

УДК 528. 061. 2

Д. И. МАСЛИЧ, Л. С. ХИЖАК, Н. И. КРАВЦОВ

К ВОПРОСУ ОБ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ КОЭФФИЦИЕНТА РЕФРАКЦИИ

При проведении геодезического нивелирования появление отрицательных значений коэффициента рефракции — не столь уж редкое явление [2, 3]. Однако вопрос этот в геодезической литературе иссле-

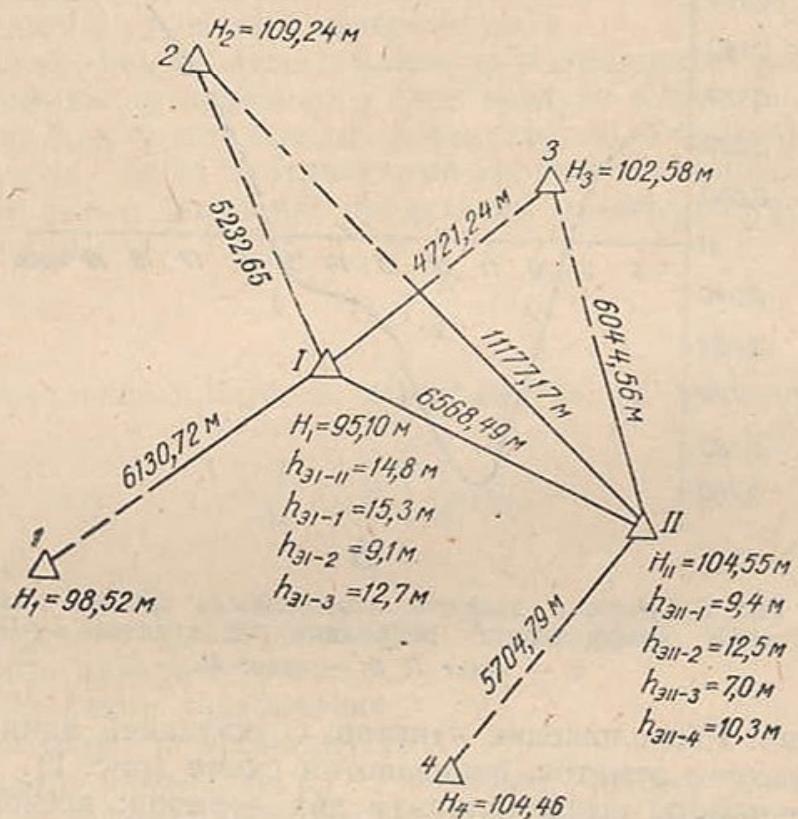


Рис. 1. Схема пунктов триангуляции.

дован мало. В данной работе делается попытка объяснить причины появления отрицательных значений коэффициента.

Как было замечено, отрицательное значение коэффициента рефракции k наблюдается чаще всего в равнинной местности при низком прохождении визирного луча над подстилающей поверхностью. Для этих условий в дневной период естественно ожидать больших по величине (до 1 град/м и даже более) отрицательных значений вертикального температурного градиента. При этом в дневное время световая кривая k будет обращена выпуклостью вниз, а значит, становится возможным переход через нуль и появление отрицательных значений коэффициента

рефракции. При положительных значениях вертикального температурного градиента появление отрицательных значений k невозможно.

Для детального исследования этого вопроса в 1966 г. нами были проделаны специальные экспериментальные работы по измерению зенитных расстояний в южном степном районе УССР, представляющем собой равнину с отметками 100—200 м. Участок работ расположен на широкой низине, расчлененной глубоко врезанными долинами, балка-

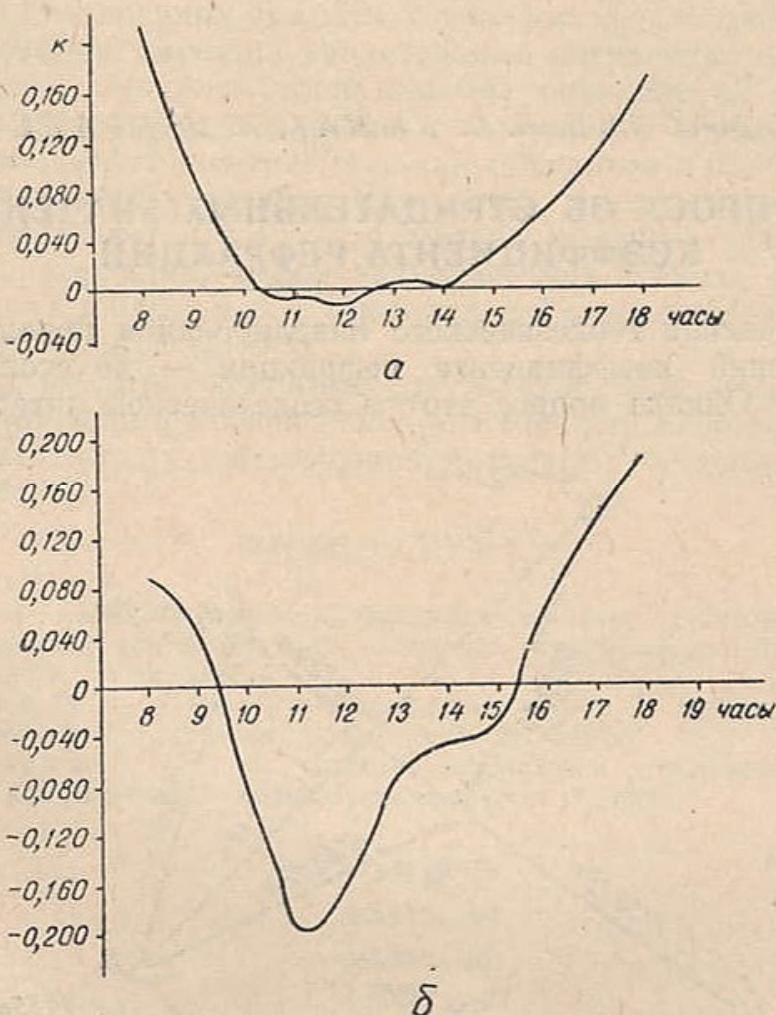


Рис. 2. Графики дневной изменяемости средних значений коэффициента рефракции на пунктах I-II:
а — пункт I; б — пункт II.

ми и оврагами. Расположение пунктов с указанием длин линий, эквивалентных высот и отметок, показано на схеме (рис. 1).

Полевые работы выполнялись в два периода: весной с 16 по 24 марта и летом с 11 по 15 июня. В весенний период температура колебалась в пределах от $-1^{\circ}6$ до $+15^{\circ}7$, а в летний — от $+8^{\circ}6$ до $+24^{\circ}6$. Наблюдения зенитных расстояний, температуры на двух высотах, давления, влажности, скорости ветра производились в светлое время суток через каждый час с пунктов I и II с фиксацией видимости, качества изображений, общего состояния погоды. С каждого пункта наблюдалось по четыре направления серией из четырех приемов. С пункта I наблюдались направления II, I, 2, 3, а с пункта II — направления I, 2, 3, 4.

Обработка материалов заключалась в определении для каждой серии средних зенитных расстояний по каждому направлению, средних значений основных метеоэлементов, а также в вычислении вертикального температурного градиента по формуле

$$\gamma = \frac{(t_b - t_n)_{cp}}{h}, \quad (1)$$

где $(t_b - t_n)_{cp}$ — средняя разность температур по показаниям верхнего t_b и нижнего t_n термометров в начале и конце наблюдений;

h — разность высот верхнего и нижнего термометров.

По значениям измеренных и теоретических зенитных расстояний общепринятым способом [3] были вычислены значения коэффициента рефракции для каждого направления из пунктов I и II и составлены графики дневной изменяемости их средних значений для каждого периода в отдельности (весна, лето). Для весеннего периода они приводятся на рис. 2.

Из графиков видно, что коэффициент рефракции имеет значительный дневной ход. Амплитуда суточного хода достигает 0,5. Наибольших положительных значений коэффициенты рефракции достигают в утренний и вечерний периоды, в то время как в дневной период, в котором преобладают отрицательные вертикальные градиенты температуры, значения γ отрицательны. Максимальные изменения коэффициент рефракции претерпевает в утренние и вечерние часы.

Как известно, наибольшее влияние на коэффициент рефракции оказывает стратификация приземного слоя воздуха и высота прохождения визирного луча над подстилающей поверхностью. Учитывая это, мы для дневного периода, когда вертикальные градиенты температуры принимают отрицательные значения, представим коэффициент рефракции в виде зависимости

$$k = a\gamma + \frac{b}{h_3} + c, \quad (2)$$

где h_3 — эквивалентная высота, вычисляемая по формуле

$$\frac{1}{h_3} = \frac{2}{S^2} \int_0^S \frac{1}{h} l dl, \quad (3)$$

в которой

l — расстояние от визирной цели до текущей точки визирования;

h — высота текущей точки;

S — длина линии визирования;

a, b, c — постоянные коэффициенты.

Для каждого направления, по которым производились измерения, составлялись уравнения типа (2). Величины k и γ в этих уравнениях вычислялись как средние из всех наблюдений дневного периода при нормальной стратификации ($\gamma < 0$). Количество значений m , из которых получены γ_{cp} и k_{cp} , колебалось в пределах 30—60 результатов. Ниже приведены уравнения в окончательном виде:

0,04470 = — a 0,30665 + b 0,06756 + c	для направления I-II
0,06290 = — a 0,32363 + b 0,06536 + c	I-1
—0,03588 = — a 0,27524 + b 0,10989 + c	I-2
0,09750 = — a 0,22819 + b 0,07874 + c	I-3
0,02918 = — a 0,07609 + b 0,10638 + c	II-I
0,04700 = — a 0,14683 + b 0,08000 + c	II-2
—0,07004 = — a 0,19893 + b 0,14286 + c	II-3
0,00586 = — a 0,10754 + b 0,09708 + c	II-4

Дальнейшая обработка заключалась в определении величин a, b , и c методом множественной линейной корреляции [1], следуя которому

$$a = \frac{r_{\gamma k} - r_{h_9 k} \cdot r_{\gamma h_9}}{1 - r_{\gamma h_9}^2} \cdot \frac{\sigma_k}{\sigma_\gamma};$$

$$b = \frac{r_{h_9 k} - r_{\gamma k} \cdot r_{\gamma h_9}}{1 - r_{\gamma h_9}^2} \cdot \frac{\sigma_k}{\sigma_{h_9}}; \quad (4)$$

$$c = \bar{k} - a\bar{\gamma} - \frac{b}{h_9},$$

где

$$\bar{\gamma} = \frac{\Sigma m \gamma}{\Sigma m};$$

$$\frac{1}{h_9} = \frac{\sum m \cdot \frac{1}{h_9}}{\Sigma m};$$

$$\bar{k} = \frac{\Sigma m k}{\Sigma m}; \quad (5)$$

$$\sigma_\gamma^2 = \frac{1}{N} \sum_{\gamma} m(\gamma - \bar{\gamma})^2 = \frac{1}{\Sigma m} \sum_{\gamma} m \delta_\gamma^2;$$

$$\sigma_{h_9}^2 = \frac{1}{\Sigma m} \sum_{h_9} m \delta_{h_9}^2; \quad (6)$$

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{\Sigma m} \sum_k m \delta_k^2,$$

а $r_{k\gamma}$, r_{kh_9} , $r_{\gamma h_9}$ — соответственно коэффициенты линейной корреляции между k и γ , k и h_9 , h_9 и γ , которые определяются по формулам

$$r_{\gamma h_9} = \frac{\Sigma m \delta_\gamma \delta_{h_9}}{N \sigma_\gamma \sigma_{h_9}};$$

$$r_{h_9 k} = \frac{\Sigma m \delta_{h_9} \delta_k}{N \sigma_{h_9} \sigma_k}; \quad (7)$$

$$r_{\gamma k} = \frac{\Sigma m \delta_\gamma \delta_k}{N \sigma_\gamma \sigma_k}.$$

В результате вычислений для величин a , b и c получены значения

$$a = +0,136;$$

$$b = -2,173;$$

$$c = +0,255;$$

а искомое нами уравнение будет иметь вид

$$k = 0,136\gamma - \frac{2,173}{h_9} + 0,255. \quad (8)$$

Приравнивая уравнение (8) к нулю и решая его относительно h_9 , найдем, при каких эквивалентных высотах следует ожидать, что коэффициент рефракции будет равен нулю:

$$h_9 = \frac{2,173}{0,255 + 0,136 \gamma} . \quad (10)$$

По формуле (10) нами вычислены h_9 для значений γ от $-0,1^\circ/m$ до $-1^\circ/m$ и построен график (рис. 3).

Кроме того, вычислены смешанный коэффициент корреляции R , а также парциальные коэффициенты корреляции $r_{kh_9}(\gamma)$ и $r_{\gamma k}(h_9)$, определяющие зависимость коэффициента рефракции от вертикального температурного градиента при постоянной эквивалентной высоте и зависимость коэффициента рефракции от эквивалентной высоты при постоянном температурном градиенте. Вычисления указанных коэффициентов производились по формулам

$$R = \sqrt{\frac{r_{\gamma k}^2 + r_{h_9 k}^2 - 2r_{h_9 \gamma} \cdot r_{kh_9} \cdot r_{\gamma k}}{1 - r_{h_9 k}^2}} ;$$

$$r_{\gamma k}(h_9) = \frac{r_{\gamma k} - r_{\gamma h_9} \cdot r_{h_9 k}}{\sqrt{(1 - r_{\gamma h_9}^2)(1 - r_{h_9 k}^2)}} ; \quad (11)$$

$$r_{h_9 k}(\gamma) = \frac{r_{h_9 k} - r_{\gamma h_9} \cdot r_{\gamma k}}{\sqrt{(1 - r_{\gamma h_9}^2)(1 - r_{\gamma k}^2)}} .$$

В результате вычислений получены следующие значения:

$$R = 0,875 ;$$

$$r_{\gamma k}(h_9) = 0,399 ;$$

$$r_{h_9 k}(\gamma) = -0,866 .$$

Как видим, уравнение вида (2) достаточно полно отражает зависимость между k и теми основными факторами (γ и h_9), которые способствуют появлению отрицательных значений коэффициента рефракции. Влияние остальных факторов на появление отрицательных значений k незначительно, так как $R=0,875$ — величина большая. Значения парциальных коэффициентов корреляции указывают на имеющуюся зависимость k от γ при постоянной эквивалентной высоте и почти линейную зависимость k от h_9 при постоянном температурном градиенте.

ВЫВОДЫ

1. Появление отрицательных значений k возможно только при нормальной стратификации приземного слоя воздуха.
2. Высота визирного луча, при которой коэффициент рефракции переходит через нуль, зависит от вертикального температурного

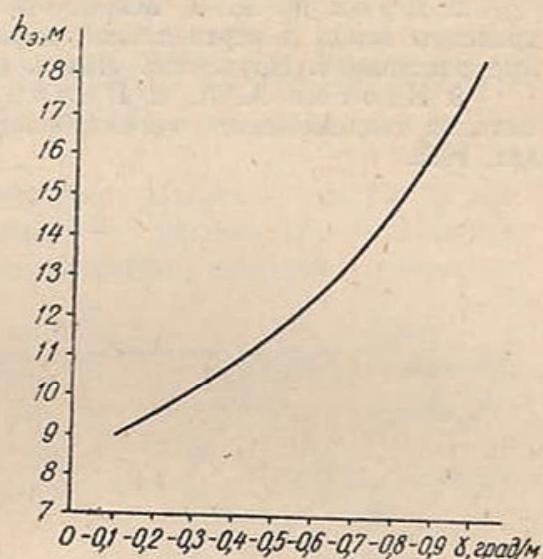


Рис. 3. График для определения h_9 , на которых возможен переход k через нуль.