длина секции в км;  $n$  — количество штативов в секции. Из обработки исключены секция № 1 нивелирования 1974 г., в которой при  $R=0,1$  км,  $d_b=0,9$  мм ( $x=2,85$ ) и секция нивелирования II класса обоих циклов Ялта—Счастливое. Причина исключения понятна из приведенных характеристик этих секций.

Для выявления точностных характеристик результатов нивелирования статистические исследования велись по девяти различным аспектам:

1. С целью определения допустимости максимального члена в рядах  $x_{ij}$  был применен критерий Н. В. Смирнова

$$r = \frac{|x_n - \bar{x}|}{S}, \quad (5)$$

где  $r$  — максимальное по абсолютной величине нормированное отклонение резко выделяющейся разности  $x_{ij}$ ;  $x_n$  — экстремальное значение разности  $x_{ij}$ ;  $\bar{x}$  — среднее арифметическое ряда разностей  $x_{ij}$ ;  $S$  — эмпирическое среднее квадратическое отклонение, которое вычисляется по формуле

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_{ij} - \bar{x})^2}{n}}. \quad (6)$$

По результатам нивелирования в 1974 г. получено  $r=1,76$  при  $n=129$  и в 1977 г.  $r=2,50$  при  $n=135$ , где  $n$  — количество секций (число степеней свободы). Так как  $r_{\alpha 10\%} = 2,90$  при  $n=40$ , то можно сделать заключение, что максимальные члены выборок не превосходят допустимые значения и принадлежат одной генеральной совокупности.

2. Для проверки независимости погрешностей смежных секций был использован непараметрический критерий Аббе, имеющий вид

$$q = \frac{\sum (x_i + 1 - x_i)^2}{2\sum (x_i - \bar{x})^2}, \quad (7)$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

Согласно критерию Аббе, предложение об отсутствии переменных систематических погрешностей отвергается, если  $q < q_{n(p)}$ . Результаты вычисления помещены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты вычислений систематических погрешностей

Номер п/п	Номер линий	К-во секций	Год выполнения	Значения критерия Аббе, вычисленные по				Заключение: предложение об отсутствии переменных систематических погрешностей
				$x_{ij}$	$x'_{ij}$	$x''_{ij}$	$q_{5\%}$	
1	I+II	8	1974	0,67	1,24	0,71	0,49	Не отвергается
		9	1977	1,12	1,12	1,11	0,51	
2	III	10	1974	1,28	1,26	1,32	0,53	"
	III <sup>a</sup>	10	*	—	—	1,03	0,53	
	III	9	1977	0,91	0,80	1,07	0,51	
3	IV	7	1974	1,37	1,21	1,80	0,47	"
	IV <sup>a</sup>	*	*	—	—	1,48	0,47	
	IV	8	1977	1,01	1,08	0,98	0,49	
4	V+VI	6	1974	1,18	1,22	1,16	0,39	"
	*	6	1977	0,82	1,14	0,70	0,45	
5	VII	15	1974	1,08	0,61	1,35	0,60	"
	*	15	1977	0,56	0,64	0,76	0,60	
6	VIII	13	1974	0,24	0,29	0,30	0,58	Отвергается по дисп. $x_{ij}$
	VIII <sup>a</sup>	13	*	—	—	0,83	0,58	
	VIII	14	1977	1,03	1,20	0,79	0,59	
7	IX	10	1974	0,40	1,63	0,43	0,53	Отвергается по дисп. $x_{ij}$
	IX <sup>a</sup>	10	1974	—	1,24	1,24	0,53	
	IX	10	1977	1,24	1,24	1,22	0,53	
8	X	4	1974	0,63	1,34	1,28	0,39	"
	X <sup>a</sup>	6	1974	—	—	0,96	0,45	
9	XI	4	1977	1,84	1,19	1,21	0,39	"
		8	1974	1,27	1,01	1,33	0,49	
		*	1977	1,90	0,75	0,83	0,49	
		1974	0,77	0,72	0,75	0,61		
10	XII	16	1977	0,90	1,11	0,90	0,61	"
		7	1974	2,03	1,38	1,69	0,45	
11	XIII	8	1977	0,74	0,69	0,89	0,49	"
		1974	2,24	1,28	1,18	0,47		
12	XIV	7	1977	2,15	0,97	2,15	0,47	Не отвергается
		11	1974	0,95	0,84	2,33	0,47	
13	XV	9	1977	1,14	1,35	1,12	0,51	"
		7	1974	0,89	1,05	1,09	0,55	
14	XVI	11	1977	1,14	0,99	1,20	0,55	"
		129	1974	0,88	0,74	0,88	0,88	
По всему объему в целом		135	1977	0,79	0,92	0,83	0,86	Отвергается при дисп. $x'_{ij}$
				0,79	0,92	0,83	0,86	Отвергается по всем 3 дисп.

Анализируя данные таблицы, можно сделать заключение, что как внутри отдельных линий, так и между линиями нивелирования 1974 и 1977 гг. существуют (хотя и незначительные) переменные систематические погрешности.

3. Для определения вида и параметров распределения погрешностей нивелирования были вычислены асимметрия —  $S_k$  и эксцесс —  $E$ , значения которых помещены в табл. 5.

Таблица 5. Значения асимметрии  $S_k$  и эксцесса  $E$

Номер п/п	Название параметра	Год исполнения	Значение параметров, вычисленных по			Заключение
			$x_{ij}$	$x'_{ij}$	$x''_{ij}$	
1	Асимметрия ( $S_k$ )	1974	-0,86	+0,07	-1,02	$S_k$ по $X_{ij}$ и $X''_{ij} > 3m_s$
	Погрешность $m_s$		+0,22	+0,22	+0,22	
	Асимметрия ( $S_k$ )	1977	-0,30	+0,13	-0,27	
2	Погрешность $m_s$		+0,21	0,21	0,21	$S_k < 3m_s$
	Эксцесс ( $E$ )	1974	+0,70	-0,99	+1,84	
	Погрешность $m_E$		+0,42	0,42	0,42	$E < 3m_E$
	Эксцесс ( $E$ )	1977	+0,06	-0,33	+0,09	
	Погрешность $m_E$		+0,42	0,42	0,42	

Как видно из приведенных данных, значения асимметрии и эксцесса, вычисленные по  $x_{ij}$ ,  $x'_{ij}$  и  $x''_{ij}$ , различны по обоим циклам, но, в основном, превышают  $3m$ , т. е. изучаемые распределения близки к нормальному. Тем не менее значения асимметрии по результатам нивелирования 1974 г., вычисленные по двум выборкам ( $x_{ij}$  и  $x'_{ij}$ ), различны и превышают утроенное значение средней квадратической погрешности.

4. Для уточнения вида распределения был применен критерий Саркади, пригодный для малых выборок [4] по значениям  $x''_{ij}$ . Вычисленные значения критерия помещены в табл. 6. В обработку включены и секции, выполненные дважды в 1974 г. (через Ангарский и Ай-Петринский перевалы).

Если избрать уровень значимости  $q=0,05$ , то критическая область отклонения распределения от нормального выразится неравенством

$$(n-2)w_{n-2}^2 > 0,4614 \quad (8)$$

(при  $q=0,01$ ,  $(n-2)w_{n-2}^2 > 0,7108$ ).

Полученные значения критерия по всем линиям нивелирования 1974 и 1977 гг. не попали в критическую область, следовательно, распределение выборки  $x''_{ij}$  не противоречит гипотезе нормального распределения.

5. С целью проверки постоянства точности нивелирования по всей сети был выполнен однофакторный дисперсионный анализ нивелирования 1974 и 1977 гг. по всем выборкам. Вычисления выполнялись по (5), а его результаты помещены в табл. 7.

Таблица 6. Вычисленные значения критерия Саркади

Номер п/п	Номер линий	Значения критерия Саркади по годам		Примечание
		1974	1977	
1	I+II	0,089	0,088	Гипотеза отвергается если $(n-2)\omega_{n-2}^2 > 0,4614$
	III	0,164		
2	III <sup>a</sup>	0,048	0,045	
	IV	0,037	0,073	
3	IV <sup>a</sup>	0,106		
4	V+VI	0,248	0,129	
5	VII	0,127	0,126	
	VIII	0,069		
6	VIII <sup>a</sup>	0,097	0,080	
	IX	0,088		
7	IX <sup>a</sup>	0,178	0,107	
8	X	0,062	0,160	
			(X+XI)	
9	XI	0,132	—	
10	XII	0,068	0,117	
11	XIII	0,106	0,066	
12	XIV	0,088	0,057	
13	XV	0,278	0,192	
14	XVI	0,234	0,072	

Таблица 7. Результаты однофакторного дисперсионного анализа нивелирования 1974 и 1977 гг.

№ п/п	Год выполнения	Название статистики	Значения			Заключение
1	1977	По $x_{ij}$	1,34	1,75	2,12	$F < F_{q5} - 1\%$
	1977	"	1,47	1,77	2,06	"
	1974	По $x'_{ij}$	2,64	1,80	2,28	$F > F_{q5} - 1\%$
	1977	"	1,81	1,82	2,28	$F < F_{q5} - 1\%$
2	1974	По $x''_{ij}$	1,30	1,64	2,08	$F < F_{q5} - 1\%$
3	1977	"	1,95	1,82	2,28	$F_{5\%} < F < F_{1\%}$

Если вычисленная величина  $F$  превышает критическое значение  $F_q$  при выбранном доверительном уровне, то это значит, что, по крайней мере, по отдельным линиям заметно влияние систематических погрешностей. Результаты вычисления однофакторного дисперсионного анализа помещены в табл. 7. Анализируя ее, мы видим, что методом однофакторного дисперсионного анализа по большинству выборок не выявлены переменные систематические погрешности, меняющиеся от линии к линии. Только данные, полученные по выборке  $x'_{ij}$  нивелирования 1974 г., не подтверждают эти выводы ( $F = 2,64$  при  $F_{5\%} = 1,80$  и  $F_{1\%} = 2,28$ ).

6. Для уточнения проверки нулевой гипотезы тождественности дисперсий по отдельным линиям был использован критерий Бартлетта [4], учитывая, что ряды  $d_{ij}$  распределены по нормальному закону. По результатам нивелирования 1974 г. получено значение  $B=42,66$ . При  $q=0,05$  и  $k=18$  значение  $\chi^2_{q,0.05}=28,9$ , т. е.  $B > \chi^2_q$ . По результатам нивелирования 1977 г.  $B=17,19$ . При  $q=0,05$  и  $K=13$  значение  $\chi^2_q=22,4$ , т. е.  $B < \chi^2_q$ . Так как критическая область непринятия гипотезы равноточности определяется неравенством  $B > \chi^2_q$ , то критерий Бартлетта отклоняет гипотезу равноточности по линиям нивелирования 1974 г.

7. Для выяснения вопроса, по каким конкретно линиям нарушена равноточность измерений, был применен  $\chi^2$ -критерий. При условии справедливости гипотезы равноточности величина квадрата общей средней квадратической погрешности ( $M^2$ ) будет близка в силу закона больших чисел к дисперсии  $m_i^2$ , и все

величины  $\chi^2_i = \frac{(n_i - 1) \cdot m_i^2}{M^2}$ , ( $i = 1, 2 \dots N$ ) будут обладать распределением, близким к  $\chi^2$ -распределению, с числом степеней свободы  $k = n_i - 1$ . Поэтому если для всех линий значения  $\chi^2$  попадут в область, определяемую неравенством  $\chi^2_{1-q/2} < \chi^2_i < \chi^2_{q/2}$ , где  $\chi^2_{1-q/2}$ ,  $\chi^2_{q/2}$  — критические точки  $\chi^2$ -распределения, установленные в соответствии с уровнем значимости  $q$ , то гипотеза равноточности может быть принята. Вычисленные значения  $\chi^2_i$  с их критическими точками при уровне значимости  $q = 0,05$  помещены в табл. 8. Как видно из таблицы, точность нивелирования в 1974 г. по линии XII намного грубее, а точность VIII несколько завышена по сравнению с остальными линиями. Действительно, линия 12 (Сирень—Симферополь) выполнялась по железнодорожному полотну в жаркое время года. Поэтому вполне возможно, что здесь имели место погрешности, обусловленные вертикальной рефракцией, тепловоздействием на нивелир и рейки.

8. Для определения степени систематического влияния в погрешностях нивелирования на полигоне был выполнен корреляционный анализ по всем линиям. В обработку были взяты равенности  $d_6$ , а за их вес — количество десятков штативов ( $n$ ) в каждой линии. Вычисления выполнены по формулам (6) и (7), а именно:

$$R = \frac{[p_{ij}(d_{ij} - \bar{d}_i)(n_{ij} - n_i)]}{\sum p_i \sigma_d \sigma_n}; \quad (9)$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_1^k (d_{ij} - \bar{d}_i)^2 p_{ij}}{\sum p_i}}; \quad (10)$$

Таблица 8. Значения  $\chi^2$ , с их критическими точками при уровне значимости  $q=0,05$

Номер п/п	Номер линии	1974 г.					1977 г.				
		$n_i$	$m_i$	$\chi^2_{0,975}$	$\chi^2_i$	$\chi^2_{0,025}$	$n_i$	$m_i$	$\chi^2_{0,975}$	$\chi^2_i$	$\chi^2_{0,025}$
1	I+II	8	0,89	1,59	< 10,18	< 16,00	9	0,58	6,12	< 9,25	< 17,50
2	III	10	0,81	2,55	< 11,81	< 19,00	9	0,74	6,95	< 13,20	< 17,50
3	IV	7	0,23	1,16	< 2,28	< 14,40	8	0,21	2,23	< 2,90	< 16,00
4	V+VI	6	0,78	0,77	< 6,36	< 12,80	6	0,33	2,60	< 3,29	< 12,80
5	VII	15	0,27	5,39	< 6,24	< 12,10	15	0,85	13,00	< 23,57	< 26,10
6	VIII	13	0,31	4,18	< 6,02	< 23,30	14	0,26	5,48	< 6,81	< 24,70
7	IX	10	0,29	2,55	< 4,24	< 19,00	10	0,23	3,23	< 4,08	< 19,00
8	X	4	0,18	0,20	< 0,88	< 9,35	4	0,45	1,95	< 2,66	< 9,35
9	XI	8	0,97	1,59	< 11,02	< 16,00	8	0,21	2,19	< 2,86	< 16,00
10	XII	16	2,03	6,01	< 49,69	> 27,50	16	0,91	14,36	< 26,98	< 27,50
11	XIII	6	0,36	0,77	< 2,95	< 12,80	8	0,47	4,74	< 6,60	< 16,00
12	XIV	7	1,20	1,18	< 11,68	< 14,40	7	0,49	4,14	< 5,86	< 14,40
13	XV	7	0,26	1,16	< 2,55	< 14,40	9	0,33	4,15	< 5,24	< 17,50
14	XVI	11	0,35	3,09	< 5,72	< 20,50	11	0,34	5,29	< 6,72	< 20,50
15	III <sup>a</sup>	10	0,50	2,55	< 7,28	< 19,00	—	—	—	—	—
16	IV <sup>a</sup>	7	0,43	1,16	< 4,21	< 14,40	—	—	—	—	—
17	VIII <sup>a</sup>	13	0,17	4,18	> 3,14	< 23,30	—	—	—	—	—
18	IX <sup>a</sup>	10	0,46	2,55	< 6,78	< 19,00	—	—	—	—	—
19	X <sup>a</sup>	6	0,21	0,77	< 1,70	< 12,80	—	—	—	—	—

$m^2 1974=0,61$

$m^2 1977=0,50$

$$\sigma_n = \frac{\sum_{i=1}^k (n_{ij} - \bar{n}_i)^2 d_{ij}}{\sum p_i} \quad (11)$$

$$k = \frac{\sigma d}{\sigma n} \cdot R; \quad (12) \quad m_R = \sqrt{\frac{1 - R^2}{\sum p_i - 2}}; \quad (13)$$

$$m_k = \frac{\sigma d}{\sigma_n} \cdot m_R, \quad (14)$$

где  $R$  — коэффициент корреляции;  $p_{ij}$  — масса, т. е. количество десятков штативов в секции;  $\sum p_i$  — сумма масс, количество десятков штативов  $i$ -й линии;  $\sigma d$  и  $\sigma$  — средние квадратические отклонения соответственно для  $d$  и  $n$ ;  $k$  — коэффициент регрессии;  $m_R$  и  $m_k$  — средние квадратические погрешности определения коэффициентов  $R$  и  $k$ , соответственно. Результаты вычисления коэффициентов  $R$  и  $k$  помещены в табл. 9. Как видно из таблицы, в нивелировании 1974 г. по линиям 4, 7, 9, 4<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup> и 9<sup>a</sup> и в нивелировании 1977 г. по линиям 7 и 9 имеется корреляционная зависимость между разностями  $d_6$  и количеством десятков штативов. Она приурочена к перевалам и Южному берегу Крыма (р-н Алушта—Ялта). Эти исследования подтверждают действие систематических погрешностей на участках с затяжными и к тому же большими уклонами. Наиболее



вероятными причинами таких погрешностей является вертикальная рефракция. Таким образом, есть все основания осуществить дальнейшее исследование погрешностей нивелирования на затяжных склонах. На равнинных участках средние квадратические отклонения для  $d_6$  на 10 штативов, т. е. на один километр хода, в интервале 0,60—2,67 мм и 0,63—1,77 мм соответственно для нивелировок 1974 и 1977 гг.

Таблица 9. Результаты вычисления коэффициентов  $R$  и  $k$ .

Год выполнения	Номер линии	Кол-во секций	Значения вычисленных						Заключение
			$\sigma_d$	$\sigma_n$	$R$	$m_R$	$k$	$m_k$	
1974	1—2	8	1,94	0,91	0,43	0,16	0,92	0,34	$R < 3m_R$ и $k < 3m_k$
1977		9	1,49	1,13	0,38	0,17	0,50	0,22	
1974	3	10	1,82	2,22	0,25	0,15	0,20	0,13	"
1977		9	1,67	1,89	0,09	0,16	0,08	0,14	
1974	4	7	1,43	1,92	<b>0,63</b>	<b>0,15</b>	<b>0,47</b>	<b>0,11</b>	$R > 3m_R$ и $k > 3m_k$
1977		8	0,79	0,70	0,15	0,20	0,17	0,23	
1974	5—6	6	0,60	1,24	0,39	0,19	0,19	0,09	$R < 3m_R$ и $k < 3m_k$
1977		6	1,18	1,27	0,05	0,21	0,05	0,20	
1974	7	15	1,58	2,14	<b>0,67</b>	<b>0,10</b>	<b>0,49</b>	<b>0,07</b>	$R > 3m_R$ и $k > 3m_k$
1977		15	1,77	2,26	<b>0,41</b>	<b>0,12</b>	<b>0,32</b>	<b>0,09</b>	
1974	8	13	1,15	2,50	0,11	0,11	0,05	0,05	$R < 3m_R$ и $k < 3m_k$
1977		14	0,90	2,62	0,11	0,11	0,04	0,04	
1974	9	10	1,36	2,20	<b>0,48</b>	<b>0,12</b>	<b>0,30</b>	<b>0,07</b>	$R > 3m_R$ и $k > 3m_k$
1977		10	1,18	2,17	<b>0,42</b>	<b>0,12</b>	<b>0,23</b>	<b>0,07</b>	
1974	10	4	0,66	0,82	0,66	0,24	0,53	0,19	$R < 3m_R$ и $k < 3m_k$
1977		4	0,63	0,81	0,18	0,32	0,14	0,24	
1974	11	8	1,89	2,29	0,05	0,18	0,04	0,15	$R < 3m_k$ и $k < 3m_k$
1977		8	0,99	2,20	0,24	0,18	0,11	0,08	
1974	12	16	2,97	1,38	0,04	0,15	0,09	0,32	"
1977		16	1,53	1,37	0,17	0,15	0,19	0,17	
1974	13	6	1,73	5,84	<b>0,76</b>	<b>0,11</b>	<b>0,23</b>	<b>0,03</b>	$R > 3m_k$ и $k > 3m_k$
1977		8	0,98	5,25	0,36	0,17	0,07	0,03	
1974	14	7	1,69	1,84	0,54	0,19	0,50	0,17	"
1977		7	1,42	1,81	<b>0,48</b>	0,20	0,38	0,16	
1974	15	7	0,80	3,13	0,28	0,21	0,07	0,05	"
1977		9	1,39	2,62	0,16	0,21	0,08	0,11	
1974	16	11	1,07	2,65	0,05	0,15	2,02	0,06	"
1977		11	1,44	2,60	0,29	0,15	0,16	0,08	
1974	3 <sup>a</sup>	10	1,54	2,05	0,01	0,16	0,01	0,12	$R < 3m_k$ и $k < m_k$
1974	4 <sup>a</sup>	7	2,31	2,00	<b>0,83</b>	<b>0,11</b>	<b>0,96</b>	<b>0,13</b>	$R > 3m_R$ и $k > 3m_k$
1974	8 <sup>a</sup>	13	1,02	2,46	0,35	0,11	0,15	0,05	$R > 3m_R$ и $k = 3m_k$
1974	9 <sup>a</sup>	10	1,86	2,20	<b>0,77</b>	<b>0,08</b>	<b>0,65</b>	<b>0,07</b>	$R > 3m_R$ и $k > 3m_k$

9. Для исследования накопления разностей  $d_6$  полигон был разделен на 3 линии: а) Симферополь—Алушта—Ялта; б) Ялта—Сирень—Симферополь; в) Сирень—Севастополь—мыс Херсонес. Предметом исследования были величины  $D_{ir} = \sum d_{ir}$ , где  $r$  — текущий номер секции  $i$ -й линии. Доверительные границы для  $D_{ir}$  вычислены по формуле (5)

$$M_{ir} = M_{ir} \pm t\sigma_{ir}, \quad (15)$$

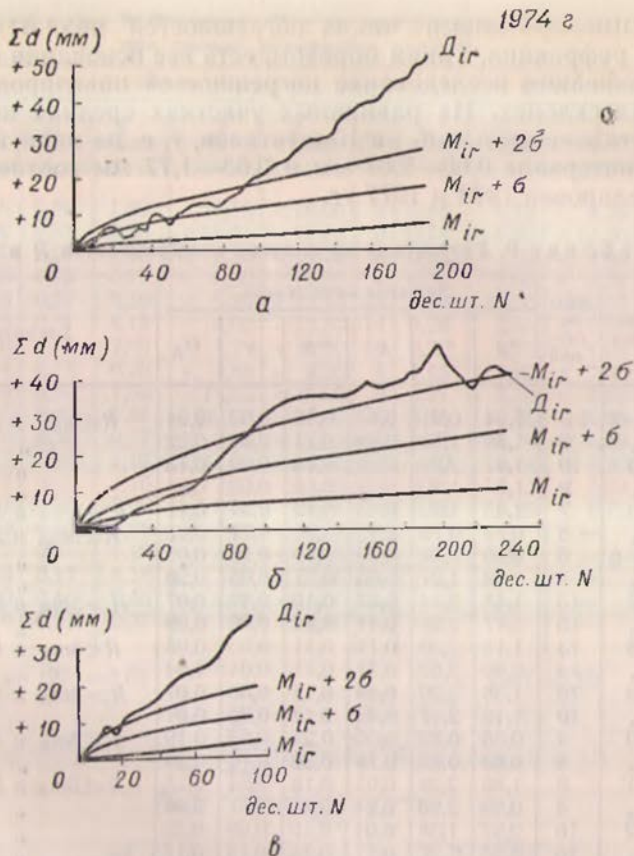


Рис. 1. Накопления разностей  $D_{ir}$  и их доверительные границы для нивелирования 1974 г.:

а -- по линии Симферополь—Алушта—Ялта; б — по линии Ялта—Сирень—Симферополь; в — по линии Сирень—Севастополь—мыс Херсонес.

где  $t$  — коэффициент, зависящий от выбранного уровня значимости при  $p=0,95$ ,  $t=1,96$ . В свою очередь

$$M_{ir} = \mu_i \sum_1^2; \quad V\overline{N_{ij}} \quad (16)$$

и

$$\sigma_{ir} = \sum_1^r V\overline{N_{ij}}, \quad (17)$$

где  $\mu_i$  и  $\sigma_i$  — оценки соответственно среднего и среднего квадратического отклонения величин  $x_{ij}''$  для  $i$ -й линии по принципу максимального правдоподобия. После определения параметров  $\mu_i$  и  $\sigma_i$  значения доверительных границ вычислялись как функции десятков штативов от начала хода до  $r$ -й секции ( $N_{ij}$ ).

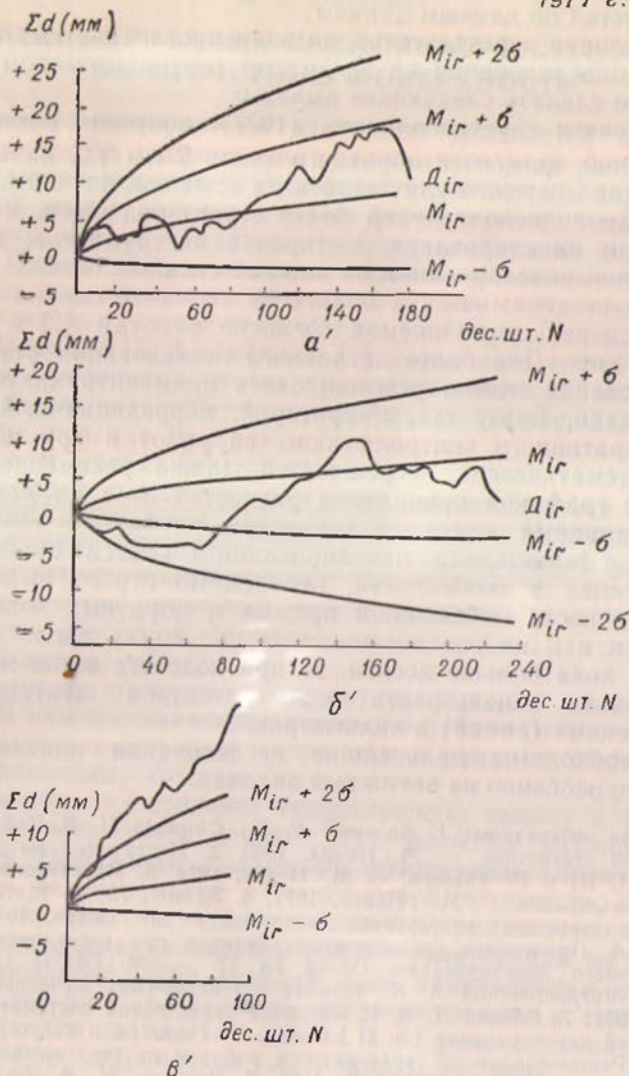


Рис. 2. Накопления разностей  $D_{ir}$  и их доверительные границы для нивелирования 1977 г.:

$\alpha'$  — по линии Симферополь—Алушта—Ялта;  $\delta'$  — по линии Ялта—Сирень—Симферополь;  $\beta'$  — по линии Сирень—Севастополь—мыс Херсонес.

По результатам вычислений на рис. 1 и 2 построены графики с доверительными границами для вышеуказанных линий. По графикам видно, что большая часть точек  $D_{ir}$  по всем линиям нивелирования 1974 г. и линии Симферополь—мыс Херсонес нивелирования 1977 г. лежит вне 95%-ного доверитель-

ного интервала, что указывает на наличие систематических погрешностей по данным линиям.

Анализируя результаты выполненного систематического анализа нивелирования на Крымском геодинимическом полигоне, можно сделать следующие выводы:

1. В связи с установлением (1977) допуска расхождения превышений прямого и обратного ходов  $2 \text{ мм } \sqrt{L}$ , качество нивелирования намного улучшилось по всем показателям, так как это заставило исполнителей более строго подходить к вопросу о времени нивелирования, юстировке инструментов, методике выполнения нивелирования на каждой секции.

2. На геодинимических полигонах точечная оценка качества нивелирования, выполняемая согласно работам [2] и [3] явно недостаточна. Для более детального исследования результатов нивелирования можно рекомендовать применять критерий Аббе, Саркади, Бартлетта,  $\chi^2$ -критерий, корреляционный анализ. Для оперативного контроля качества работ и при исследовании систематических погрешностей можно рекомендовать построение графиков накопления разностей  $d_i$  с их доверительными границами.

3. При выполнении нивелирования I класса вообще, а на геополлигонах в особенности, необходимо строго выдерживать симметричность наблюдений прямых и обратных ходов.

4. Так как на геодинимических полигонах число штативов на 1 км хода больше десяти, то при подсчете весов можно рекомендовать использовать число десятков штативов, а не длины секций (линий) в километрах.

5. Необходимы дальнейшие исследования нивелирной рефракции, особенно на затяжных склонах.

**Список литературы:** 1. *Большев Л. Н., Смирнов Н. В.* Таблицы математической статистики. — М.: Наука, 1965. 2. Инструкция по нивелированию, I, II, III и IV классов. — М.: Недра, 1974. 3. Инструкция по вычислению нивелировок. — М.: Недра, 1971. 4. *Кемниц Ю. В.* Математическая обработка зависимых результатов измерений. — М.: Недра, 1970. 5. *Крюков Ю. А.* Применение статистических методов при исследовании ошибок высокоточного нивелирования. Обзор № 17. — М.: ОНТИ ЦНИИГАиК, 1972. 6. *Митропольский А. К.* Техника статистических вычислений. — М.: Наука, 1971. 7. *Павлов П. В.* К методике определения систематических погрешностей нивелирования I и II классов. — Геодезия и картография, 1979, № 4. 8. Рекомендации по геодезическим работам на геодинимических полигонах. — М.: ОНТИ ЦНИИГАиК, 1975. 9. *Смирнов Н. В., Белугин Д. А.* Теория вероятностей и математическая статистика в приложении к геодезии. — М.: Недра, 1969.