

*Р. М. РУДЫЙ***К АНАЛИЗУ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ**

При наземной топографической съемке, как и при картографировании автоматическими методами, возникает вопрос о необходимом и достаточном количестве пикетных точек для полного отображения морфометрических и морфографических характеристик рельефа [1]. Количество пикетных точек зависит от контуров рельефа местности, а при картографировании малообжитых районов и шельфа определяется, главным образом, характером рельефа.

Вполне очевидно, что густота высотных точек зависит от назначения и масштаба съемки, принятой высоты сечения и характера рельефа. В отличие от первых трех факторов особенности рельефа труднее выразить количественной характеристикой. Такой фактор, как расчлененность рельефа, представляет несомненный интерес особенно при разработке автоматических методов картографирования, когда нельзя визуалью оценить пересеченность местности и другие ее характеристики, а также при съемке шельфа, когда визуальный осмотр поверхности вообще затруднительный.

Привлечение методов спектрального анализа позволяет оценить степень расчлененности рельефа и классифицировать местность по типам в зависимости от степени пересеченности.

Пусть информация о рельефе местности представлена с помощью отсчетов, взятых в узлах квадратной сети, т. е. функция

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

определяется набором ее выборочных значений, взятых в дискретных точках плоскости xy . Если эти точки-пикеты взяты достаточно близко друг к другу, то выборочные данные хорошо представляют рельеф местности. Если же пикеты взяты с увеличенным интервалом, то отобразить с достаточной точностью картографируемую местность сложно.

Вопрос об оптимальном интервале между пикетными точками может быть решен с использованием теоремы В. А. Котельникова. Применение данной теоремы позволяет установить соответствие между изменениями рельефа и высокими пространственными частотами в его спектре. Если спектр рельефа не содержит высоких пространственных частот, то такой рельеф не имеет резких перепадов отметок и пикетные точки могут располагаться реже, если же спектру присущи высокие частоты, интервал между пикетами следует выбирать меньше. В [3] приведена методика вычисления оптимального интервала между пикетными точками профиля. Так как профилирование можно вести в различных направлениях, то для определения оптимального интервала между пикетными точками для отображения рельефа местности необходимо построить профили по всем возможным направлениям, что не совсем удобно. На наш взгляд, для решения поставленной задачи следует воспользоваться двумерной теорией выборки [2]. Используя двумерную теорию выборки, рельеф местности можно безошибочно воспроизвести, если пикетные точки располагать через интервалы

$$\Delta x_0 = \frac{1}{2fx_0}; \quad \Delta y_0 = \frac{1}{2fy_0}, \quad (2)$$

где $\Delta x_0, \Delta y_0$ — искомые оптимальные интервалы вдоль осей x, y ; fx_0, fy_0 — наивысшие частоты, присущие данному спектру.

Чем больше полоса частот, тем быстрее меняется рельеф и тем чаще должны располагаться пикетные точки. Если функция,

которой выражен рельеф местности, имеет различную полосу частот в направлении осей x и y , то спектр $G(fx, fy) = 0$, если $|fx| > |fx_0|$ или $|fy| > |fy_0|$. В этом случае пикетные точки следует располагать по прямоугольной сетке через интервалы $1/2fx_0$ и $1/2fy_0$ в направлении осей x и y соответственно.

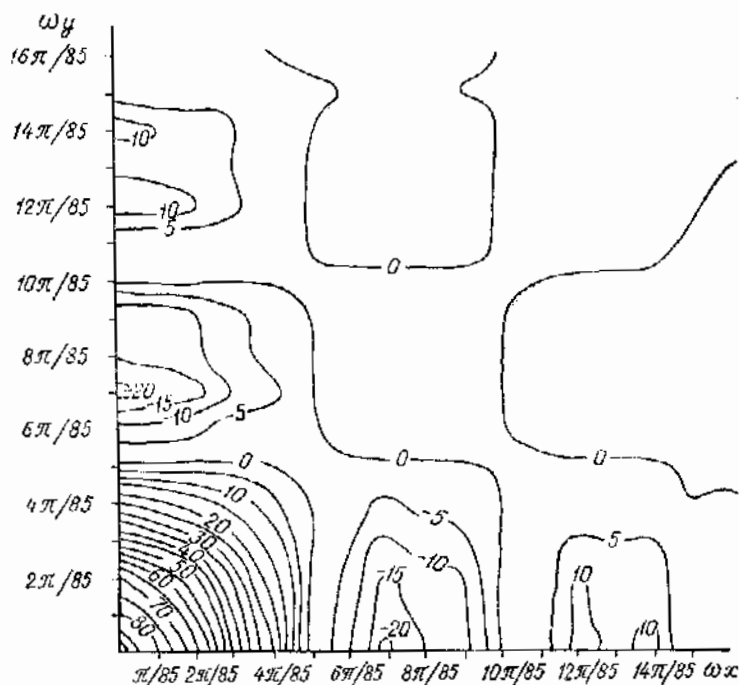


Рис. 1. Функция спектральной плотности, представленная с помощью изолиний.

Для аналоговой функции $z=f(x, y)$, заданной на бесконечной области, преобразование Фурье, создающее спектр Фурье $G(fx, fy)$, выразим следующим образом:

$$G(fx, fy) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-j2\pi(fx \cdot x + fy \cdot y)] dx dy. \quad (3a)$$

Если рельеф представлен с помощью функции, заданной дискретно с конечными пределами, то преобразование Фурье, создающее спектр Фурье $G'(fx, fy)$, определяем следующим выражением:

$$G'(fx, fy) = \sum_{x=0}^{N_1-1} \sum_{y=0}^{N_2-1} f'(x, y) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{x \cdot fx}{N_1} + \frac{y \cdot fy}{N_2}\right)\right]. \quad (3б)$$

В (3a) и (3б) $G'(fx, fy)$ — функция спектральной плотности; $f'(x, y)$ — функция, выражающая рельеф в дискретных точках

плоскости xy ; x, y — плоские координаты точек; $0 \leq x \leq N_1$; $0 \leq y \leq N_2$; f_x, f_y — частоты в направлении осей x и y соответственно. Как показано в [2], условия существования пары преобразованной Фурье при использовании цифровых методов затруднений не вызывают.

В качестве примера по (3а) посчитана функция спектральной плотности для участка рельефа, который представляет собой поверхность, заданную отметками в перекрестиях сетки квадратов

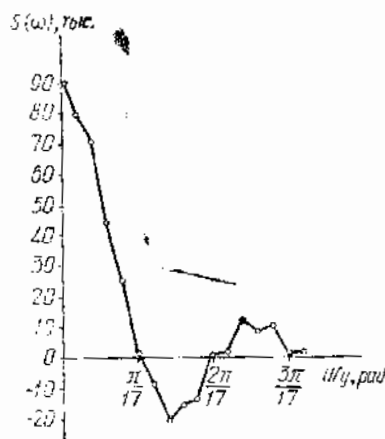


Рис. 2. Профиль функции спектральной плотности вдоль оси ω_y при $\omega_x = 0$.

со стороной десять метров [4]. Таким образом, функция (1) представляется заданной на целочисленной сетке размером 17×17 перекрестий. Для вычисления функции спектральной плотности составлена программа для ЭВМ ЕС 1022. Вычисления выполняли с двумя различными интервалами круговых частот ω_x и ω_y .

На рис. 1 показана функция спектральной плотности с помощью изолиний. В подписях изолиний не соблюдались требования, предъявляемые к подписям горизонталей. Так как функция $G'(f_x, f_y)$ является симметричной относительно осей координат, на рис. 1 она представлена только в одной четверти. При этом вычисления $G'(\omega_x, \omega_y)$ вели с интервалом частот $\pi/85$. В таблице приведены значения функции спектральной плотности, вычисленной с интервалами частот $\pi/17$. На рис. 2 показан профиль функции спектральной плотности вдоль оси ω_y при $\omega_x = 0$. Аналогичный профиль вдоль оси ω_x отличается только на высоких частотах.

При вычислении $G'(f_x, f_y)$ для участка рельефа, смещенного вдоль оси x на девять перекрестий, значения спектра изменялись весьма незначительно. Это свидетельствует об однородности рельефа (см. [4] рис. 1).

Для вычисления оптимального интервала между пикетными точками самым трудным является выбор предельных частот f_{x0} и f_{y0} . По аналогии с вычислением предельного значения спектральной плотности для одномерного преобразования Фурье представим предельное значение спектра как объем параллелепипеда с основанием, стороны которого равны предельным значениям x и y анализируемого участка местности, а высота соответствует допустимой погрешности измерения высот местности.

В нашем примере площадь основания может быть принята 256 единиц, так как интервал (1) при вычислении $G'(f_x, f_y)$ задавался номером клетки, а не расстоянием между соседними точками на местности. При допустимой точности измерения высот

Значения спектральной плотности

ω_x	ω_y																
	0	$\pi/17$	$2\pi/17$	$3\pi/17$	$4\pi/17$	$5\pi/17$	$6\pi/17$	$7\pi/17$	$8\pi/17$	$9\pi/17$	$10\pi/17$	$11\pi/17$	$12\pi/17$	$13\pi/17$	$14\pi/17$	$15\pi/17$	$16\pi/17$
0	91471	459	112	116	-7	29	30	13	7	1	8	8	5	3	0	7	1
$\pi/17$	265	-128	64	14	-16	-2	-6	-1	-9	2	-5	3	-2	2	-1	-1	-2
$2\pi/17$	-9	9	20	14	-22	-8	5	-1	2	-4	1	-3	-3	-1	-0	1	-2
$3\pi/17$	113	-59	-39	6	-6	-1	11	2	1	-1	-0	-2	3	-3	-1	-2	-1
$4\pi/17$	56	7	-21	4	3	-2	-15	0	-4	1	-2	-1	-2	1	-3	2	-5
$5\pi/17$	-83	-52	14	-7	12	6	1	4	2	4	-5	3	-6	2	2	0	2
$6\pi/17$	122	70	-48	-25	-3	-5	-9	-6	0	-2	0	-7	-1	-5	0	-1	-3
$7\pi/17$	-30	4	14	-2	-3	1	-5	-0	-0	0	-2	-3	-2	2	-3	-1	-0
$8\pi/17$	10	-25	-10	8	4	-0	2	2	-1	0	0	3	0	-1	-2	-0	-2
$9\pi/17$	-10	19	8	-11	-6	1	-1	-0	-2	-2	1	-3	-1	2	-1	-1	-2
$10\pi/17$	30	-7	-6	-0	2	-3	1	-1	-2	-1	0	0	-3	2	0	-1	3
$11\pi/17$	-29	1	6	5	-10	-3	-0	3	-0	-6	-1	2	1	4	-5	3	-3
$12\pi/17$	16	14	4	-7	8	-6	-3	0	-5	1	-2	2	-4	0	-1	-3	-1
$13\pi/17$	-3	25	-13	-6	-3	1	-3	-3	-2	0	0	-3	1	-2	1	1	-4
$14\pi/17$	7	10	7	-7	-1	-4	-1	1	2	-3	-4	0	1	-4	0	-4	4
$15\pi/17$	-22	3	-15	9	1	3	-1	-2	2	-3	2	-1	-1	-1	-2	-1	-4
$16\pi/17$	35	-1	11	15	7	-5	-5	-9	-6	7	-5	-1	-2	2	2	-1	-4

0,1 м предельное значение спектра равно примерно 25 единиц. Такому значению спектральной плотности, как видно из рис. 1 и 2, соответствуют значения круговых частот $\pi/17$ радиан.

Так как между круговыми частотами ω_x и ω_y и частотами f_x и f_y существует зависимость

$$\begin{aligned} \omega_x &= 2\pi f_x; \\ \omega_y &= 2\pi f_y, \end{aligned} \quad (4)$$

то оптимальные интервалы могут быть получены по формулам

$$\Delta x_0 = \frac{1}{\omega_{x_0}}; \quad \Delta y_0 = \frac{1}{\omega_{y_0}}. \quad (5)$$

В нашем примере $\Delta x_0 \cong \Delta y_0 = 5$ интервалов, то есть примерно 50 м на местности.

Кроме того, по характеру поверхности (см. рис. 1), изображающей функцию спектральной плотности, можно классифицировать типы рельефа. Местность со спокойным рельефом имеет спектр с острым пиком и малым интервалом частот. Местность сильно пересеченная имеет спектр более пологий со сравнительно большим частотным интервалом.

Для проведения указанных исследований необходимо избыточное количество пикетных точек, поэтому их следует выполнять только по информации для картографирования, полученной автоматически.

Список литературы: 1. Бойко А. В. Методы и средства автоматизации топографических съемок. — М.: Недра, 1980. 2. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. — М.: Мир, 1976. 3. Зойцев В. М., Лаврова В. С.,

Чигирев А. Л. Построение карт изолиний по стереомодели местности с помощью ЭВМ. — Геодезия и картография, 1973, № 4, 4. Рудый Р. М. Выделение структурных линий рельефа аналитическим методом. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1983, № 39.

Статья поступила в редакцию 27. 10. 82
