

О РЕДУЦИРОВАНИИ НАКЛОННЫХ ДАЛЬНОСТЕЙ НА ОТСЧЕТНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

Вопросу редуцирования наклонных дальностей на отсчетную поверхность уделено много внимания в ряде работ. Основная трудность решения этой задачи заключается в определении аномалий высот конечных точек редуцируемой линии. Предполагается, что аномалии высоты определяются по карте высот геоида. Однако получить таким образом указанные величины не всегда представляется возможным из-за отсутствия последних или же из-за недостаточной точности определения аномалий высот. Поэтому П. А. Гайдаев [1] предложил метод интерполяции уклонений отвеса тригонометрическим нивелированием с целью дальнейшего использования полученных величин для редуцирования измеренных элементов геодезической сети.

Сущность метода заключается в том, что для каждой стороны, по которой выполнены измерения взаимообратных зенитных расстояний, составляют уравнения поправок. Искомыми величинами в этих уравнениях являются составляющие уклонения отвеса на определяемых пунктах. Полученные из решения системы нормальных уравнений уклонения отвеса используют для вычисления разностей аномалий высот конечных точек редуцируемой линии.

Рассмотрим несколько иной метод решения поставленной задачи. В нем составляющие уклонения отвеса вычисляются из передачи астрономических координат и азимута. Затем определяют величины, которые непосредственно необходимы для редуцирования, — среднюю геодезическую высоту и разность высот конечных точек линии. При решении данной задачи определим требования к полевым измерениям, позволяющим выполнять редуцирование с необходимой точностью.

Предположим, что нужно выполнить редуцирование измеренных наклонных дальностей звена трилатерации на поверхность эллипсоида. При этом по всем направлениям имеются значения зенитных расстояний, астрономические и геодезические координаты начального пункта и астрономический азимут произвольного направления, выходящего из него.

Формулу для редуцирования измеренного расстояния на поверхность эллипсоида зачастую приводят к виду из работы [6].

$$S = D - \frac{(\Delta H' + \Delta h')^2}{2D} - \frac{(\Delta H' + \Delta h')^4}{8D^3} - \frac{H'_m + h'_m}{R} D + \frac{D^3}{24R^2}, \quad (1)$$

где S — длина проекции измеренной линии на поверхности

эллипсоида; D — длина измеренной наклонной дальности; R — радиус кривизны нормального сечения эллипса в начальном пункте; $\Delta H'$ — разность нормальных высот конечных точек редуцируемой линии; $H_{m'}$ — среднее значение нормальной высоты линии; $\Delta h'$ — разность аномалий высот конечных точек линии; $h_{m'}$ — среднее значение аномалии высоты данной линии.

Формулу (1) приведем к виду

$$S = D - \frac{h^2}{2D} - \frac{h^4}{8D^3} - \frac{H_m}{R} D + \frac{D^3}{24R^2}. \quad (2)$$

Здесь h — разность геодезических высот точек редуцируемой линии; H_m — средняя геодезическая высота линии.

Допустим, что величина h определяется односторонним тригонометрическим нивелированием [1]

$$h = D \cos z^0 + \frac{1-k}{2R} D^2 + i - l, \quad (3)$$

где z^0 — геодезическое зенитное расстояние; k — коэффициент рефракции для данного направления; i, l — соответственно высота инструмента и визирной цели.

На практике измеряются не геодезические, а астрономические зенитные расстояния z , поэтому для перехода от z к z^0 используем известную формулу из работы [4]

$$z^0 = z + \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha, \quad (4)$$

где ξ и η — составляющие уклонения отвеса в плоскости меридiana и первого вертикала соответственно; α — азимут линии, по которой определяется превышение.

Значения величин ξ и η нетрудно получить по выражениям

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \varphi - B; \\ \eta &= (\lambda - L) \cos \varphi \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Здесь B и L — геодезическая широта и долгота; φ и λ — астрономическая широта и долгота пункта, с которого измеряется зенитное расстояние.

Таким образом формула (3), с учетом (4) и (5), примет вид

$$\begin{aligned} h = D \cos [z + (\varphi - B) \cos \alpha + (\lambda - L) \cos \varphi \sin \alpha] + \\ + \frac{1-k}{2R} D^2 + i - l. \end{aligned} \quad (6)$$

Координаты φ и λ каждого пункта звена трилатерации не трудно получить путем передачи их от начального пункта по выбранной ходовой линии [7].

Аналогичным образом по формуле (6) можно получить разности геодезических высот по всем направлениям ходовой линии. Вычислив геодезические высоты необходимых пунктов,

можно будет по формуле (2) выполнить редуцирование наклонных дальностей на отсчетную поверхность.

Формула вычисления редукции в окончательном виде будет

$$S = D - v \left(1 + \frac{v}{2D} \right) - \frac{H_m}{R} D + \frac{D^3}{24R^2}, \quad (7)$$

где $v = \frac{h^2}{2D}$.

Рассмотрим, с какой точностью нужно измерять зенитные расстояния z , чтобы редукционные поправки заметно не снизили точности измерений линий.

Поскольку самая высокая требуемая точность измерения линий составляет примерно 1 : 200000—1 : 400000 [5], то примем точность редукционных поправок равной $1 \cdot 10^{-6}$. С учетом этого из выражения (7) получим

$$\begin{aligned} m_h &= \pm 1 \cdot 10^{-6} \frac{D^2}{h}; \\ m_{H_m} &= \pm 1 \cdot 10^{-6} 2R, \end{aligned} \quad (8)$$

где m_h и m_{H_m} — средние квадратические ошибки определения разности геодезических высот и средней геодезической высоты линии.

Из уравнений (8) видно, что m_{H_m} удовлетворяет поставленным условиям, если не превосходит примерно 6,4 м. Ошибка m_h зависит от длины линии и ее наклона.

Определим среднюю квадратическую ошибку m_h как функцию результатов измерений. Для этого продифференцируем (6) по z , ϕ и λ , полагая остальные величины безошибочными. Нужно иметь в виду, что ϕ и λ являются функциями измеренных величин, то есть зенитных расстояний и наклонных дальностей.

Для упрощения выводов при подсчете значений частных производных положим, что ход передачи астрономических координат располагается вдоль меридиана (параллели) и зенитные расстояния близки к 90° .

Дифференцируя (6), с учетом наших замечаний, в общем виде получаем

$$\delta h = -D \sin [z + (\phi - B)] \left[\delta z + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial l} \right) \delta l \right]. \quad (9)$$

Здесь $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial l} \right)$ — сумма частных производных от функции астрономической широты по измеренным элементам l (зенитным расстояниям и наклонным дальностям).

В нашем случае значения частных производных будут такими [7]:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z_{12}} = \frac{\partial \Phi}{\partial z_{21}} = 1. \quad (10)$$

Значения остальных частных производных равны 0.
С учетом (10), выражение (9) примет вид

$$\delta h = -3D \sin [z + (\varphi - B)] \delta z, \quad (11)$$

или

$$\delta h \approx -3D \sin z \delta z. \quad (12)$$

Перейдя к среднеквадратической ошибке, получим

$$m_h = \frac{3D}{\rho''} \sin z m_z. \quad (13)$$

Приравняем правые части первого уравнения системы (8) и (13)

$$\frac{3D}{\rho''} \sin z m_z = 1 \cdot 10^{-6} \frac{D^2}{h}. \quad (14)$$

И полагая, что $h \approx D \cos z$, получим

$$m_z = 0,14'' \operatorname{cosec} 2z. \quad (15)$$

Таким образом, по формуле (15) можно подсчитать, с какой точностью нужно измерять z , чтобы редуцирование выполнялось с погрешностью $1 \cdot 10^{-6}$. При этом видно, что точность редуцирования зависит от зенитного расстояния линии.

Данные предрасчета точности измерения астрономических зенитных расстояний в зависимости от z приведены ниже.

z	m_z''
87°	1
88	2
89	4
89,5	9

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что в равнинной и холмистой местности можно применять предлагаемый метод редуцирования.

В горных районах к точности измерения зенитных расстояний должны быть предъявлены особые требования.

Известно, что основным препятствием в повышении точности измерения зенитных расстояний является недостаточный учет влияния вертикальной рефракции. Поэтому при измерении зенитных расстояний в горных и высокогорных районах должны применяться наиболее эффективные методы ее учета.

На наш взгляд, в настоящее время таковыми являются методы, разработанные в статьях [2, 3]. Измерения зенитных расстояний должны вестись в периоды спокойных изображений визирных целей. Если измерения осуществляются в плохих погодных условиях, то в таких случаях необходимо осуществлять их редуцирование.

Список литературы: 1. Гайдаев П. А. Вычисление геодезических сетей 3 и 4 классов. — М.: Недра, 1972. 2. Джуман Б. М. О точности измерения зенитных расстояний в периоды спокойных изображений при ветре. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1966, вып. 4. 3. Джуман Б. М. Редуцирование измеренных зенитных расстояний на периоды спокойных изображений по вертикальным колебаниям изображений визирных целей. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 28. 4. Закатов П. С. Курс высшей геодезии. — М.: Недра, 1976. 5. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР. — М.: Недра, 1966. 6. Кондрашков А. В. Электрооптические и радиогеодезические измерения. — М.: Недра, 1972. 7. Филиппов А. Е. Условные уравнения в сети в пространственной трилатерации. Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1969, вып. 9.

Статья поступила в редакцию 07. 04. 81