

Осталось определить

$$b_{33} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-5}} \{ \sigma_{1,2;0}^2 (x_1 - x_2)^2 + \sigma_{1,3;0}^2 (x_1 - x_3)^2 + \sigma_{1,4;0}^2 (x_1 - x_4)^2 + \\ + \sigma_{2,3;0}^2 (x_2 - x_3)^2 + \sigma_{2,4;0}^2 (x_2 - x_4)^2 + \sigma_{3,4;0}^2 (x_3 - x_4)^2 \} = 2500.$$

Таким образом, получаем

$$(C^T C)^{-1} = \begin{pmatrix} 7,75 & -67,5 & 125 \\ -67,5 & 645 & -1250 \\ 125 & -1150 & 2500 \end{pmatrix}.$$

Вычисляя теперь обычным образом по формуле (4), имеем $a_0 = 0,75$; $a_1 = 0,5$; $a_2 = 25$, т. е. $y = 0,75 + 0,5x + 25x^2$.

Результаты данной статьи могут быть использованы при уравнивании геодезических сетей, когда возникают плохо обусловленные системы нормальных уравнений.

Список литературы: 1. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. — М.: Наука, 1965. 2. Демидович Б. А., Марон И. А. Численные методы анализа. — М.: Наука, 1967. 3. Демидович Б. А., Марон И. А. Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1966. 4. Хемминг Р. В. Численные методы. — М.: Наука, 1972.

Работа поступила в редколлегию 24 января 1980 года.

УДК 528.024.1

Ю. Д. МИРОШНИК

О МЕТОДИКЕ НИВЕЛИРОВАНИЯ I КЛ. В ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ТОННЕЛЯХ

Согласно «Программе развития сети государственного нивелирования I и II классов в предстоящие 10—15 лет», утвержденной Главным управлением геодезии и картографии при Совете Министров СССР 19 июля 1968 г., в значительном объеме проводятся работы по развитию нивелирных сетей I кл.

В соответствии с инструкцией [1] линии нивелирования I кл. прокладывают преимущественно по шоссейным и железным дорогам, вдоль берегов крупных рек. Нивелирование должно выполняться с наибольшей точностью, которая достигается применением самых совершенных нивелиров и методов измерения, предусматривающих наиболее полное исключение систематических погрешностей.

При выполнении работ по прецизионному нивелированию в равнинной местности особых трудностей не возникает, однако в местности со значительным перепадом высот, например в горно-лесистой, производство их существенно осложняется.

Строительство железных дорог в горных районах связано с возведением многочисленных искусственных сооружений: тоннелей, подпорных стен и значительных по протяженности мостов.

В 1961—1967 гг. кафедрой прикладной геодезии Львовского ордена Ленина политехнического института в предгорном и горном районах выполнено нивелирование I кл. объемом 569,2 км двойного хода. Общая характеристика трассы и отдельных ее четырех участков приведены в работе [2]. На втором и четвертом участках нивелирование осуществлялось по железной дороге. Участки расположены на южном и северном склонах горных хребтов. Разность высот на северном склоне второго участка составляет около 450 м, а на южном — около 630 м; на четвертом участке разность высот на южном склоне — примерно 620 м, на северном — 225 м.

На обоих участках построено несколько тоннелей протяженностью от 300 до 1800 м каждый. Ниже описана методика нивелирования I кл., применявшаяся при работе в первом тоннеле длиной 1800 м и во втором тоннеле длиной 1100 м.

До начала нивелирных работ проведена разбивка трассы, заключающаяся в определении мест закрепления переходных точек костылями и установке нивелира. В самом тоннеле их выбирали вблизи ниш безопасности, в которых могли бы укрыться люди при приближении поезда. Расстояние от нивелира до реек составляло 40...50 м; на стенках тоннеля маркировали места установки инструмента и забивки костылей.

После детальной разбивки трассы было закреплено костылями десять станций. Применяли цельные металлические костыли длиной 25 см со сферической головкой. Поскольку ширина бровок в тоннеле не превышала 30...35 см, то костыли правой и левой нивелировок располагались по обе стороны от оси железной дороги.

Особое внимание обращали на интенсивное и равномерное освещение рабочих частей шкал реек, для чего применяли электрические фонари с рефлекторами диаметром 10 см. Круглые уровни на рейках и цилиндрический уровень нивелира освещали карманными фонариками. У инструмента находились наблюдатель и помощник, возле каждой рейки — двое рабочих, один из них держал ее и освещал круглый уровень, другой — рабочую часть шкалы рейки. Два рабочих-сигналиста, имевшие сигнальные рожки, располагались по обе стороны от инструмента на расстоянии 200...250 м от него. Нивелир устанавливали на две шпалы или балласт. Были использованы прецизионный нивелир НА-I и трехметровые штриховые рейки с инварной полоской, прокомпарированные на стационарном компараторе МИИГАиК. Превышения на станции определяли способом «совмещения» с учетом требований Инструкции [1]. Температуру воздуха измеряли примерно на высоте инструмента с точностью 0,5...1°, а скорость ветра и движения воздуха в тоннеле — с помощью ручного чашечного анемометра с точностью 0,5...1 м/с.

Поскольку температура воздуха в длинных туннелях колеблется в пределах 10...13°, то превышения на станциях при входе в порталы туннелей и на выходе из них определяли примерно при такой же температуре. Так, при входе в первый туннель температура воздуха составляла 14°, на выходе — 12°, при входе во второй туннель — 16°, на выходе — 15 °С.

Порядок наблюдений в прямом ходе на нечетных станциях принят следующий:

- отсчет по основной шкале задней рейки;
- отсчет по основной шкале передней рейки;
- отсчет по дополнительной шкале передней рейки;
- отсчет по дополнительной шкале задней рейки.

На четных станциях прямого хода наблюдения начинали с передней рейки как на правой, так и на левой нивелировке. В обратном ходе на нечетных станциях наблюдения начинали с передней рейки, а на четных — с задней.

По первому туннелю как в прямом, так и в обратном ходе по правым и левым нивелировкам разности превышений Δh , полученные по основным и дополнительным шкалам, колебались от $-0,35$ до $+0,40$ мм, при допустимом значении $\pm 0,5$ мм.

Разности превышений правых костылей над левыми, полученные на двух смежных станциях Δ , были в пределах от $-0,45$ до $+0,50$ мм при допустимом значении $\pm 0,7$ мм.

По второму туннелю в прямом и обратном ходе в правой и левой нивелировках величина Δh колебалась в пределах от $-0,25$ до $+0,30$ мм, а величина Δ — от $-0,60$ до $+0,40$ мм.

В таблице приведены результаты нивелирования по секциям, большая часть которых приходится на туннели.

Результаты нивелирования

Длина, м		Количество станций		Разности d_i , мм					
секции	туннеля	в секции	в туннеле	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
1851	1800	22	21	+2,6	+4,9	+6,8	-0,6	+3,1	+0,6
2168	1100	23	13	+0,5	+1,6	+1,2	-1,0	-0,6	+0,1

Разности d_i вычислены по формулам, приведенным в работе [3]:

$$d_1 = (h_{\text{прав}} - h_{\text{лев}})_{\text{прям}}; \quad d_2 = (h_{\text{прав}} - h_{\text{лев}})_{\text{обр}};$$

$$d_3 = (h_{\text{прям}} - h_{\text{обр}})_{\text{прав}}; \quad d_4 = (h_{\text{прям}} - h_{\text{обр}})_{\text{лев}};$$

$$d_5 = \frac{1}{2} (h_{\text{прям}} + h_{\text{обр}})_{\text{прав}} - \frac{1}{2} (h_{\text{прям}} + h_{\text{обр}})_{\text{лев}};$$

$$d_6 = \frac{1}{2} (h_{\text{прав}} + h_{\text{лев}})_{\text{прям}} - \frac{1}{2} (h_{\text{прав}} + h_{\text{лев}})_{\text{обр}}.$$

Как видно из таблицы, при выполнении работ во втором туннеле (длиной 1100 м) систематические ошибки нивелирова-

ния исключались достаточно полно, все значения разностей d_i меньше величины f_h , определяемой по формуле $f_h = \pm 2 \text{ мм} \sqrt{L}$, где L — длина хода км.

При длине секции, равной 2168 м, величина f_h составляет $\pm 3,0$ мм.

В первом же тоннеле наблюдалось накопление разностей d_1, d_2, d_3 , что обусловлено главным образом оседанием нивелира и костылей из-за малой плотности и переувлажнения грунта на бровке железной дороги.

Однако разности d_4, d_5, d_6 находятся в пределах допуска $f_h = \pm 3 \text{ мм} \sqrt{L} = \pm 4 \text{ мм}$.

Как видим, систематические ошибки в прямом и обратном ходе, обусловленные оседанием нивелира и реек, в значительной мере компенсировались и не оказывали существенного влияния на разность и среднее значение превышения по секции из прямого и обратного хода.

Список литературы: 1. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. — М.: Недра, 1966; 1974. 2. *Мирошник Ю. Д.* Опыт построения нивелирной сети I класса в горном районе. — В кн.: 50 лет Ленинского декрета об учреждении Высшего Геодезического Управления. — Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1970. 3. *Энтин И. И.* Высокоточное нивелирование. — Тр. ЦНИИГАиК, 1956, вып. 111.

Работа поступила в редколлегию 24 января 1980 года.

УДК 528.02

О. С. РАЗУМОВ, Т. А. БЕРЕСТОВА

О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИН ЗЕМНЫХ ХОРД ПРОТЯЖЕННОСТЬЮ 100... 300 км

Современная геодезическая практика требует быстрого измерения длин земных хорд протяженностью 100... 300 км с относительной погрешностью — $2 \cdot 10^{-6}$ — 10^{-6} и менее. Образованная с их помощью сеть трилатерации, или векторная сеть, способна усилить и даже заменить в существующей астрономо-геодезической сети звенья первоклассной триангуляции, а периодическое измерение длин хорд может при решении задач геодинамики дать исходный материал для выявления возможных региональных сдвигов земной коры. Обсуждаемые в настоящее время проекты создания фундаментальной астрономо-геодезической сети СССР (ФАГС) направлены на решение как задач космонавтики, так и определения эволюционных изменений фигуры Земли.

Между тем в настоящее время способы определения длин земных хорд указанной протяженности либо очень громоздки, либо не обеспечивают нужной точности. Широко применяемый