МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК
1965 Геодезия, картография и аэрофотосъемка Выпуск 3

Б. С. ПУЗАНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ ПО ФОТОТЕОДОЛИТНЫМ СНИМКАМ С ПОМОЩЬЮ «ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СЕТКИ» ТРАПЕЦИЙ

В 1957—59 гг. во Всесоюзном институте «Оргэнергострой» отработана методика определения объемов земляных работ непосредственно по стереопарам фототеодолитной съемки, минуя процесс составления планов или профилей.

Новая методика предусматривает использование для подсчета объемов выполненных работ двух способов — «горизонтальной» и «вертикальной» сеток квадратов (или прямоугольников). Порядок выполнения полевых и камеральных работ указанными способами излагается в работе [1].

Способ «горизонтальной сетки» квадратов (прямоугольников) применяется в тех случаях, когда изменения рельефа на объекте невелики (например, при планировочных работах), и является более эффективным по сравнению с известными способами подсчета объемов земляных работ.

Однако при этом способе значительное время затрачивается на расчет установочных значений координат $x_л$ и p для каждой вершины сетки. Эти значения, вследствие перспективных искажений снимка, будут, как правило, числа дробные. Указанное обстоятельство затрудняет работу на стереокомпараторе при наборе пикетов на углах сетки.

Откладывая равные (целые) промежутки $\Delta x_л$ по шкале X-ов стереокомпаратора, мы выигрываем во времени при измерении снимков, но проигрываем при вычислении средневзвешенной рабочей отметки $h_{ср.в}$ на весь участок съемки вследствие неравновеликости трапеций.

Задача, следовательно, сводится к тому, чтобы получить при одинаковых (целых) установочных значениях $\Delta x_л$ на приборе такие величины p_i для каждой абсциссы (маршрута), которые позволят получить на местности сетку равновеликих трапеций. При этом условии значения рабочих отметок вершин сетки при вычислении объема можно принять равновесными.

Предположим, что мы имеем трапецию (рис. 1) с основаниями $\Delta X_д$ и $\Delta X_б$, которым соответствуют на снимке параллаксы $p_д$ и $p_б$; высоту трапеции обозначим через ΔY.

Проведем линию ΔX_0 параллельно основаниям так, чтобы она разделила исходную трапецию на две равновеликих трапеции s_1 и s_2.

Определим сначала величину ΔX_0, а затем вычислим по ней соответствующий параллакс p_0.

В соответствии с принятым условием равновеликости трапеций запишем:

$$1.\ s_1 = s_2,$$
$$2.\ s_1 + s_2 = S.$$

Выражая площади трапеций через соответствующие основания и высоты, после небольших преобразований, получаем:

$$\Delta X_0^2 = \frac{1}{2}(\Delta X_д^2 + \Delta X_б^2). \qquad (1)$$

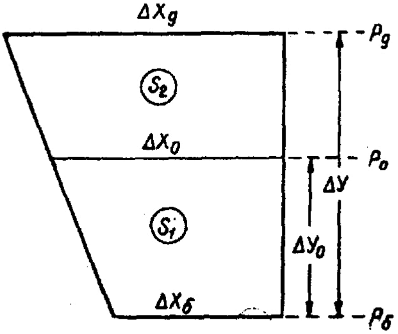

Рис. 1.

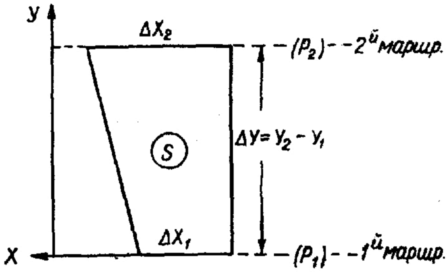

Рис. 2.

Отсюда можно записать формулу для расчета значений оснований сетки трапеций при условии их равновеликости:

$$\Delta X_i^2 = 2\Delta X_{i-1}^2 - \Delta X_{i-2}^2, \qquad (2)$$

где i — номер маршрута.

Так как размер элементарной трапеции предварительно задается, то вычисления по формуле (2) производят, начиная с 3-го маршрута и далее.

При выполнении экспериментальных работ по определению объемов формула (2) была преобразована нами и получена другая ее интерпретация.

На рис. 2 представлена элементарная трапеция с основаниями ΔX_1 и ΔX_2 и высотой ΔY.

Площадь трапеции

$$s = \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2}{2} \cdot \Delta Y,$$

где

$$\Delta Y = Y_2 - Y_1 = \frac{B \cdot f}{p_2} - \frac{B \cdot f}{p_1} = \frac{B \cdot f\,(p_1 - p_2)}{p_2 \cdot p_1} = \frac{B \cdot f \cdot \Delta p}{p_2 \cdot p_1}.$$

Подставив выражение для ΔY в формулу площади трапеции, получим:

$$s = \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2}{2} \cdot \frac{Bf\,\Delta p}{p_2 \cdot p_1}. \qquad (3)$$

Но $p_2 = \dfrac{B \cdot \Delta x}{\Delta X_2}$ и $\Delta p = p_1 - p_2$, тогда

$$s = \frac{p_1 \cdot f \cdot \Delta X_2^2 - B \cdot \Delta x \cdot f \cdot \Delta X_1}{2\,p_1 \cdot \Delta x}.$$

Отсюда

$$\Delta X_2^2 = \frac{B \cdot f \cdot \Delta x \cdot \Delta X_1 + 2\,s \cdot p_1 \cdot \Delta x}{p_1 \cdot f} = \Delta X_1^2 + \frac{2\,s \cdot \Delta x}{f}. \qquad (4)$$

Или в общем виде:

$$\Delta X_i^2 = \Delta X_{i-1}^2 + \frac{2\,s \cdot \Delta x}{f}. \qquad (5)$$

Формула (5) более удобна для применения в практике вычислений, чем формула (2).

В самом деле, приняв для упрощения вычислений поправочный член $\frac{2\,s \cdot \Delta x}{f}$ равным какому-то целому числу, например 20, и величину $\Delta X_1 = 20$ *м*, получим по формуле (5):

$$\Delta X_2^2 = 20^2 + 20 = 420 \text{ м}^2,$$

$$\Delta X_3^2 = 420 + 20 = 440 \text{ м}^2.$$

По формуле (2) при тех же значениях:

$$\Delta X_3^2 = 2\Delta X_2^2 - \Delta X_1^2 = 2 \cdot 420 - 400 = 440 \text{ м}^2.$$

Следовательно, формулы (2) и (5) идентичны.

В случае применения формулы (5) расчет установочных значений p_i на каждый маршрут участка при условии равновеликости трапеций производится по следующей схеме (табл.).

Схема расчета установочных значений p_i

№ маршрутов	ΔX_i^2 (*м*^{2})	ΔX_i (*м*)	$p_i = \frac{B\Delta x}{\Delta X_i}$ (*мм*)	$Y = \frac{f \cdot \Delta X_i}{\Delta x}$ (*м*)	Примечания
1	400	20,00	25,00	400,0	
2	420	20,49	24,40	409,8	
3	440	20,98	23,83	419,6	
4	460	21,45	23,31	429,0	
5	480	21,91	22,82	438,2	
6	500	22,36	22,36	447,2	$\Delta x = 10$ *мм*
7	520	22,80	21,93	456,0	$B = 50$ *м*
8	540	23,24	21,51	464,8	f = 200 *мм*,
9	560	23,66	21,13	473,2	$\frac{2s \cdot \Delta x}{f} = 20$ *м*
10	580	24,08	20,76	481,6	
11	600	24.50	20,41	490,0	тогда s=200 *м*

Основная расчетная формула

$$p_i = \frac{B \cdot \Delta x}{\Delta X_i}.$$

Число поясов трапеций $n = i - 1$, где i — номер маршрута.

Общая площадь массива

$$S_{\text{общ}} = s \cdot N,$$

где N — число элементарных трапеций ($N = K \cdot n$),

K — число отложенных промежутков Δx на стереокомпараторе по маршруту.

Ниже приводится пример определения объема земляных работ на площадке прямоугольной формы размером 160 *м* $\times$ 90 *м* (рис. 3). В эту площадь вписывается ряд целых элементарных трапеций и некоторое количество дробных (частей целых трапеций). На углах сетки подписаны рабочие отметки h (до десятых долей метра), которые получены как разности высот точек, измеренных по стереопарам фототеодолитных снимков до и после выработки.

Для подсчета использованы данные приведенные в таблице.

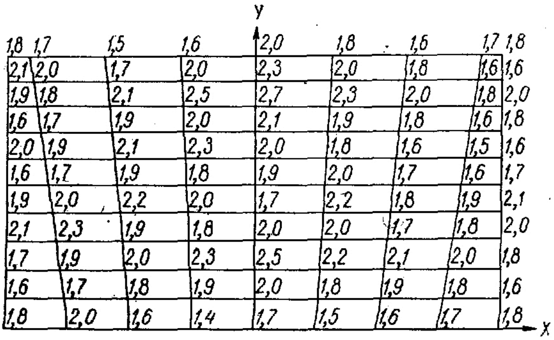

Рис. 3.

Сначала подсчитывается выработанный объем в пределах целых трапеций, а затем объем дробных частей.

$$V_{\text{цел}} = S_{\text{общ. цел}} \times h_{\text{ср.в. цел}}$$

$h_{\text{ср.в.цел}}$ подсчитывается на всю площадь целых трапеций с учетом весов.

$$h_{\text{ср.в цел}} = \frac{[h]_k + 2[h]_l + 4[h]_m}{k + 2l + 4m},$$

где k — число точек, отметки которых входят в одну трапецию,
l — " " " " " в две трапеции,
m — " " " " " в три трапеции.

Для нашего конкретного примера:

$$\left.\begin{aligned} [h]_k &= 7{,}1\ м \\ 2[h]_l &= 97{,}8\ м \\ 4[h]_m &= 360{,}0\ м \end{aligned}\right| \quad h_{\text{ср.в. цел}} = \frac{7{,}1 + 97{,}8 + 360{,}0}{4 + 28 + 180} = 2{,}19\ м.$$

Общая площадь целых трапеций на данном участке $S_{\text{общ}} = 60 \times \times s_{\text{эл}}$ равна $60 \times 200 = 12000\ м^2$.

Тогда выработанный объем в пределах площади целых трапеций будет равен:

$$V_{\text{цел}} = 12000\ м^2 \times 2{,}19\ м = 26280\ м^3.$$

Подсчитаем теперь объем в пределах дробных элементов (окраинных частей). Для упрощения вычислений вместо получения средневзвешенной отметки каждой такой части по правилу учета дробных весов можно воспользоваться простой арифметической срединой. Ошибка в подсчете объема от такого допущения, как показывают проделанные эксперименты, будет незначительна (порядка $\pm 0{,}5\%$).

Число дробных частей в данной площади будет равно $10 + 10 = 20$. Площади окраинных частей будут равны:

$$s_{\text{лев. др}} = s_{\text{пр. др}} = \frac{1}{2}(\Delta X_1 + 0{,}27\,\Delta X_{11})\,\Delta Y_{11} =$$

$$= \frac{1}{2}(20{,}00 + 6{,}67)\cdot 90 \approx 1200\ м^2.$$

Средняя арифметическая рабочая отметка для левой окраинной части в нашем примере равна:

$$h_{\text{ср. ариф. лев}} = \frac{37{,}1}{22} = 1{,}69\ м.$$

И для правой

$$h_{\text{ср. ариф. прав}} = \frac{35,1}{22} = 1,59\ м.$$

Тогда объемы будут соответственно равны:

$$V_{\text{лев. дробн}} = 1200\ м^2 \times 1,69\ м = 2028\ м^3,$$
$$V_{\text{прав. дробн}} = 1200\ м^2 \times 1,59\ м = 1908\ м^3.$$

И окончательный общий выработанный объем в пределах прямоугольной площадки (160 $м \times 90$ $м$) будет равен:

$$V_{\text{общ}} = V_{\text{цел}} + V_{\text{дробн}} = 26280\ м^3 + 3936\ м^3 = 30216\ м^3.$$

Экспериментальные работы показали, что ошибка определения объемов земляных работ новыми методами не превосходит 2—3%. Затраты времени при этом сокращаются по сравнению с существующими методами в 2—2,5 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. С. Пузанов и Н. И. Иванов. Методика измерения объемов и площадей по наземным стереоснимкам. Труды ин-та «Оргэнергострой», вып. I. М., 1959.

Работа поступила
6 марта 1965 г.