

ния исключались достаточно полно, все значения разностей  $d_i$  меньше величины  $f_h$ , определяемой по формуле  $f_h = \pm 2 \text{ мм} \sqrt{L}$ , где  $L$  — длина хода км.

При длине секции, равной 2168 м, величина  $f_h$  составляет  $\pm 3,0$  мм.

В первом же тоннеле наблюдалось накопление разностей  $d_1, d_2, d_3$ , что обусловлено главным образом оседанием нивелира и костылей из-за малой плотности и переувлажнения грунта на бровке железной дороги.

Однако разности  $d_4, d_5, d_6$  находятся в пределах допуска  $f_h = \pm 3 \text{ мм} \sqrt{L} = \pm 4 \text{ мм}$ .

Как видим, систематические ошибки в прямом и обратном ходе, обусловленные оседанием нивелира и реек, в значительной мере компенсировались и не оказывали существенного влияния на разность и среднее значение превышения по секции из прямого и обратного хода.

**Список литературы:** 1. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. — М.: Недра, 1966; 1974. 2. *Мирошник Ю. Д.* Опыт построения нивелирной сети I класса в горном районе. — В кн.: 50 лет Ленинского декрета об учреждении Высшего Геодезического Управления. — Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1970. 3. *Энтин И. И.* Высокоточное нивелирование. — Тр. ЦНИИГАпК, 1956, вып. 111.

Работа поступила в редколлегию 24 января 1980 года.

УДК 528.02

О. С. РАЗУМОВ, Т. А. БЕРЕСТОВА

## О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИН ЗЕМНЫХ ХОРД ПРОТЯЖЕННОСТЬЮ 100...300 км

Современная геодезическая практика требует быстро измерения длин земных хорд протяженностью 100...300 км с относительной погрешностью —  $2 \cdot 10^{-6}$ — $10^{-6}$  и менее. Образованная с их помощью сеть трилатерации, или векторная сеть, способна усилить и даже заменить в существующей астрономо-геодезической сети звенья первоклассной триангуляции, а периодическое измерение длин хорд может при решении задач геодинамики дать исходный материал для выявления возможных региональных сдвигов земной коры. Обсуждаемые в настоящее время проекты создания фундаментальной астрономо-геодезической сети СССР (ФАГС) направлены на решение как задач космонавтики, так и определения эволюционных изменений фигуры Земли.

Между тем в настоящее время способы определения длин земных хорд указанной протяженности либо очень громоздки, либо не обеспечивают нужной точности. Широко применяемый

способ пересечений створа наблюдательных станций самолетами радиодальномерами не используется для этих целей из-за сравнительно низкой точности достигаемого результата. Погрешности измерений, свойственные круговым радиогодезическим системам, обусловлены шумовыми эффектами, возникающими в результате отражения радиоволн от земной поверхности вблизи наблюдательных станций, навигационными ошибками, влияющими на непостоянство путевой скорости и высоту полета, некоторой неопределенностью в решении вопроса о высоте передвижной станции над поверхностью относимости в момент пересечения створа, приборными погрешностями и неполным учетом влияния внешней среды на распространение радиоволн.

Наивысшая точность измерений, достигаемая этими системами при многократных пересечениях, характеризуется относительной ошибкой  $10^{-5}$ — $5 \cdot 10^{-6}$ . Этот способ используют сейчас для создания опорных сетей в малообжитых районах; он дает приемлемые результаты, если заданная точность построения сети не превышает  $10^{-5}$ .

Однако современные технические возможности позволяют применять створные измерения для определения длин земных хорд в несколько ином плане и с помощью новых технических средств. Лучшие образцы лазерных дальномеров, которыми измеряют расстояния до ИСЗ, имеют дальность действия в атмосфере до 300 км и обеспечивают точность измерений в пределах  $10 \dots 15$  см [2]. Сравнительно недавно такая модифицированная лазерно-спутниковая дальномерная система с исключенным блоком слежения за ИСЗ позволила непосредственно измерить длину 150-километровой хорды между греческим островом Отони и г. Спелчиче-Кристи (Италия).

Учитывая высокие измерительные качества подобных систем и способность современных вертолетов зависать на высотах  $2 \dots 3$  км в течение нескольких минут над заданной точкой земной поверхности (с точностью несколько метров), можно предложить две новые геометрические схемы створных наблюдений для определения длин земных хорд протяженностью  $100 \dots 300$  км. Обе схемы предусматривают производство синхронных или квазисинхронных измерений в створе наземных пунктов с использованием передвижных станций (ПС), устанавливаемых на вертолетах.

В первой схеме наблюдений, представленной на рис. 1, вертолет  $B_0$ , несущий отражатель лазерных лучей ПС, зависает над геоцентрическим створом хорды, над точкой  $X$  земной поверхности, которая заранее маркируется. Координаты этой точки определяют из предварительных вычислений с допустимой

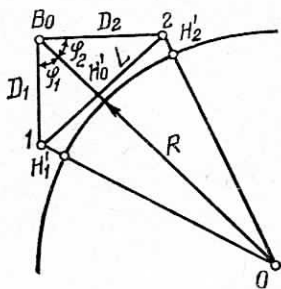


Рис. 1. Первая схема наблюдений.

погрешностью в несколько метров и наносят на карты. Высота  $h$  зависания вертолета над поверхностью Земли должна обеспечить его видимость с концевых точек 1 и 2 земной хорды. До начала измерений дополнительно находят геодезические высоты  $H$  точек 1, 2 и  $X$  земной поверхности и по этим данным вычисляют высоты  $H'$  тех же точек над сферой произвольного радиуса  $R$ . Для большей точности центр сферы помещают в центре референц-эллипсоида, и тогда высоты  $H'$  получают по формуле, предложенной в работе [1] и обеспечивающей точность вычислений до 10 см

$$H'_i = H_i + (a - R) - \frac{1}{2} a e^2 \sin^2 B_i - \frac{1}{8} a e^4 \sin^2 B_i (\sin^2 B_i - 4 \cos^2 B_i), \quad (1)$$

где  $a$  и  $e$  — соответственно большая полуось и эксцентриситет эллипсоида;  $B$  — геодезическая широта точки.

При этом высота  $H'_0$  вертолета ПС над сферой

$$H'_0 = H'_x + h. \quad (2)$$

В течение сеанса наблюдений, который длится несколько десятков секунд, режим полета вертолета должен оставаться неизменным. За этот период многократно измеряются величины  $D_1$ ,  $D_2$  и  $h$ . Чтобы измерить расстояния  $D$ , используют лазерно-спутниковую дальномерную систему, а высоту  $h$  определяют любым радио- или светодальномером.

Измерения, в идеальном случае, должны выполняться одновременно с погрешностью синхронизации импульсов менее 0,01 с при скорости вынужденного сноса вертолета до 1 м/с. Если же в течение сеанса наблюдений сохранить направление и скорость сноса ПС, то будет допустимым проведение и кратковременных квазисинхронных наблюдений, привязываемых к единой системе регистрации времени. При современной технике пилотирования вертолетов необходимая частота лазерного дальномера должна при этом составлять один—пять импульсов в секунду. Для надежного приведения результатов измерений к одному моменту времени при нелинейном характере сноса ПС требуется увеличить продолжительность и число измерений, чтобы из совместного их анализа на станциях выбрать выгоднейший для интерполирования интервал времени наблюдений.

Затем в полученные данные вводят аппаратные поправки за метеословия наблюдений.

Вычисляя длину  $L$  хорды по формуле

$$L^2 = D_1^2 + D_2^2 - 2D_1 D_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2), \quad (3)$$

где

$$\cos \varphi_i = \frac{H'_0 - H'_i}{D_i} + \frac{D_i}{2(R + H'_0)} - \frac{(H'_0 - H'_i)^2}{2D_i(R + H'_0)}, \quad (4)$$

влияние отдельных результатов измерений на величину  $L$  найдем по дифференциальной формуле [1]

$$\begin{aligned}
 dL = & \frac{1}{L} \left\{ D_1 - D_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (H_0' - H_7') \frac{D_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{D_1 \sin \varphi_1} - \right. \\
 & \left. \frac{D_1 D_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{2(R + H_0') \sin \varphi_1} \right\} dD_1 + \frac{1}{L} \left\{ D_2 - D_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \right. \\
 & \left. + (H_0' - H_2') \frac{D_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{D_2 \sin \varphi_2} - \frac{D_1 D_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{2(R + H_0') \sin \varphi_2} \right\} dD_2 + \\
 & + \frac{D_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{L \sin \varphi_1} dH_1' + \frac{D_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{L \sin \varphi_2} dH_2' + \\
 & + \frac{1}{L} \left\{ \frac{D_1 D_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{2(R + H_0')^2} \times \left( \frac{D_1}{\sin \varphi_1} + \frac{D_2}{\sin \varphi_2} \right) - \right. \\
 & \left. - \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \left( \frac{D_2}{\sin \varphi_1} + \frac{D_1}{\sin \varphi_2} \right) \right\} dH_0'. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что условия измерений, близкие к действительным, чаще всего соответствуют симметричной или примерно симметричной схеме измерений относительно точки  $B_0$ , положим для упрощения  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$  и  $2D \approx L$ . Тогда среднюю квадратическую погрешность искомой длины хорды можно вычислить по формуле

$$m_L^2 = m_{D_1}^2 + m_{D_2}^2 + \cos^2 \varphi (m_{H_1'}^2 + m_{H_2'}^2 + 4Lm_{H_0'}^2). \quad (6)$$

Для хорды длиной 200 км и высотой  $h = 2$  км  $\cos \varphi \approx 0,03$ , и если заданная точность измерения хорды из одного цикла равна  $\frac{m_L}{L} = 10^{-6}$ , то при оптимальном распределении весов измерений погрешности непосредственно измеренных величин не должны превышать  $m_D \leq 14$  см,  $m_{H_0'} \leq 55$  см,  $m_{H_1'} = m_{H_2'} \leq 86$  см.

При выполнении нескольких циклов наблюдений (а они необходимы и для контроля) можно допустить и соответственное увеличение этих погрешностей.

Дополнительные циклы для ослабления влияния рефракции на результаты измерений целесообразно выполнять в разное время суток и в различных метеоусловиях.

При анализе данного метода возникает вопрос о необходимости зависания вертолета над створом земной хорды. Влияние нестаторности наблюдений на измеренные величины  $D$  и  $h$  вычисляем по приближенным формулам.

$$\Delta D \approx \frac{S_1^2}{2D}; \quad \Delta h \approx \frac{S_2^2}{2h}. \quad (7)$$

Если взять  $\Delta_D \approx 0,2m_D$  и  $\Delta h \approx 0,2m_{H_0}$ , то это влияние окажется пренебрегаемо малым. При указанных выше заданных погрешностях  $m_D$  и  $m_{H_0}$  для  $D \approx 100$  км и  $h \approx 2$  км найдем  $S_1 = 75$  м,  $S_2 = 21$  м.

Отсюда следует, что вполне допустима погрешность зависания вертолета над точкой  $X$  земной поверхности в пределах 1...2% от высоты полета. В свою очередь влияние уклонения ПС от геоцентрического створа хорды, обусловленное уклонением отвесной линии точки  $B_0$  от геоцентрического радиусавектора  $R$ , также оказывается пренебрегаемо малым, поскольку  $S_{\text{вmax}} = \frac{10' \cdot 2000\text{м}}{3438'} = 5,5$  м.

Учитывая, однако, что уклонения  $S$  могут вызвать систематические погрешности в измеренных дальностях, целесообразно в течение сеанса наблюдений измерять в точке  $X$  уклонения вертолета от зенита этой точки и направления хорды хотя бы с точностью до 1'. Проще всего это сделать кинотеодолитом.

Недостаток рассмотренной схемы измерений — необходимость предварительного определения высот точек земной поверхности и геодезических широт этих точек, причем погрешность последних должна быть не более 1" (~30 м).

От этого недостатка свободна вторая схема наблюдений, показанная на рис. 2, которая, однако, более сложна в техническом исполнении.

Согласно этой схеме, искомую длину  $L$  хорды определяют по результатам синхронных или квазисинхронных измерений расстояний от наземных пунктов до двух ПС, устанавливаемых на вертолетах, зависающих в створе измеренной линии и одновременно измеряемого базисного расстояния  $D_0$  между ПС. Как и в предыдущем случае, расстояния  $D$  измеряют лазерным спутниковым дальномером, а удаления  $h$  — любым радио- или светодальномером. Так как

$$L^2 = h_1^2 + D_2^2 - 2h_1 D_2 \cos \alpha, \quad (8)$$

где угол  $\alpha = A_1 - A_2$  — функция измеренных расстояний, влияние отдельных результатов измерений на искомую длину  $L$  хорды здесь определяется дифференциальной формулой

$$\begin{aligned} dL = & \frac{h_1 D_2}{L l_1} \sin \alpha dD_1 - \frac{h_1 D_2}{L l_2} \sin \alpha dh_2 + \frac{h_1 D_2}{l_1 l_2} \cdot \frac{\sin \alpha}{L} \times \\ & \times \frac{\sin \alpha}{L} \cdot (l_1 \cos B_2 - l_2 \cos B_1) dD_0 + \\ & + \left[ \frac{l_2 (D_2 - h_1 \cos \alpha) + h_1 D_2 \sin \alpha \cos C_2}{L l_2} \right] dD_2 + \\ & + \left[ \frac{l_1 (h_1 - D_2 \cos \alpha) - h_1 D_2 \sin \alpha \cos C_1}{L l_1} \right] dh_1, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $l$  — высоты составляющих треугольников схемы.



Для данной схемы наблюдений при расположении ПС непосредственно над точками 1 и 2 земной поверхности, длине хорды  $L=200$  км и  $h_1=h_2=3 \dots 4$  км приближенное значение средней квадратической ошибки длины хорды находят из выражения

$$m_L^2 = m_{D_1}^2 + m_{D_2}^2 + m_{D_0}^2 + 4 \cdot 10^{-4} (m_{h_1}^2 + m_{h_2}^2). \quad (10)$$

Если расстояния  $D$  измеряют равноточно, а погрешности  $m_h \leq 2$  м, то  $m_L \approx 1,7m_D$ . При расположении ПС в створе измеряемой линии на тех же высотах, но на удалении  $30 \dots 50$  км

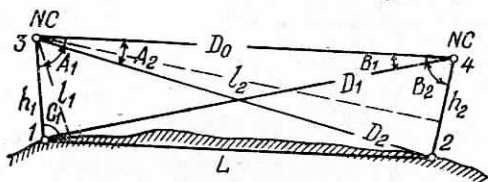


Рис. 2. Вторая схема наблюдений.

от наблюдательных станций, погрешность длины хорды возрастает до  $2,7m_D$  и увеличивается дальше с уменьшением базисного расстояния  $D_0$ .

Чтобы обеспечить относительную погрешность искомой длины хорды в пределах  $2 \cdot 10^{-6}$ , потребуется выполнить многократные измерения (как минимум три цикла) в разных метеословиях и по возможности определить в это время элементы атмосферной рефракции. В случае оптимального распределения весов измерений точность  $m_L/L = 10^{-6}$  из одного цикла наблюдений достигается при обеспечении точности непосредственных измерений в пределах  $m_D \leq 12$  см,  $m_h \leq 80$  см.

Для практической реализации данного метода измерений потребуется иметь измерительную аппаратуру со следующими характеристиками:

- а) лазерные дальномеры
  - дальность действия в атмосфере —  $200 \dots 300$  км
  - длительность импульса —  $0,2 \dots 1,0$  нс
  - частота повторения импульсов —  $1 \dots 5$  с
  - расходимость выходного луча —  $0,03 \dots 2,0$  мрад
  - счетчик времени прохождения импульсов с разрешением  $0,1 \dots 1,0$  нс (такими характеристиками уже обладают лучшие образцы дальномеров, разработанных во Франции и США [2]);
- б) система регистрации времени наблюдений или синхронизации импульсов, обеспечивающая точность в пределах  $0,01$  с;
- в) дальномеры для измерения высот ПС над поверхностью Земли, дающие погрешность не более  $0,5$  м.

Для доведения нашего предложения до производственного использования потребуются конструкторские и экспериментальные работы по созданию отечественных образцов лазерных (или иных) дальномеров с дальностью действия в атмосфере до  $300$  км и точностью непосредственных измерений в пределах

0,5 м; продолжение работ по изучению влияния рефракции на результаты измерений и разработке методов учета или компенсации этого влияния при измерении длин линий большой протяженности.

На наш взгляд, предложенные здесь схемы наблюдений при наличии соответствующей аппаратуры можно применять в геодезической практике, особенно в горных районах и районах Казахстана и Средней Азии, где много безоблачных дней.

**Список литературы:** 1. *Разумов О. С.* Пространственная геодезическая векторная сеть. — М.: Недра, 1974. 2. *Suger H., Wilson P., Nottarp K.* Das neue Nevdymium — YAG Laseren-fermessungsmesssystem der satellitenbeobachtungsstation Wittzelle. — Veröff. Bauer Kommiss. Int. Erdmus. Bauer Akad. Wiss., Astron. — Geod. Arb, 1977, № 36.

Работа поступила в редколлегию 3 января 1980 года.

УДК 528.92

*Б. Б. СЕРАПИНАС*

### **О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ФИГУР В КАЧЕСТВЕ ЭТАЛОНОВ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ПЛАНИМЕТРОВ**

Для измерений площадей по картам часто используют электронные планиметры со сканирующими устройствами и фотоэлектрическими приемниками. Такие приборы обладают высокой точностью и производительностью измерений. В проблемной лаборатории комплексного картографирования и атласов географического факультета МГУ на базе фототелеграфного аппарата «Ладога» сконструирован электронный планиметр, позволяющий измерять площади контуров как по черно-белым, так и по многоцветным изображениям [1, 2]. Погрешности измерений, в зависимости от размеров и конфигурации контуров, колеблются от долей процента до нескольких процентов.

Площади планиметром измеряют построчным сканированием изображений. При этом определяются в пределах контура длины строк сканирования  $l_i$ . Если шаг между строками сканирования  $b$ , то площадь  $S$  контура может быть вычислена по формуле

$$S = b \sum_{i=1}^n l_i, \quad (1)$$

где  $n$  — число строк. Фактически прибором фиксируются длины отрезков  $l_i$ , а время сканирования  $\tau_i$ , и площадь  $S$  вычисляется по формуле, равноценной (1):

$$S = \omega \sum_{i=1}^n f \tau_i, \quad (2)$$