

## СВЯЗЬ МЕЖДУ КОЛЕБАНИЯМИ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ОШИБКАМИ УГЛОВ РЕФРАКЦИОННОГО ПРОИСХОДЖЕНИЯ

В последнее десятилетие исследованию влияний ошибок рефракционного происхождения на точность измерения углов в триангуляции посвящено много работ. Но тем не менее задача об учете рефракционных искажений практически не решена; более того, разработанные рекомендации по уменьшению влияния ошибок рефракции в большинстве случаев в производственной практике не применяются. Такое игнорирование производственными учреждениями результатов современных исследований по рефракции имеет свои веские причины. Действительно, если проанализировать результаты исследований по рефракции, то все они в общем случае сводятся к выбору так называемого «наивыгоднейшего» времени наблюдений углов, под которым подразумеваются время, когда значения отдельных углов минимально искажаются ошибками рефракционного происхождения. Здесь, конечно, необходимо отметить, что указанное выше «наивыгоднейшее» время наблюдений не является конкретно определенным моментом, одинаковым для каждого суток, а зависит от метеорологических условий и других причин, которые очень трудно поддаются учету.

Кроме того, на протяжении суток имеется два периода, в которые практически можно производить угловые измерения, это так называемые периоды спокойных изображений. Наблюдения углов в другие периоды, когда изображения колеблющиеся, вряд ли могут привести к повышению точности измерения углов, даже если в эти периоды ошибки рефракционного происхождения минимальны. Следовательно, если рекомендации научных исследований по уменьшению влияния рефракционных искажений углов не связаны с упомянутыми выше периодами спокойных изображений, то, естественно, такие рекомендации в большинстве случаев теряют свою практическую ценность. А поэтому наиболее целесообразно производить исследования рефракционных искажений

не на протяжении всех суток, а в интервале спокойных изображений, так как только в этом интервале любые рекомендации относительно ослабления влияния ошибок рефракции на точность измерения углов в триангуляции могут быть практически приемлемыми.

В настоящей статье мы делаем попытку объяснить сущность короткопериодических колебаний хотя бы в первом приближении, а также найти зависимость между ними и ошибками рефракции.

Естественно предположить, что причиной короткопериодических колебаний изображений являются очень быстрые изменения во времени показателя преломления света, вызванные в основном изменениями температуры.

Как показали исследования метеорологов, короткопериодические колебания температуры вызваны турбулентными (вихревозобразными) движениями воздуха, в результате которых в приземном слое происходит непрерывный перенос вместе с движущимися частицами различных субстанций: количества движения, теплосодержания, количества водяного пара, примеси пыли и т. д. Поэтому изображения будут спокойными в некотором промежутке времени (короткопериодические колебания температуры будут отсутствовать), если: 1. Температурное поле, в котором проходит визирный луч, будет однородным и стационарным, т. е.  $T(x,y,z,t) = C$  или 2. В указанном промежутке времени турбулентные движения отсутствуют.

В самом деле, в первом случае любые движения отдельных частиц воздуха не могут изменить температуры в данной точке, если только пренебречь незначительными изменениями внутренней энергии этих частиц при их движении. Прежде чем перейти к рассмотрению второго случая напомним, что турбулентность воздушного потока в приземном слое воздуха определяется двумя факторами: термическим (движения относительно теплых и относительно холодных частиц, вызванных архимедовыми силами) и динамическим (вызванным ветром и шероховатостью подстилающей поверхности). Очевидно, что мощность турбулентных движений в значительной степени зависит от стратификации приземного слоя воздуха.

Влияние устойчивости приземного слоя воздуха на турбулентный обмен характеризуется безразмерным числом Ричардсона.

$$R_i = \frac{g}{T} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2, \quad (1)$$

и с. при

$$R_i \geq R_{i(\text{кр})}$$

турбулентность затухает, и при

$$R_i < R_{i(\text{кр})}$$

турбулентные движения усиливаются.

В формуле (1)  $g$  — ускорение силы тяжести,  $T$  — абсолютная температура;  $u$  — скорость ветра,  $R_{i(\text{кр})}$  — критическое значение числа Ричардсона. Преобразуем выражение (1). Из курса динамической метеорологии известно, что [4]

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{D_T(z_1, z_2)}{K} (T_2 - T_1) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{D_T(z_1, z_2)}{K} (u_2 - u_1), \quad (3)$$

где  $D_T(z_1, z_2)$  — турбулентная проводимость слоя  $z_1 < z < z_2$ ,  $K$  — коэффициент турбулентного перемешивания,  $T_1, T_2, u_1, u_2$  — соответственно температура и скорость ветра на высотах  $z_1$  и  $z_2$ . Или, если ввести понятие шероховатости  $z_0$  (высота над подстилающей поверхностью, для которой скорость ветра равна 0), выражение (3) можно переписать в виде

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{D_T(z_0, z_2)}{K} \cdot u. \quad (4)$$

Здесь  $u$  — скорость ветра на высоте  $z$ . Учитывая (2) и (4), получим:

$$R_i = \frac{g}{T} \frac{D_T(z_1, z_2) \cdot K}{[D_T(z_0, z)]^2} \frac{(T_2 - T_1)}{u^2}. \quad (5)$$

В приземном слое воздуха множитель

$$\frac{D_T(z_1, z_2) \cdot K}{[D_T(z_0, z)]^2} \quad (6)$$

можно считать не зависящим от влияния устойчивости на турбулентный обмен. Действительно,

$$D_T(z_1, z_2) = \frac{1}{z_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{K}, \quad (7)$$

Если принять во внимание гипотезу М. И. Будыко, которая оправдала себя на практике [1], то для коэффициента турбулентности получим:

$$K = \pi m v_* z. \quad (8)$$

Здесь  $\kappa$  — безразмерная постоянная Кармана,  $m$  — безразмерный параметр, зависящий от стратификации,  $v_*$  — динамическая скорость.

Принимая во внимание (7) и (8), для множителя (6) получим:

$$\frac{D_T(z_1, z_2) \cdot \kappa}{[D_T(z_0, z)]^2} = \frac{\ln \frac{z}{z_0}}{\ln \frac{z_2}{z_1}} \cdot z, \quad (9)$$

причем  $z_1 \approx z_0$ .

Подставляя (9) в (5), можем написать

$$R_i = \frac{g}{T} \frac{\ln \frac{z_1}{z_0}}{\ln \frac{z_2}{z_1}} \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{u^2} \cdot z. \quad (10)$$

Как видно из (10), значение  $\frac{g}{T}$  для нашего слоя воздуха, расположенного над определенной подстилающей поверхностью, зависит в основном от разности температур на границе слоя и скорости ветра.

Очевидно, что для определенного слоя воздуха турбулентные движения будут затухающими, если при данной разности температур скорость ветра будет меньше некоторого критического ее значения  $u_{kp}$ .

Определим критическое значение скорости ветра для максимально возможных вертикальных разностей температур. Для этого в формуле (10) необходимо подставить вместо  $R_i$  его критическое значение. Тогда

$$u_{kp} = \sqrt{\frac{g}{T} \frac{\ln \frac{z}{z_0}}{\ln \frac{z_2}{z_1}} \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{R_{i(kp)}} \cdot z}. \quad (11)$$

Рассмотрим двухметровый слой, в котором наиболее ярко выражены температурные неоднородности воздуха, и примем, что  $z_1 \approx z_0 = 10 \text{ см}$ ,  $z_2 = 2 \text{ м}$ ,  $T = 290^\circ$ ,  $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$ ,  $T_2 - T_1 = 5,0^\circ\text{C}$ ,  $z = 1 \text{ м}$ ,  $R_{i(kp)} = 0,1$ . Это значение примерно соответствует среднему из результатов, полученных рядом авторов. Для приведенных выше данных

$$u_{(kp)} = 0,4 \text{ м/сек.}$$

Из этих подсчетов следует, что даже при глубокой инверсии достаточно очень слабого ветра, чтобы начали возрастать турбулентные движения. Поэтому мы приходим к за-

ключению, что при ветреной погоде изображения будут спокойными, если температурное поле однородно, а при тихой погоде изображения будут спокойными, когда температурное поле однородно или когда выполняется условие

$$T_2 - T_1 \geq 0. \quad (12)$$

Таким образом, интенсивность колебаний изображений зависит в основном от: 1) скорости ветра, 2) стратификации приземного слоя воздуха и 3) степени неоднородности температурного поля, причем при прочих равных условиях неоднородность температурного поля является решающим фактором.

Здесь мы в первом приближении считаем, что в приземном 10—20-метровом слое воздуха интенсивность колебаний изображений не зависит от высоты над подстилающей поверхностью и шероховатости последней.

С целью изучения влияния указанных факторов на интенсивность колебаний изображений на геодезическом полигоне Львовского политехнического института в 1962 г. производились специальные исследования. Приведем методику исследований.

На равнинной местности (выгон) были созданы четыре опытных площадки размером  $3 \times 3$  м. Первая площадка представляла собой миниатюрный водоем глубиной 40 см; вторая, третья и четвертая были покрыты соответственно песком, травой и черноземом. Такие покрытия характерны для естественных условий, причем различия теплотехнических свойств покрытий достаточно велики. На высоте 5 см на площадками подвешивались термометры сопротивления. Рядом с площадками была установлена мачта, на которой на высоте 1,5 и 3 м подвешивались электропсихрометры, а на высоте 4,5 м — контактный анемометр. Наблюдения температуры над площадками и на двух указанных высотах производились круглосуточно через два часа, а начиная с 16 часов и кончая 20 — через 0,5 часа, на протяжении 12 дней, с 12 по 27 сентября.

В периоды температурных измерений определялись скорость ветра и влажность воздуха. Кроме того, одновременно с метеорологическими наблюдениями по трехбалльной системе (1 — спокойные, 2 — слегка колеблющиеся и 3 — сильно колеблющиеся) оценивались колебания изображений визирной марки в трубе (марка находилась на расстоянии 700 м, а визирный луч проходил на высоте примерно 80 см над подстилающей поверхностью).

Перейдем к рассмотрению результатов исследований. Прежде всего остановимся на вопросе о зависимости неоднородностей температурного поля от времени суток и метео-

рологических условий. В нашем случае будем считать температурное поле однородным в некотором промежутке времени, если в этом промежутке температура над площадками и на двух высотах будет одинаковой. Не прибегая к специальным исследованиям, можно утверждать, что в пасмурную погоду, когда напряжение солнечной радиации очень незначительно, температурные различия поля будут минимальными, а следовательно, и изображения спокойными или слегка колеблющимися.

На рис. 1 представлены графики среднего за шесть ясных дней суточного хода температуры над площадками и на

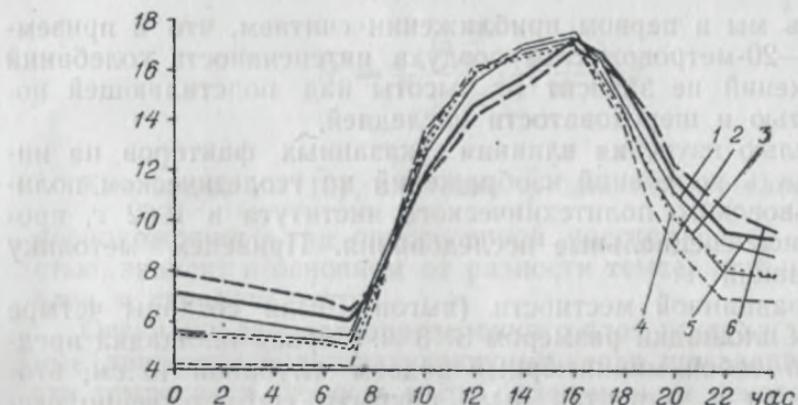


Рис. 1. Изменение неоднородности температурного поля на протяжении суток.

1 — над водой; 2 — над песком, 3 — над травой; 4 — над черноземом; 5 — на высоте 1,5 м; 6 — на высоте 3 м.

высотах 1,5 и 3 м над выгоном. Из приведенных на рис. 1 графиков непосредственно вытекает, что в периоды, близкие к моментам установления изотермии, в приземном слое воздуха происходит значительное выравнивание температуры.

На рис. 2 показана зависимость интенсивности колебаний изображений от скорости ветра и степени неоднородности температурного поля. (Цифрами на этом рисунке показано скорость ветра в  $m/sec^2$  на высоте 4,5 м над подстилающей поверхностью). Анализируя данные, приведенные на рис. 2, нетрудно заметить зависимость интенсивности колебаний изображений от скорости ветра и степени неоднородности температурного поля. Так, при большой неоднородности, но при слабом ветре, см. рис. 2, а) периоды спокойных изображений совпадают с инверсионными периодами. При ветреной погоде периоды слабых колебаний совпадают с периодами, в которых температурные неоднородности поля минимальны, т. е. ветер вскрывает степень неоднородности температурного

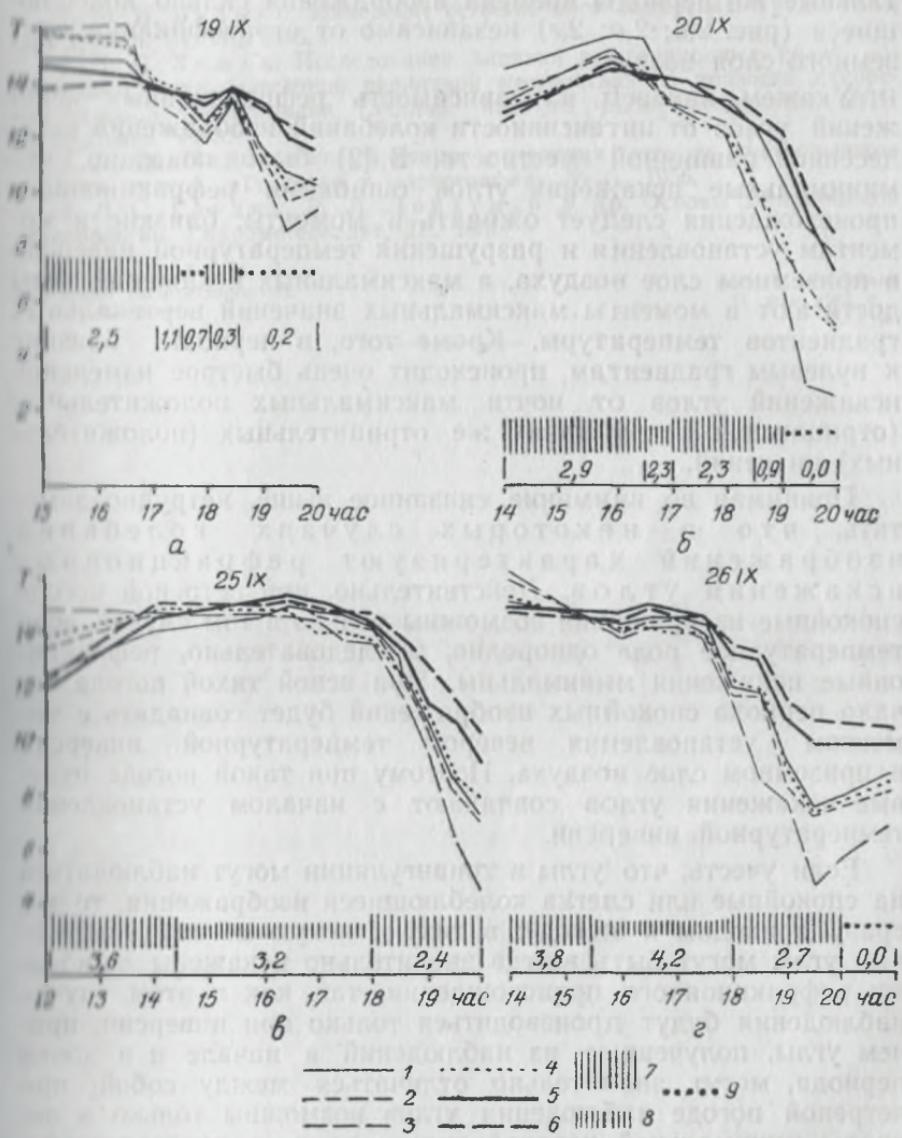


Рис. 2. Зависимость интенсивности колебаний изображений от скорости ветра, стратификации приземного слоя воздуха и неоднородности температурного поля.

Обозначения 1—6 — те же, что и на рис. 1; 7 — сильные колебания; 8 — слабые колебания; 9 — спокойные изображения.

поля, которая проявляется в колебаниях изображений. В остальные же периоды времени изображения сильно колеблющиеся (рис. 2,б; 2,в; 2,г) независимо от стратификации приземного слоя воздуха.

Укажем, наконец, на зависимость рефракционных искажений углов от интенсивности колебаний изображений в заlesенной равнинной местности. В [2] было показано, что минимальные искажения углов ошибками рефракционного происхождения следует ожидать в моменты, близкие к моментам установления и разрушения температурной инверсии в приземном слое воздуха, а максимальных искажений углы достигают в моменты максимальных значений вертикальных градиентов температуры. Кроме того, в периоды, близкие к нулевым градиентам, происходит очень быстрое изменение искажений углов от почти максимальных положительных (отрицательных) до таких же отрицательных (положительных) значений.

Принимая во внимание сказанное выше, нетрудно заметить, что в некоторых случаях колебания изображений характеризуют рефракционные искажения углов. Действительно, при ветреной погоде спокойные изображения возможны только в том случае, если температурное поле однородно, а, следовательно, рефракционные искажения минимальны. При ясной тихой погоде начало периода спокойных изображений будет совпадать с моментом установления вечером температурной инверсии в приземном слое воздуха. Поэтому при такой погоде нулевые искажения углов совпадают с началом установления температурной инверсии.

Если учесть, что углы в триангуляции могут наблюдаться на спокойные или слегка колеблющиеся изображения, то мы сразу приходим к выводу: в тихую, ясную погоду измеренные углы могут быть всегда значительно искажены ошибками рефракционного происхождения, так как в этом случае наблюдения будут производиться только при инверсии, причем углы, полученные из наблюдений в начале и в конце периода, могут значительно отличаться между собой; при ветреной погоде наблюдения углов возможны только в периоды минимальной неоднородности поля, а следовательно, и минимальных искажений углов ошибками рефракционного происхождения.

Все сказанное выше необходимо принять во внимание при составлении программы наблюдения углов для тех участков, для которых вертикальные градиенты температуры являются основным фактором, порождающим рефракционные искажения углов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Бу́дыко. Измерение естественного испарения. Труды ГГО, сер. 1, вып. 34, Л., 1946.
2. Л. С. Хижак. Исследование влияния рефракционных полей, образующихся над залесенной равнинной местностью, на точность измерения углов в триангуляции. Сборник научных работ аспирантов ЛПИ № 2, Львов, 1963.
3. Л. П. Пеллине. Причины появления невязок треугольников с одним знаком. «Геодезия и картография» № 5, 1956.
4. Л. С. Гандин, Д. Л. Лейхтман и др. Основы динамической метеорологии. Гидрометеоиздат, Л., 1955.

Львовский политехнический  
институт

Работа поступила  
21 мая 1964 г.