

## АЭРОФОТОСЪЕМКА

УДК 528. 735

И. Т. АНТИПОВ

### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПОСОБОВ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ФОТОТРИАНГУЛИРОВАНИИ ИЗВЕСТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ

Определение элементов внешнего ориентирования непосредственно в полете физическими методами и учет их в дальнейшем при обработке материалов аэросъемки — одно из основных средств повышения точности фотограмметрических работ. При пространственном фототриангулировании такие элементы (наиболее часто — показания статоскопа) используются двояко: либо для подсчета установочных величин, задающих ориентировку элементарной модели местности, либо для предварительного уравнивания свободной фототриангуляционной цепи. И в том, и в другом случае полученный ряд фототриангуляции впоследствии геодезически ориентируется по точкам рабочего обоснования.

Проанализируем указанные пути учета при сгущении обоснования физических данных. Для упрощения задачи сделаем известное допущение, по которому ошибки координат точек, расположенных на оси маршрута, равны ошибкам координат соответствующих центров проектирования, а также ограничимся исследованием точности определения положения только для последних.

Итак, пусть фототриангуляционный ряд содержит  $r$  секций, обеспеченных по концам опорными точками, причем длина всех секций составляет  $n$  базисов. Тогда общая протяженность ряда окажется  $p = rn$  (рис. 1). Предположим, что в полете получены линейные элементы внешнего ориентирования для каждого аэроснимка со случайными и некоррелирующими между собой ошибками  $\rho_i$ . Будем считать, что при фотограмметрических построениях в каждом элементарном звене для базисных компонентов возникают независимая  $\gamma_i$  и зависимая  $\delta$  погрешности с коэффициентами корреляции  $r_\gamma$  и  $r_\delta$  соответственно. Если вес физического определения элементов ориентирования принять за единицу, то для фотограмметрических измерений он окажется

$$\left. \begin{aligned} P_\gamma &= \frac{m_\rho^2}{m_\gamma^2} \\ P_\delta &= \frac{m_\rho^2}{m_\delta^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Использование известных элементов для подсчета установочных величин. Вычислим установочные данные и выполним с учетом их про-

странственное фототриангулирование. Тогда погрешности координат точек ряда выражаются вектором

$$(\rho)_{p+1,1} = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_p \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Выберем из формулы (2) ошибки для концов секций и составим вектор

$$(\rho)_{r+1,1} = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho_n \\ \rho_{2n} \\ \vdots \\ \rho_{rn} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

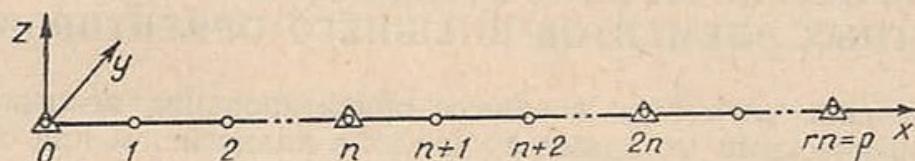


Рис. 1. Схема секций маршрута.

Если считать, что геодезические координаты опознаков практически безошибочны, то окончательная связка ряда по ним должна, строго говоря, свестись к параллельному сдвигу его на величину, являющуюся средним арифметическим от компонентов, входящих в выражение (3). Однако вследствие влияния кривизны Земли и некоторых других факторов геодезическое ориентирование приходится выполнять с использованием полинома хотя бы второй степени. В общем случае поправки в координаты точек можно представить как

$$\Delta_i^0 = C_0 + C_1 x_i + C_2 x_i^2 + \cdots + C_s x_i^s.$$

Полагая стороны хода одинаковыми и равными  $b$ , будем иметь, что

$$x_i = ib,$$

а обозначая

$$C_j b^j = B_j,$$

получим

$$\Delta_i^0 = B_0 i^0 + B_1 i^1 + B_2 i^2 + \cdots + B_s i^s. \quad (4)$$

Коэффициенты  $B_i$  аппроксимирующего полинома найдутся из решения системы начальных уравнений, которые в матричной форме будут иметь вид

$$(A)_{r+1,s+1} (B)_{s+1,1} + (\rho)_{r+1,1} = (v)_{r+1,1}, \quad (5)$$

где

$$(A)_{r+1,s+1} = \begin{bmatrix} 0^0 & 0^1 & 0^2 & \cdots & 0^s \\ n^0 & n^1 & n^2 & \cdots & n^s \\ (2n)^0 & (2n)^1 & (2n)^2 & \cdots & (2n)^s \\ (rn)^0 & (rn)^1 & (rn)^2 & \cdots & (rn)^s \end{bmatrix}.$$

Решая (5), найдем, что

$$(B)_{s+1,1} = -(Q)_{s+1,s+1} (A)_{s+1,r+1} (\rho)_{r+1,1}, \quad (6)$$

причем

$$(Q)_{s+1, s+1} = [(A)_{s+1, r+1}(A)_{r+1, s+1}]^{-1}.$$

Ошибки построения цепи запишутся как

$$(\sigma^l)_{p+1, 1} = (\Delta^0)_{p+1, 1} + (\rho)_{p+1, 1},$$

или, с учетом выражений (4) и (6),

$$(\sigma^l)_{p+1, 1} = -(A)_{p+1, s+1}(Q)_{s+1, s+1}(A)_{s+1, r+1}(\rho)_{r+1, 1} + (\rho)_{p+1, 1}.$$

Обозначим

$$(A)_{p+1, s+1}(Q)_{s+1, s+1}(A)_{s+1, r+1} = (U)_{p+1, r+1} \quad (7)$$

и дополним  $(U)_{p+1, r+1}$  до квадратичной формы  $(U)_{p+1, p+1}$  путем включения между смежными столбцами  $(U)_{p+1, r+1}$  по  $n-1$  нулевых столбцов. Тогда

$$(\sigma^l)_{p+1, 1} = -\{(U)_{p+1, p+1} - E\}(\rho)_{p+1, 1} = -(U^0)_{p+1, p+1}(\rho)_{p+1, 1}. \quad (8)$$

Перейдя от случайных величин  $\sigma_i^l$  к средней квадратической ошибке, найдем, что точность фототриангуляционных цепей, построенных по установочным данным, а затем геодезически ориентированных по точкам рабочего обоснования, характеризуется формулой

$$M_1 = \sqrt{\frac{[\sigma_i^l \sigma_i^l]}{rn+1}} = \sqrt{\frac{\sum U_{ij}^{0^2}}{rn+1}} m_p. \quad (9)$$

Если принять  $r=s=2$ , то, раскрывая входящие в формулу (9) матрицы, получим после длинного ряда преобразований, что

$$M_1 = \sqrt{\frac{3,6(n-1,1)}{2n+1}} m_p.$$

При произвольных  $r$  и  $s$  выразить  $M_1$  как явную функцию от  $n$ ,  $r$ ,  $s$  практически не представляется возможным. Поэтому автором составлена специальная программа для ЭЦВМ БЭСМ-4, которая позволила подсчитать по формуле (9) ожидаемую точность фототриангулирования при длине секции  $n=5 \div 20$ , числе их  $r=2 \div 6$  и степени полинома для геодезического ориентирования  $s=2 \div 6$ . При  $n=10$  величина  $M_1$ , выраженная в единицах  $m_p$ , характеризуется данными, приведенными в табл. 1. Как видим, лучшие результаты дает геодезическое ориентиро-

Таблица 1

Точность фототриангуляции, построенной по установочным величинам

$n$	$r$	$P=rn$	$M_1$				
			$s=2$	$s=3$	$s=4$	$s=5$	$s=6$
10	2	20	1,23				
	3	30	1,18	1,29			
	4	40	1,15	1,21	1,35		
	5	50	1,14	1,18	1,25	1,42	
	6	60	1,12	1,16	1,21	1,29	1,53

вание ряда по полиному второй степени, причем с увеличением числа секций в ряду точность  $M_1$  стремится к единице. Однако процесс сближения  $M_1$  и  $m_p$  идет сравнительно медленно, поэтому на практике достаточно ограничивать цепи тремя-четырьмя секциями. Это положение справедливо и для иных длин секций.

**Использование известных элементов для предварительного уравнения свободных цепей фототриангуляции.** В соответствии с законами накопления независимых  $\gamma$  и зависимых  $\delta$  фотограмметрических ошибок запишем, что погрешности определения координат центров проектирования в свободной цепи составят:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_0 &= \gamma_0 + \delta_0 \\ \Delta_1 &= \gamma_0 + \gamma_1 + 2\delta_0 + \delta_1 \\ \Delta_2 &= \gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2 + 3\delta_0 + 2\delta_1 + \delta_2 \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \\ \Delta_p &= \gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_p + (p+1)\delta_0 + p\delta_1 + (p-1)\delta_2 + \dots + \delta_p \end{aligned} \right\},$$

где  $\gamma_0 = \delta_0 = 0$ .

В матричной форме эти выражения можно представить уравнением

$$(\Delta)_{p+1, 1} = (g)_{p+1, p+1}(\gamma)_{p+1, 1} + (g)_{p+1, p+1}^2(\delta)_{p+1, 1}, \quad (10)$$

в котором

$$(g)_{p+1, p+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Для уравнения свободной цепи фототриангуляции по физическим данным предложено несколько способов, но все их в конечном счете можно свести к точечной аппроксимации ряда фотограмметрических величин на соответствующий ряд физических данных. Пусть такая аппроксимация выполняется по полиному  $k$ -той степени. Тогда по аналогии с уравнением (5) система уравнений погрешностей будет иметь вид

$$(A)_{p+1, k+1}(B)_{k+1, 1} + (l)_{p+1, 1} = (v)_{p+1, 1}, \quad (11)$$

где

$$(A)_{p+1, k+1} = \begin{bmatrix} 0^0 & 0^1 & 0^2 & \dots & 0^k \\ 1^0 & 1^1 & 1^2 & \dots & 1^k \\ 2^0 & 2^1 & 2^2 & \dots & 2^k \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ p^0 & p^1 & p^2 & \dots & p^k \end{bmatrix},$$

а свободные члены

$$(l)_{p+1, 1} = (\Delta)_{p+1, 1} + (p)_{p+1, 1}. \quad (12)$$

Решая выражение (11) под условием  $[vv] = \min$ , получим для вероятнейших ошибок аппроксимации

$$(v)_{p+1, 1} = - (A)_{p+1, k+1}(Q)_{k+1, k+1}(A)_{k+1, p+1}(l)_{p+1, 1} + (l)_{p+1, 1},$$

причем

$$(Q)_{k+1, k+1} = [(A)_{k+1, p+1}(A)_{p+1, k+1}]^{-1}.$$

Обозначим

$$(A)_{p+1, k+1}(Q)_{k+1, k+1}(A)_{k+1, p+1} = (F)_{p+1, p+1},$$

тогда

$$(v)_{p+1, 1} = - [(F)_{p+1, p+1} - E](l)_{p+1, 1}. \quad (13)$$

Разделим  $v_i$  пропорционально весам измерений на физические и фотограмметрические данные. Если для простоты принять  $P_\gamma = P_\delta = P$ ,

то погрешности уравненных значений координат центров проектирования составят

$$(\sigma)_{p+1,1} = (\rho)_{p+1,1} - \frac{P}{P+1} (v)_{p+1,1}.$$

С учетом выражений (10), (12) и (13) будем иметь

$$\begin{aligned} (\sigma)_{p+1,1} &= \frac{P}{P+1} \left\{ \left[ (F)_{p+1,p+1} + \frac{1}{P} E \right] (\rho)_{p+1,1} + \right. \\ &+ [(F)_{p+1,p+1} - E] (g)_{p+1,p+1} (\gamma)_{p+1,1} + [(F)_{p+1,p+1} - \right. \\ &\quad \left. \left. - E] (g)_{p+1,p+1}^2 (\delta)_{p+1,1} \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Выберем из формулы (14) вектор  $(\sigma)_{r+1,1}$  для точек, расположенных на концах секций и являющихся опознаками, и геодезически ориентируем по ним фотограмметрический ряд, составив для этого систему начальных уравнений

$$(A)_{r+1,s+1} (B')_{s+1,1} + (\sigma)_{r+1,1} = (v')_{r+1,1}.$$

Решив последние, найдем коэффициенты аппроксимирующего полинома

$$(B')_{s+1,1} = -(Q)_{s+1,s+1} (A)_{s+1,r+1} (\sigma)_{r+1,1}, \quad (15)$$

подсчитаем поправки за геодезическое ориентирование во все центры ряда

$$(\Delta^0)_{p+1,1} = (A)_{p+1,s+1} (B')_{s+1,1} \quad (16)$$

и, наконец, получим истинные ошибки построения фототриангуляции

$$(\sigma^{II})_{p+1,1} = (\sigma)_{p+1,1} + (\Delta^0)_{p+1,1}. \quad (17)$$

Подставим в формулу (17) выражения (14) и (16). Тогда с учетом (7) и (15) после ряда преобразований будем иметь

$$\begin{aligned} (\sigma^{II})_{p+1,1} &= \frac{P}{P+1} \left\{ (R)_{p+1,p+1} (\rho)_{p+1,1} + (G)_{p+1,p+1} (\gamma)_{p+1,1} + \right. \\ &\quad \left. + (D)_{p+1,p+1} (\delta)_{p+1,1} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь

$$(R)_{p+1,p+1} = (F)_{p+1,p+1} - (U)_{p+1,r+1} \left[ (F)_{r+1,p+1} + \frac{1}{P} E^* \right] - E,$$

$$(G)_{p+1,p+1} = \{(F)_{p+1,p+1} - (U)_{p+1,r+1} [(F)_{r+1,p+1} - E^*] - E\} (g)_{p+1,p+1},$$

$$(D)_{p+1,p+1} = (G)_{p+1,p+1} (g)_{p+1,p+1},$$

а матрицы  $(F)_{r+1,p+1}$  и  $E^*$  получены из  $(F)_{p+1,p+1}$  и  $E$  путем выделения из них только строк или столбцов, соответствующих точкам рабочего обоснования.

Перейдем от случайных величин  $\sigma_i^{II}$  к средней квадратической ошибке

$$M_{II} = \sqrt{\frac{[\sigma_i^{II} \sigma_i^{II}]}{rn+1}}, \quad (19)$$

или

$$M_{II} = \frac{P}{P+1} \sqrt{R m_p^2 + G m_1^2 + D m_0^2}. \quad (20)$$

Здесь

$$R = \frac{\Sigma R_{ij}^2}{rn + 1}, \quad (21)$$

$$G = \frac{\Sigma G_{ij}^2 + 2r_\gamma \Sigma G_{ij} G_{l(j+l)}}{rn + 1},$$

$$D = \frac{\Sigma D_{ij}^2 + 2r_\delta \Sigma D_{ij} D_{l(j+l)}}{rn + 1}.$$

Очевидно, что при полной прямой корреляции ( $r_\gamma = r_\delta = 1$ ), т. е. при условии, когда в каждом элементе цепи возникают только равные по величине и знаку систематические ошибки  $\gamma_i = \gamma$  и  $\delta_i = \delta$ , последние при уравнивании цепи по полиномам второй или более высокой степени будут полностью исключены. Это обстоятельство выразится аналитически как

$$\Sigma G_{ij}^2 + 2r_\gamma \Sigma G_{ij} G_{l(j+l)} = 0 \text{ при } r_\gamma = 1,$$

откуда

$$\Sigma G_{ij}^2 = -2 \Sigma G_{ij} G_{l(j+l)}$$

и

$$G = \frac{(1 - r_\gamma) \Sigma G_{ij}^2}{rn + 1}. \quad (22)$$

Аналогично

$$D = \frac{(1 - r_\delta) \Sigma D_{ij}^2}{rn + 1}. \quad (23)$$

При наличии в цепи только независимых ошибок фотограмметрических построений будем иметь

$$M_{II\gamma} = \frac{P_\gamma}{P_\gamma + 1} \sqrt{Rm_p^2 + Gm_\gamma^2} = \frac{\sqrt{P_\gamma}}{P_\gamma + 1} \sqrt{P_\gamma R + G} m_\gamma. \quad (24)$$

Если же ошибки в цепи накапливаются как зависимые, то

$$M_{II\delta} = \frac{P_\delta}{P_\delta + 1} \sqrt{Rm_p^2 + Dm_\delta^2} = \frac{\sqrt{P_\delta}}{P_\delta + 1} \sqrt{P_\delta R + D} m_\delta. \quad (25)$$

Подсчет по формулам (24) и (25) при различных параметрах ряда выполнен автором на электронной цифровой вычислительной машине. Характер изменения ожидаемой точности фототриангулирования  $M_{II}$  в зависимости от числа секций  $r$ , степени полинома для предварительного уравнивания элементов внешнего ориентирования  $k$  и степени полинома для геодезического ориентирования ряда  $s$  показывает табл. 2, составленная для веса фотограмметрических измерений  $P_\gamma = P_\delta = 1$  и коэффициентов корреляции  $r_\gamma = r_\delta = 0$ . Табл. 2 дает основание утверждать, что при фиксированном  $s$  и  $r$  варьирование степенью  $k$  в пределах  $2 \leq k \leq s$  не приводит к изменению точности фототриангулирования. Оптимальные результаты дает ряд фототриангуляции, геодезически ориентированный по полиному степени  $s=2$ . При этом предварительное уравнивание элементов внешнего ориентирования целесообразно выполнять с использованием полинома четвертой степени. Если ошибки фотограмметрических построений накапливаются как зависимые, то объединение в единый ряд более двух секций нецелесообразно. При независимых ошибках точность фототриангулирования остается практически одинаковой.

Таблица 2

## Точность фототриангуляции, уравненной по известным элементам внешнего ориентирования

Число секций	Степень полинома для уравнивания ЭВО	$M_{II\gamma}$ (для независимых фотограмметрических ошибок $\gamma$ )					$M_{II\delta}$ (для зависимых фотограмметрических ошибок $\delta$ )				
		$s=2$	$s=3$	$s=4$	$s=5$	$s=6$	$s=2$	$s=3$	$s=4$	$s=5$	$s=6$
$r=2$	$k=2$	0,90					1,56				
	$k=3$	0,89					1,15				
	$k=4$	0,89					0,94				
	$k=5$	0,91					0,91				
	$k=6$	0,92					0,90				
	$k=2$	0,92	0,95				2,26	1,64			
$r=3$	$k=3$	0,89	0,95				1,52	1,64			
	$k=4$	0,88	0,94				1,23	1,38			
	$k=5$	0,87	0,92				1,04	1,07			
	$k=6$	0,87	0,92				0,93	0,97			
	$k=2$	0,96	0,93	1,01			3,13	2,02	1,80		
	$k=3$	0,91	0,93	1,01			2,03	2,02	1,80		
$r=4$	$k=4$	0,88	0,91	1,01			1,54	1,53	1,80		
	$k=5$	0,87	0,89	1,00			1,25	1,30	1,60		
	$k=6$	0,86	0,89	0,96			1,09	1,14	1,21		
	$k=2$	1,00	0,95	0,95	1,09		4,14	2,60	1,95	2,05	
	$k=3$	0,94	0,95	0,95	1,09		2,62	2,60	1,95	2,05	
	$k=4$	0,90	0,92	0,95	1,09		1,93	1,91	1,95	2,05	
$r=5$	$k=5$	0,88	0,89	0,93	1,09		1,54	1,54	1,60	2,05	
	$k=6$	0,86	0,88	0,92	1,08		1,30	1,30	1,38	1,88	
	$k=2$	1,05	0,98	0,95	0,98	1,21	5,24	3,27	2,35	1,98	2,45
	$k=3$	0,97	0,98	0,95	0,98	1,21	3,28	3,27	2,35	1,98	2,45
	$k=4$	0,92	0,93	0,95	0,98	1,21	2,36	2,35	2,35	1,98	2,45
	$k=5$	0,89	0,90	0,92	0,98	1,21	1,86	1,86	1,85	1,98	2,45
$r=6$	$k=6$	0,87	0,88	0,91	0,97	1,21	1,54	1,53	1,57	1,72	2,45

ковой для двух-четырех секций. Эти положения сохраняют свое значение и для иных длин секций и весов.

Сопоставим ожидаемые точности фототриангулирования  $M_1$  и  $M_{II}$ . На рис. 2 и 3 последние представлены для независимых  $M_{II\gamma}$  и зависимых  $M_{II\delta}$  ошибок фотограмметрических построений, причем принято, что такие построения выполнены с учетом предыдущих выводов. На рисунках по оси абсцисс отложены длины секций  $n$ . Кривые  $M_1$  выражают средние квадратические ошибки определения положения точек, если ряд построен по установочным данным. Прочие кривые характеризуют точность сгущения для второго случая использования известных элементов внешнего ориентирования при различных весах фотограмметрических измерений и при нулевых коэффициентах корреляции  $r_\gamma$  и  $r_\delta$ . Для  $r_\gamma \neq 0$  и  $r_\delta \neq 0$  кривые  $M_{II}$  разместятся ниже, причем при  $r_\gamma = r_\delta = 0,5$  такое понижение составит примерно 0,1—0,2 деления. Приведенные графики позволяют выбрать наиболее выгодный способ использования известных элементов внешнего ориентирования. Если при заданных весе  $P$  и длине секции  $n$  ошибка  $M_{II} > M_1$ , то фототриангуляционные цепи рационально строить по установочным данным. В противном случае предпочтительно использовать известные элементы внешнего ориентирования для предварительного уравнивания ряда.

В статье [1] выполнен анализ точности фототриангуляции, построенной без использования полученных в полете элементов внешнего ориентирования. При этом показано, что наилучшие результаты дает гео-

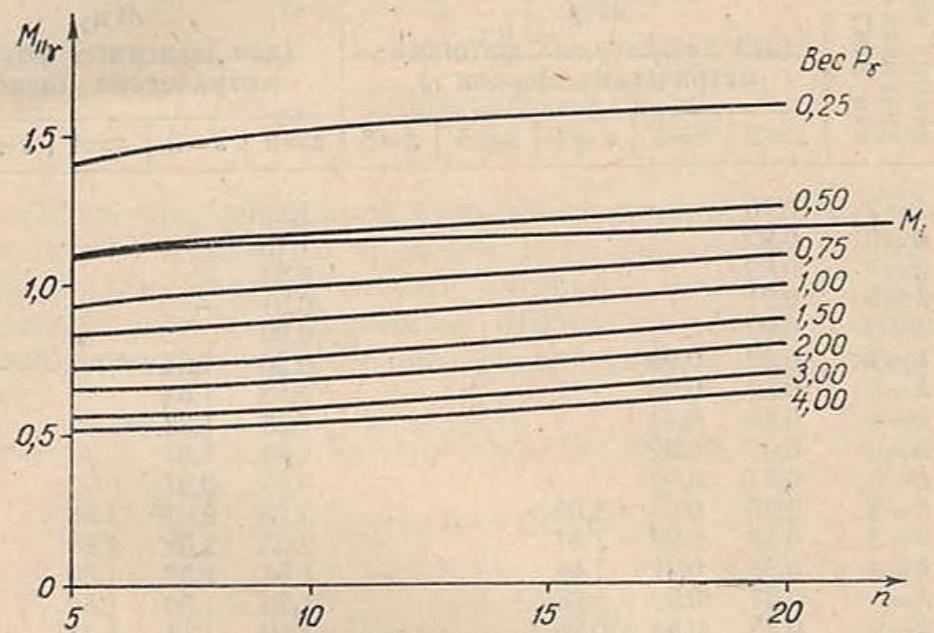


Рис. 2. График точности фототриангулирования при независимых случайных ошибках.

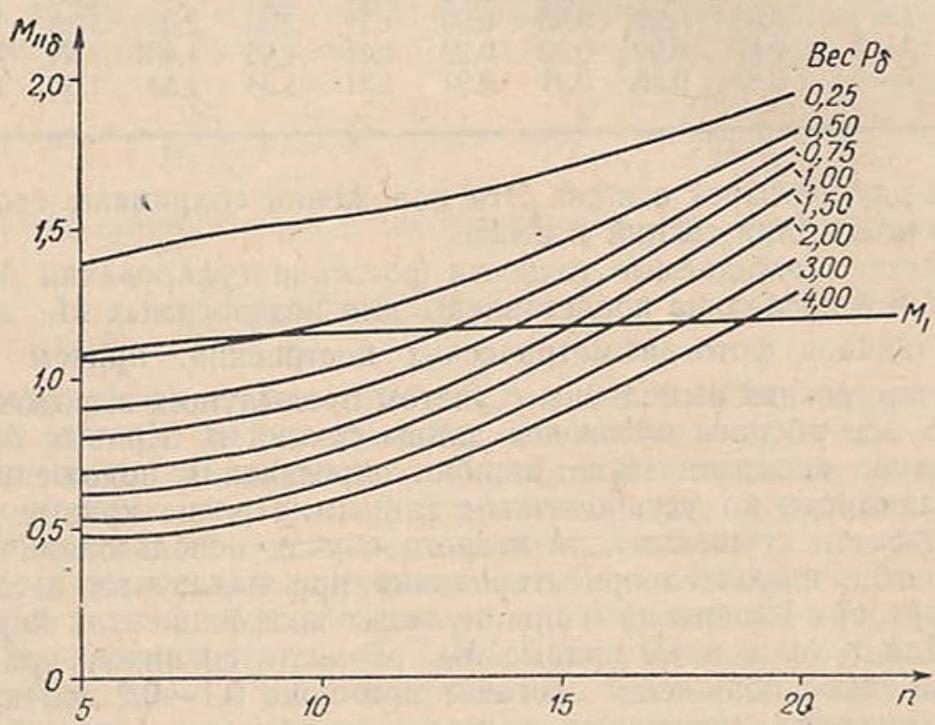


Рис. 3. График точности фототриангулирования при зависимых случайных ошибках.

дезическое ориентирование свободных цепей, состоящих из двух секций, по полиному второй степени, причем средние квадратические ошибки координат определяемых точек выражаются формулами

$$M_{\gamma} = \frac{0,530}{\sqrt{2}} \sqrt{n} m_{\gamma}, \quad (26)$$

или

$$M_{\delta} = \frac{0,125}{\sqrt{2}} \sqrt{n^3 + 2n} m_{\delta}. \quad (27)$$

Перепишем последние с учетом выражений (1):

$$M_{\gamma} = 0,420 \sqrt{\frac{n}{P_{\gamma}}} m_{\rho},$$

$$M_{\delta} = 0,088 \sqrt{\frac{n^3 + 2n}{P_{\delta}}} m_{\rho}.$$

Поделим  $M_{\gamma}$  на меньшую из величин  $M_{I_{\gamma}}$ ,  $M_I$ , т. е. составим отношение

$$\lambda_{\gamma} = M_{\gamma} : M_{I_{\gamma}} \quad (\text{или } \lambda_{\gamma} = M_{\gamma} : M_I) \quad (28)$$

и аналогично

$$\lambda_{\delta} = M_{\delta} : M_{I_{\delta}} \quad (\text{или } \lambda_{\delta} = M_{\delta} : M_I). \quad (29)$$

Теперь коэффициенты  $\lambda_{\gamma}$  и  $\lambda_{\delta}$  будут характеризовать рост точности фототриангулирования за счет известных элементов внешнего ориентирования. Результаты подсчета по формулам (28) и (29) приведены в табл. 3, которая наглядно свидетельствует о большой выгоде использования при сгущении обоснования дополнительных данных, особенно при значительной длине секций и малом весе фотограмметрических данных.

Таблица 3

Рост точности фототриангуляции, уравненной  
по известным элементам внешнего ориентирования

Вес изме- рений $P_{\gamma} = P_{\delta}$	$\lambda_{\gamma}$ (для независимых фотограмметри- ческих ошибок $\gamma$ )				$\lambda_{\delta}$ (для зависимых фотограмметри- ческих ошибок $\delta$ )			
	$n=5$	$n=10$	$n=15$	$n=20$	$n=5$	$n=10$	$n=15$	$n=20$
0,25	1,71	2,30	2,76	3,17	1,88	4,88	8,76	13,42
0,50	1,21	1,63	1,95	2,24	1,36	3,46	6,20	9,50
0,75	1,15	1,55	1,80	1,98	1,31	3,15	5,06	7,75
1,00	1,12	1,50	1,73	1,87	1,27	3,01	4,38	6,71
1,50	1,06	1,42	1,62	1,74	1,22	2,82	3,69	5,48
2,00	1,02	1,36	1,55	1,66	1,18	2,69	3,41	4,75
3,00	0,95	1,29	1,47	1,55	1,13	2,51	3,11	3,88
4,00	0,91	1,23	1,40	1,51	1,06	2,39	2,97	3,36

Для экспериментальной проверки теоретических положений автором по специальной программе смоделирован на электронной цифровой вычислительной машине процесс пространственного фототриангулирования. При этом координаты центров проектирования считались известными, и они использованы по обоим рассмотренным выше способам. При макетировании аэросъемочных маршрутов в физические дан-

ные введены случайные погрешности, распределенные по нормальному закону с дисперсией  $m_p^2$ . Ошибки фотограмметрических построений принимались состоящими как из систематической  $t$ , так и из случайной  $v$  составляющих, причем соотношение между ними задавалось коэффициентом корреляции

$$r = \frac{t^2}{m_v^2 + t^2}.$$

Сумма  $m_v^2 + t^2$  для независимых ошибок считалась равной  $m_t^2$ , а для зависимых —  $m_\delta^2$ . Значения величин  $v$  и  $t$  определялись исходя из выбранного веса  $P_t$  или  $P_\delta$ .

При фототриангулировании длины секций  $n$  приняты равными 5 базисам, число секций  $r$  — от 2 до 6, а степени полинома для геодезического ориентирования ряда  $s$  и для предварительного уравнивания координат центров проектирования  $k$  — от 2 до 4. Для всех возможных комбинаций  $r, s$  и  $k$  решено по 50 маршрутов как при независимом, так и при зависимом накоплении погрешностей фотограмметрических построений. Оценка точности фототриангулирования выполнена в единицах  $m_p$ . Не приводя здесь обширных численных данных, отметим, что уклонения экспериментальных значений точности от ожидаемых не превосходили 3—4%. Таким образом, результаты теоретического анализа полностью подтвердились.

Резюмируя сказанное, можно сформулировать следующие основные выводы:

1. Эффективность использования элементов внешнего ориентирования, определенных непосредственно в полете, быстро растет с повышением точности их и увеличением длины секций; учет их желателен в большинстве случаев сгущения обоснования.

2. В основе выбора оптимального способа учета элементов внешнего ориентирования должно лежать соотношение между точностью физических измерений и средним квадратическим значением для случайной части погрешностей фотограмметрических определений соответствующей величины в элементарном звене ряда.

3. По установочным данным фототриангуляционный ряд целесообразно строить при низком весе фотограмметрических измерений (поправка 0,5 или менее) — для любого характера ошибок в цепи, а при наличии зависимых погрешностей — при таких весах и длинах секций:

Вес $P_\delta$	0,75	1,00	1,50	2,00	3,00	4,00
Длина секции $n$	13	14	15	16	17	18

4. В иных случаях предпочтительнее развивать свободные фототриангуляционные цепи и уравнивать их по физическим данным, используя для этого полином четвертой степени.

5. Геодезическое ориентирование необходимо выполнять по полиному второй степени, причем число секций в фототриангуляционной цепи должно составлять: три-четыре — если ряд построен по установочным величинам; две-три — если деформация ряда подчинена закономерностям накопления независимых ошибок; две — если ошибки фотограмметрических построений накапливаются как зависимые.

#### ЛИТЕРАТУРА

Антипов И. Т. О геодезическом ориентировании цепей пространственной аналитической фототриангуляции. Труды НИИГАиК, т. XX, 1967.