

1. Данные формулы позволяют достаточно быстро и обоснованно решать вопросы о точности не только конечного пункта диагонали ряда относительно начального, но и любого промежуточного пункта относительно соседнего.

2. В середине ряда между твердыми пунктами как продольный сдвиг, так и поперечный имеют наибольшее значение.

3. Для рядов с количеством центральных систем более пяти на продольный сдвиг практически не влияют условия дирекционных углов и абсцисс, а на поперечный сдвиг — условия ординат.

Таблица 2  
Значения обратных весов функций поперечного сдвига

k	Наименование действий	N					
		1	2	3	4	5	6
1	По схеме Гаусса	0,114	0,151	0,178	0,198	0,214	0,228
	По формуле (23)	0,109	0,131	0,160	0,183	0,203	0,218
	Погрешность, %	4,4	13,2	10,1	7,6	5,1	4,4
2	По схеме Гаусса		0,151	0,267	0,374	0,469	0,550
	По формуле (23)		0,176	0,246	0,335	0,462	0,559
	Погрешность, %		16,6	7,9	5,1	1,5	1,6
3	По схеме Гаусса			0,178	0,374	0,590	0,831
	По формуле (23)			0,197	0,349	0,587	0,839
	Погрешность, %			10,7	6,7	0,5	1,0
4	По схеме Гаусса				0,198	0,469	0,831
	По формуле (23)				0,192	0,452	0,850
	Погрешность, %				3,0	3,6	2,3
5	По схеме Гаусса					0,214	0,550
	По формуле (23)					0,194	0,584
	Погрешность, %					9,4	6,2
6	По схеме Гаусса						0,228
	По формуле (23)						0,230
	Погрешность, %						0,9

4. Приведенными формулами вполне можно пользоваться при оценке точности проектируемых сетей указанного вида при различном числе центральных систем в ряде.

Список литературы: 1. Лозинский В. В. Ошибка дирекционного угла связующих сторон рядов из центральных систем линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 2. Лозинский В. В. Продольный сдвиг линейно-углового ряда из центральных систем. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 3. Лозинский В. В. Поперечный сдвиг линейно-углового ряда из центральных систем. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 30. 4. Лозинский В. В. Точность дирекционного угла связующих сторон ряда из цент-

ральных систем линейно-угловой триангуляции, проложенного между сторонами с исходными дирекционными углами. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1980, вып. 31. 5. Монин И. Ф. Предвычисление точности рядов из центральных систем линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 24.

Статья поступила 21 марта 1980 г.

УДК 528.33

М. И. МАРЫЧ, И. Н. ГУДЗ

## О ВЫЧИСЛЕНИИ ВЫСОТ КВАЗИГЕОИДА И УКЛОНЕНИИ ОТВЕСА В ГОРНОМ РАЙОНЕ

Известно, что вычисления высот квазигеоида и уклонов отвеса в горном районе по формулам Стокса и Вининг-Мейнеса не обеспечивают достаточной точности. Точные результаты этих величин можно получить на основании строгой теории фигуры Земли Молоденского. В данной работе сделана попытка определить порядок величин первых поправок Молоденского к стоксово приближению высот квазигеоида и уклонов отвеса в горном районе Международного геодезического полигона.

Исследования формул Молоденского [4, 5] показали, что его первые поправки в высоты квазигеоида  $\xi_1$  и уклонов отвеса  $\xi_1$  и  $\eta_1$ , получаемые за влияние основной части измеренных аномалий силы тяжести  $\Delta g$ , представляющей собой редукцию Буге —  $2\pi f \delta H$  (т. е.  $\Delta g = -2\pi f \delta H$ ), определяются формулами Стокса и Вининг-Мейнеса, если в них вместо аномалий силы тяжести будут использованы поправки за рельеф. Таким образом, для вычисления первых поправок высот квазигеоида и уклонов отвеса получены следующие формулы:

$$\zeta_1' = \frac{R}{4\pi\gamma} \int \delta g_p S(\Psi) d\sigma; \quad (1) \quad \begin{cases} \xi_1 \\ \eta_1 \end{cases} = \frac{1}{4\pi\gamma} \int \delta g_p \frac{\partial S(\Psi)}{\partial \Psi} \begin{cases} \cos A \\ \sin A \end{cases} d\sigma. \quad (2)$$

Более строгие аналитические преобразования формул Молоденского для первой поправки  $T_1$  возмущающего потенциала, выполненные в работе [1], приводят к результату

$$T_1 = \frac{R}{4\pi} \int \delta g_p S(\Psi) d\sigma - \pi f \delta H^2. \quad (3)$$

Первые поправки уклонов отвеса, полученные на основании формулы (3), совпадают с (2), так как входящий в выражение (3) неинтегральный член  $\pi f \delta H^2$  не влияет на уклонение отвеса. Покажем это, для чего запишем выражения гравиметрических уклонов отвеса:

$$\xi = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{\rho \partial B}; \quad \eta = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{\cos \rho \partial L}. \quad (4)$$



Входящие в них горизонтальные производные возмущающего потенциала определяются по заданным его значениям  $T$  на физической поверхности Земли следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial B} = \frac{dT}{dB} - \frac{\partial T}{\partial H} \frac{dH}{dB}; \quad \frac{\partial T}{\cos B \partial L} = \frac{dT}{\cos B dL} - \frac{\partial T}{\partial H} \frac{dH}{\cos B dL} \quad (5)$$

Рассмотрим вычисления первых поправок уклонения отвеса, исходя из формулы (3). Для этого найдем  $\frac{\partial T_1}{\partial B}$  и  $\frac{\partial T_1}{\cos B \partial L}$ . Дифференцируя (3), получаем

$$\frac{dT_1}{dB} = \frac{R}{4\pi} \int \delta g_p \frac{\partial S(\Psi)}{\partial \Psi} \frac{d\Psi}{dB} d\sigma - 2\pi f \delta H \frac{dH}{dB};$$

$$\frac{dT_1}{\cos B dL} = \frac{R}{4\pi} \int \delta g_p \frac{\partial S(\Psi)}{\partial \Psi} \frac{d\Psi}{\cos B dL} d\sigma - 2\pi f \delta H \frac{dH}{\cos B dL}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial H} = -2\pi f \delta H. \quad (7)$$

С учетом формул (6) и (7) выражения (5) примут вид

$$\frac{\partial T_1}{\partial B} = \frac{R}{4\pi} \int \delta g_p \frac{\partial S(\Psi)}{\partial \Psi} \frac{d\Psi}{dB} d\sigma - 2\pi f \delta H \frac{dH}{dB} + 2\pi f \delta H \frac{dH}{dB};$$

$$\frac{\partial T_1}{\cos B \partial L} = \frac{R}{4\pi} \int \delta g_p \frac{\partial S(\Psi)}{\partial \Psi} \frac{d\Psi}{\cos B dL} d\sigma - 2\pi f \delta H \frac{dH}{\cos B dL} + 2\pi f \delta H \frac{dH}{\cos B dL}, \quad (8)$$

а следовательно,

$$\frac{\partial T_1}{\partial B} = \frac{R}{4\pi} \int \delta g_p \frac{\partial S(\Psi)}{\partial \Psi} \frac{d\Psi}{dB} d\sigma;$$

$$\frac{\partial T_1}{\cos B \partial L} = \frac{R}{4\pi} \int \delta g_p \frac{\partial S(\Psi)}{\partial \Psi} \frac{d\Psi}{\cos B dL} d\sigma. \quad (9)$$

Так как

$$\xi_1 = -\frac{1}{\gamma \rho \partial B} \frac{\partial T_1}{\partial B}; \quad \eta_1 = -\frac{1}{\gamma \rho \cos B dL} \frac{\partial T_1}{\cos B \partial L},$$

то с учетом (9) и  $\frac{d\Psi}{dB} = -\cos A$ ,  $\frac{d\Psi}{\cos B dL} = -\sin A$ , получим формулу (2).

Что касается вычислений первой поправки высоты квазигеоида, то неинтегральный член в формуле (3) выражает явную

зависимость от высот  $H$  рельефа земной поверхности. Поэтому при более точных вычислениях первой поправки  $\xi_1$  следует пользоваться формулой

$$\xi_1 = \xi_1' + \xi_1'', \quad (10)$$

где  $\xi_1'$  определяется формулой (1);  $\xi_1'' = -\frac{\pi f \delta H^2}{\gamma}$ .

В данной работе в соответствии с отмеченным выше приведены результаты вычислений первых поправок Молоденского высот квазигеоида и уклонений отвеса для восьми астропунк-

Таблица 1  
Значения поправок  $\xi_1'$  и  $\xi_1''$

Астро-пункт	$H$ , м	$\xi_1'$ , м	$\xi_1'' = \frac{\pi f \delta H^2}{\gamma}$ , м
14	2371	1,49	0,29
17	836	1,30	0,04
30	351	0,79	0,01
33	443	0,31	0,01
37	216	0,12	0
40	390	0,48	0,01
43	325	0,57	0,01
49	1386	0,40	0,10

Таблица 2  
Значения первых поправок уклонений отвеса

Астро-пункт	Уклонение отвеса					
	в меридиане $\xi_1''$			в первом вертикале $\eta_1$		
	$\xi_{0-5}$	$\xi_{5-102}$	$\xi_{0-102}$	$\eta_{0-5}$	$\eta_{5-102}$	$\eta_{0-102}$
14	-0,46	-3,18	-3,64	+0,48	+2,84	+3,32
17	-0,52	-3,10	-3,62	+0,23	+2,51	+2,74
30	0,00	-1,09	-1,09	0,00	+1,36	+1,36
40	0,00	-0,14	-0,14	0,00	+0,82	+0,82
43	+0,02	+0,46	+0,48	-0,02	+0,76	+0,74
37	0,00	+0,14	+0,14	0,00	-0,03	-0,03
33	0,00	-0,32	-0,32	0,00	+0,39	+0,39
8	-0,02	-1,76	-1,78	-0,02	-0,43	-0,45
32	0,00	+0,02	+0,02	0,00	-0,04	-0,04
49	+0,07	+0,42	+0,49	-0,07	+0,86	+0,81

тов, расположенных в районе Западных Альп (табл. 1 и 2). Вычисления выполнены по известной методике с помощью кольцевой палетки Еремеева с учетом зоны от 0 до 100 км по карте поправок за рельеф. Как видно, поправка в высоту квазигеоида  $\xi_1''$  (табл. 1) для астропункта № 14, высота которого  $H=2371$  м, достигает 0,3 м. Значения же первых поправок  $\xi_1$  и  $\eta_1$  уклонений отвеса (табл. 2), найденные в предположении, что в качестве аномалий силы тяжести приняты редукции Буге, достигает 4". Отметим, что эти результаты надежно выражают порядок определяемых поправок, несмотря на неизбежные погрешности вычислений поправок за рельеф и построения по ним карт методом линейной интерполяции.

Если вычисления проводить согласно формулам Стокса и Венинг-Мейнеса по топографической карте и карте аномалий в неполной топографической редукции, которые, как известно, представляют собой сумму аномалий Буге и поправок за рельеф, то получим не стоксово приближение, вычисляемое по карте аномалий в свободном воздухе, а основное значение первой поправки Молоденского. Хотя эти вычисления выполняют по аномалиям Фая, допускающим интерпретацию метода конденсации,



полученные результаты соответствуют современной теории фигуры Земли: они являются искомыми и относятся к точкам физической поверхности Земли, а не к геоиду, на котором скондесированы топографические массы.

Для определения точного значения первой поправки уклонений отвеса надо вычислить еще некоторую ее часть, вызванную аномалиями Буге. Такие вычисления по упрощенной методике [2] проведены нами для астропунктов № 14 и 17 упомянутого полигона, расположенных в районе со сложным рельефом и гравитационным полем. Получены значения больше секунды, которые в нашем случае имели противоположный знак по сравнению со знаком основной части первой поправки. Как видим, эта часть поправки такова, что при точных вычислениях ее необходимо учитывать.

С учетом сказанного точные первые поправки уклонений отвеса, вычисленные по картам поправок за рельеф и по картам аномалий Буге, для указанного района Альп могут достигать порядка 3". Таким образом, наши результаты дополнительно подтверждают порядок значений указанных поправок, ранее полученных на моделях Земли [3].

**Список литературы:** 1. *Марыч М. И.* Вычисление потенциала топографических масс в приближениях Молоденского. — Изв. вузов, Геодезия и аэрофотосъемка, 1979, № 6. 2. *Марыч М. И., Гудз И. Н., Даулит П. Д.* Опыт вычисления уклонения отвеса на моделях Земли. Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1973, вып. 18. 3. *Молоденский М. С., Еремеев В. Ф., Юркина М. И.* Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли. — Тр. ЦНИИГАиК, 1960, вып. 131. 4. *Пеллинен Л. П.* Влияние топографических масс на вывод характеристик гравитационного поля Земли. — Тр. ЦНИИГАиК, 1962, вып. 145. 5. *Moritz H.* On the use of the terrain correction in solving Molodensky's problem. Report 108, Depart. of geod. Science. Ohio Stat. Univ., 1968.

Статья поступила 6 мая 1980 г.

зудк 528.083.1

Ю. Д. МИРОШНИК

### ОСОБЕННОСТИ НИВЕЛИРОВАНИЯ I КЛАССА ПО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫМ МОСТАМ

Согласно Инструкции [1], в обжитых районах линии нивелирования I и II классов прокладываются предпочтительно по железным, шоссейным и улучшенным грунтовым дорогам. Наиболее благоприятный для нивелирования I класса профиль имеют железные дороги, ибо только на отдельных участках их уклоны могут достигать 30‰.

При строительстве железной дороги возводят различные искусственные сооружения (тоннели, подпорные стенки, мосты и др.). В предгорной и горной местностях приходится строить

гораздо больше искусственных сооружений, чем в равнинной. Для пересечения пойм широких рек и горных долин сооружают значительные по протяженности мосты на опорах, выполненных из камня или монолитного железобетона.

В равнинной местности мосты в большинстве случаев не имеют уклона, на отдельных мостах уклон характеризуется величиной 2...3‰. В горной же местности, особенно на близперевальных участках, уклоны мостов могут быть до 30‰, причем на серпантинах в плане они имеют криволинейный вид.

При выполнении работ по нивелированию I класса, которые осуществлялись кафедрой прикладной геодезии Львовского ордена Ленина политехнического института, было пройдено 37 мостов различной длины — от 50 до 360 м. Детальная характеристика линии нивелирования и ее отдельных участков приведена в работе [2].

Поскольку в Инструкции [1] и в другой литературе не содержится детальных рекомендаций по методике нивелирования I класса при переходе через мосты и не отражены особенности таких работ, ниже делается попытка хотя бы частично восполнить этот пробел. На основании опыта выполненных работ по нивелированию I класса и полученных результатов можно сделать следующие рекомендации.

Уже в процессе рекогносцировки в зависимости от длины моста и его уклона необходимо определять примерное количество станций при переходе через него. Во время выполнения нивелирования, когда до моста остается 100...200 м, обычно в период, неблагоприятный для наблюдений, следует провести тщательное обследование подходов к мосту и самого моста, уделяя при этом внимание состоянию грунта на бровке и месту выбора забивки костылей и установки нивелира. Если бровка узкая или засыпана щебнем, то костыли нужно забивать на правой и левой бровке, а инструмент устанавливать на шпалы.

Если мост имеет длину до 70 м, то костыли забивают по обе стороны, а нивелир устанавливают на шпалы, обеспечивая равенство расстояний от нивелира до костылей.

На мостах длиной 200...400 м с незначительными уклонами до начала нивелирования следует заранее подготовить трассу. Место для инструмента нужно выбирать на шпалах, вблизи устоев моста и выносных площадок безопасности, чтобы на них укрыть людей и инструмент в случае приближения подвижного состава.

В качестве переходных точек для установки реек используют головки заклепок в фермах моста, имеющих сферическую форму. Головки заклепок защищают от слоя пыли и смазки. Требуется на шпалах и фермах мелом или масляной краской тщательно замаркировать места установки нивелира и реек.

При подготовке трассы необходимо обратить внимание на то, чтобы визирный луч проходил на расстоянии не менее 20 см