

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СХЕМ ИЗМЕРЕНИЙ В ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Одним из наиболее распространенных видов инженерно-геодезических сетей являются строительные сетки. Действующее руководство по строительным геодезическим сеткам [3] рекомендует их разработку поэтапным методом. Первый этап — развитие сети триангуляции. Затем между пунктами триангуляции прокладываются полигонометрические ходы, которые образуют каркас сетки в виде замкнутых полигонов. Пункты внутри полигонов определяют одним из пяти методов (хордовые и геодезические засечки, микротриангуляция, четырехугольники без диагоналей, комбинированный способ, трилатерация).

Возможно построение сетки двухэтапным методом, т. е. создается каркас из полигонометрических замкнутых ходов, которые заполняются одним из предложенных пяти методов.

Построение сети обоними рекомендуемыми методами имеет ряд недостатков: необходимость уравнивания сети на каждом этапе; учет погрешностей предшествующих этапов; совместное использование различной измерительной техники (угломерные и дальномерные приборы с различными точностными характеристиками); производство высокоточных угловых измерений при сравнительно коротких сторонах сетки; привязка выбираемой типовой схемы измерений к рельефу местности; невозможность использования дальномерных измерений, по точности меньших или равных требуемым относительным погрешностям длин линий.

Кроме того, методика не распространяется на специальные сети с повышенными точностными характеристиками, предъявляемыми к отдельным элементам сети (линии, направления, углы).

В предлагаемой статье поставлена задача разработать алгоритм построения схем измерений с целью автоматизации процесса проектирования с использованием ЭВМ. Разработанный алгоритм должен быть лишен указанных недостатков, а также иметь свойство минимизации числа измерений в сети.

Для решения поставленной задачи мы отказываемся от поэтапного метода проектирования и будем использовать только равноточные лисейные измерения.

Определение группы возможных измерений. Проектируемая схема имеет смысл лишь в том случае, если она планируется с учетом условий местности. Отбор линий в проектируемую модель производят на основании наличия видимости между пунктами и минимальной заданной высоты луча над земной поверхностью. В связи с этим возникает необходимость хранения структуры рельефа в памяти ЭВМ в виде цифровой модели местности (ЦММ), которая представляет собой группу координат X, Y, H

определенного количества опорных точек местности, набор которых осуществляют из имеющихся топографических съемок.

Наиболее удачное распределение опорных точек — их совпадение с локальными экстремумами рельефа. Такое размещение точек называется структурным [6] и дает наиболее полное отображение рельефа, что, в свою очередь, позволяет производить качественный отбор линий.

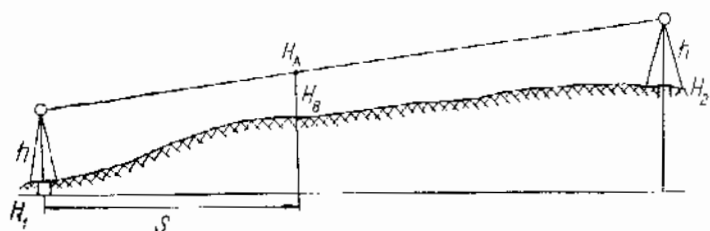


Рис. 1. Схема профиля и визирного луча между двумя пунктами.

Для решения задачи определения видимости между пунктами и минимальной высоты визирного луча необходимо знать профиль между центрами пунктов и уравнение линии визирного луча.

Координаты центров двух пунктов обозначим $X_1, Y_1, H_1, X_2, Y_2, H_2$, высоту инструмента и отражателя примем одинаковой и равной h (рис. 1).

Уравнение координаты H визирного луча имеет вид

$$H_A = \frac{H_2 - H_1}{\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}} \cdot S + H_1 + h, \quad (1)$$

где S — переменное расстояние от первой точки до проекции точки A , в которой определяется высота визирного луча.

Уравнения плановых координат текущих точек профиля можно записать

$$X_{II} = \frac{X_2 - X_1}{\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}} \cdot S + X_1, \quad (2)$$

$$Y_{II} = \frac{Y_2 - Y_1}{\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}} \cdot S + Y_1. \quad (3)$$

Высоты текущих точек профиля определяют как средневзвешенные высоты окружающих опорных точек местности, где вес — величина обратная расстоянию от определяемой точки до опорной.

Высоты точек профиля находят по зависимости

$$H_8 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{H_i}{P_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{P_i}}, \quad (4)$$

где i — номер опорной точки; n — количество опорных точек; P_i — расстояние от определяемой точки до i — опорной. Зависимость (4) обеспечивает прохождение аппроксимирующей поверхности через опорные точки, что весьма важно для построения профилей.

Определяя высоты текущих точек профиля с достаточным малым шагом ΔS , получают полный вид профиля. С тем же шагом вычисляют соответствующие высоты визирного луча и их разницы с высотами профиля. Если найденная минимальная разность больше допустимой, то данную линию можно зачислить в группу допустимых измерений. Для решения задачи целесообразно составить не цифровую модель рельефа, а цифровую модель физической поверхности местности, т. е. поверхность ситуации местности, включая рельеф местности, растительный покров, искусственные сооружения. Вследствие этого опорные точки необходимо размещать на экстремумах поверхности местности. На застроенных территориях создание цифровой модели местности усложняется и требует значительного увеличения числа опорных точек. Однако в этом случае аппроксимирующая поверхность может иметь значительные расхождения с реальной поверхностью, особенно вблизи различных сооружений.

Для устранения этого недостатка предложено моделировать искусственные сооружения с помощью системы ограничений. Наиболее часто встречаются сооружения прямоугольной и круглой формы. Зная плановые координаты углов прямоугольного сооружения $ABCD$, можно определить уравнения линий AB , BC , CD , AD

$$\begin{aligned} Y &= a_{AB}X + b_{AB}; \\ Y &= a_{BC}X + b_{BC}; \\ Y &= a_{CD}X + b_{CD}; \\ Y &= a_{AD}X + b_{AD}, \end{aligned} \quad (5)$$

где a и b — коэффициенты линейного уравнения.

В результате замены в (5) X и Y координатами одной из противоположащих точек (для линии AB точка C или D) мы получим систему неравенств

$$\begin{aligned} a_{AB}X_C + b_{AB} - Y_C &\geq 0; \\ a_{BC}X_A + b_{BC} - Y_A &\geq 0; \\ a_{CD}X_B + b_{CD} - Y_B &\geq 0; \\ a_{AD}X_B + b_{AD} - Y_D &\geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае удовлетворения систем неравенств (6) при замене X_k , Y_k значениями координат текущей точки профиля, можно утверждать, что текущая точка находится в пределах сооружения и ее высота будет равна высоте сооружения.

Для сооружений круглой формы предложено следующее неравенство

$$(X-X_0)^2 + (Y-Y_0)^2 \leq R^2, \quad (7)$$

где X и Y — координаты текущей точки профиля; X_0 и Y_0 — координаты центра сооружения; R — радиус сооружения.

При палиции сооружений для каждой текущей точки профиля проверяется выполнение систем неравенств (6) и (7). В случае их удовлетворения отпадает необходимость интерполировать по (4).

Методика проектирования схем измерений. Проектирование схем измерений выполняется в два этапа: проектирование схемы нулевого порядка (необходимые измерения); проектирование схемы избыточных измерений.

Для сетей с двумя и более определяемыми пунктами можно составлять определенные множества схем нулевого порядка, из которых следует выбрать наиболее эффективную. Можно предположить, что нужной схемой будет та, которая получена под определенным условием, зависящим от точностного критерия построения схемы измерений. Основным критерием построения строительных сетей является взаимное положение пунктов, которое для схем нулевого порядка будет функцией погрешностей положения пунктов. Следовательно, решение выбора схемы нулевого порядка

наиболее благоприятно при условии $\min \sum_{i=1}^n M_i$, где M_i — сред-

няя квадратическая погрешность положения пунктов в сети нулевого порядка; n — количество определяемых пунктов в сети. Для решения поставленной задачи используем видоизмененный метод Минти для решения задач о «нахождении кратчайшего пути», описанного в [1].

Суть метода состоит в целенаправленном переборе засечек с исходных на определяемые пункты и выборе пункта, засечка которого даст $\min M_i$. Среднюю квадратическую погрешность M_i определяем по следующей формуле:

$$M_i = \frac{1}{\sin \gamma} \sqrt{\frac{M_{1_{исх}}^2 + M_{2_{исх}}^2}{2} + 2\mu^2}, \quad (8)$$

где $M_{1_{исх}}$, $M_{2_{исх}}$ — средние квадратические погрешности положения исходных пунктов; μ — средняя квадратическая погрешность измерения расстояния; γ — угол засечки.

В следующем цикле определенный i -й пункт используем как исходный, а перебор засечек выполняем из каждой комбинации пар исходных пунктов на оставшиеся определения. Цикл заканчивается определением нового исходного пункта, а процесс построения схемы нулевого порядка — нахождением засечки последнего определяемого пункта.

Найденная схема нулевого порядка позволяет выполнять ввод избыточных измерений. Следовательно, возникает необходимость определения критерия отбора наиболее эффективных измерений.

Для этого оценим точность взаимного положения двух пунктов с известными эллипсами погрешностей (рис. 2) (дирекционный угол направления 1—2 равен 90°) по известной формуле

$$V = \mu \sqrt{G^T Q G}, \quad (9)$$

где G — матрица весовых функций взаимного положения; Q — корреляционная матрица измерений на пунктах 1 и 2.



Рис. 2. Два пункта с известными эллипсами погрешностей.

Корреляционная матрица имеет вид

$$Q = \begin{vmatrix} Q_{x_1, x_1} & Q_{x_1, y_1} & Q_{x_1, x_2} & Q_{x_1, y_2} \\ Q_{x_1, y_1} & Q_{y_1, y_1} & Q_{y_1, x_2} & Q_{y_1, y_2} \\ Q_{x_1, x_2} & Q_{y_1, x_2} & Q_{x_2, x_2} & Q_{x_2, y_2} \\ Q_{x_1, y_2} & Q_{y_1, y_2} & Q_{x_2, y_2} & Q_{y_2, y_2} \end{vmatrix}, \quad (10)$$

а матрица весовых функций для оценки расстояния и азимута направления

$$G^T = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{S} & 0 & \frac{1}{S} \\ -\frac{1}{S} & 0 & \frac{1}{S} & 0 \end{vmatrix}, \quad (11)$$

где S — расстояние между пунктами.

Подставляя (10) и (11) в (9), получаем ковариационную матрицу взаимного положения двух пунктов, диагональные элементы которой являются относительной погрешностью расстояния

$$\frac{m'_{1-2}}{\bar{S}_{1-2}} = \mu \sqrt{\frac{Q_{y_1, y_1} - 2Q_{y_1, y_2} + Q_{y_2, y_2}}{S_{1,2}}}, \quad (12)$$

и погрешностью азимута направления

$$\frac{m_a}{\rho} = \mu \sqrt{\frac{Q_{x_1, x_1} - 2Q_{x_1, x_2} + Q_{x_2, x_2}}{S_{1-2}}}, \quad (13)$$

или

$$m_a = \frac{\mu \rho}{S_{1-2}} \sqrt{Q_{x_1, x_1} - 2Q_{x_1, x_2} + Q_{x_2, x_2}}. \quad (14)$$

Из (12) и (14) видно, что минимизация $Q_{Y_1Y_1}$, $Q_{Y_2Y_2}$, $Q_{X_1X_1}$, $Q_{X_2X_2}$ и соответственно m_{Y_1} , m_{Y_2} , m_{X_1} , m_{X_2} приводит к повышению точности взаимного положения пунктов 1 и 2.

Следовательно, критерием отбора избыточных линий, согласно выражению (12), является минимизация векторов эллипсов погрешностей, совпадающих с направлением оцениваемой линии, и, согласно (14), перпендикулярных к оцениваемому направлению. Мы исследовали влияние измеренной линии между двумя пунктами с известными эллипсами погрешностей, не связанных корреляционной зависимостью, на изменение их параметров. Получено, что изменение параметров эллипса одного пункта является функцией его же параметров и величиной вектора эллипса погрешностей на втором пункте, совпадающего с направлением измеренной линии*.

Сжатие эллипса погрешностей по вектору, совпадающему с направлением измеренной линии, максимальное, а в перпендикулярном ему — остается практически без изменений. По мере удаления от направления линии сжатие уменьшается. Согласно изложенному, критерии эффективности каждой линии можно представить следующими зависимостями:

по оценке точности расстояния

$$r_{nm}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k A_{mi} \cos \alpha_{mi}}{A_n} + \frac{\sum_{j=1}^l A_{nj} \cos \alpha_{nj}}{A_m}; \quad (15)$$

по оценке точности азимута направлений

$$r_{nm}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k A_{mi} \sin \alpha_{mi}}{A_n} + \frac{\sum_{j=1}^l A_{nj} \sin \alpha_{nj}}{A_m}, \quad (16)$$

где A_n , A_m — векторы эллипсов погрешностей n , m , совпадающих с измеренной линией; A_{mi} , A_{nj} — векторы эллипсов погрешностей на пунктах n , m , совпадающих с направлением оцениваемых линий, не удовлетворяющих заданному взаимному положению; α_{mi} , α_{nj} — углы между вектором A_m и векторами A_{mi} и соответственно A_n и A_{nj} (рис. 3).

Линия, обладающая максимальной величиной суммы r^2 и r^2 , будет наиболее эффективной.

Одно из дополнительных требований, предъявляемых к сети, — заданная точность планового положения пунктов. В работе [5] эмпирическим путем получен эффективный критерий введения дополнительных измерений. Это линии между пунктами, погрешность положения которых не удовлетворяет заданной, а большие полуоси эллипсов погрешностей — максимальны.

* Ввиду сжатости изложения, вывод опускается.

Опираясь на ранее изложенное, критерий эффективности изменений представим зависимостью

$$r_{mn}^A = \frac{A_m^A \cos \alpha_{mA}}{A_n} + \frac{A_n^A \cos \alpha_{nA}}{A_m}, \quad (17)$$

где A_n^A , A_m^A — большие полуоси эллипсов погрешностей пунктов, которые не удовлетворяют заданным погрешностям положения; α_{nA} , α_{mA} — углы между большими полуосями A_n^A , A_m^A и соответствующими векторами A_n и A_m .

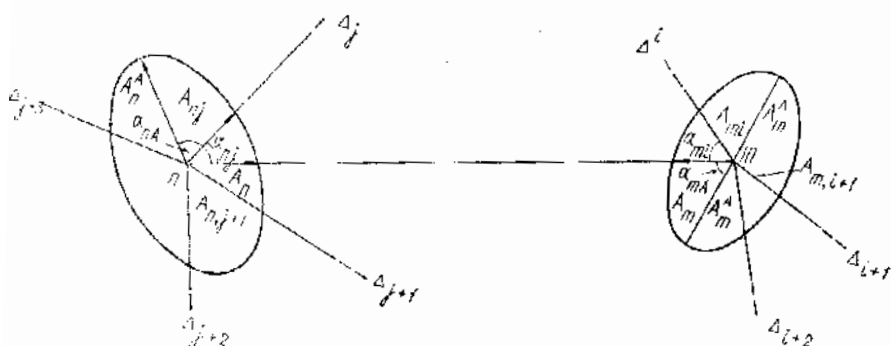


Рис. 3. Элементы эллипсов погрешностей.

Линия, обладающая максимальной величиной r_{mn}^A , более полезна по оценке точности положения пунктов.

Целенаправленный ввод измерений по максимальной значению $r = r^s + r^\alpha + r^A$ позволяет достичь необходимой точности взаимного положения между пунктами и допустимых погрешностей положения пунктов.

Алгоритм проектирования схемы измерений. На основании разработанной методики была создана на языке Фортран-IV программа для ЭВМ ЕС, формирующая схему линейных измерений, удовлетворяющая заданной точности.

Исходными данными для ввода в программу служат следующие параметры:

- количество пунктов проектируемой сети;
- номера исходных пунктов сети;
- координаты пунктов (X , Y);
- допустимые средние квадратические погрешности азимута каждого направления;
- допустимые средние квадратические погрешности длин каждой линии;
- число опорных точек ЦММ;
- координаты X , Y , H опорных точек ЦММ;
- высоты инструмента и отражателя;
- шаг текущих точек профиля;
- количество сооружений прямоугольной формы;

плановые координаты углов сооружений прямоугольной формы;

высоты сооружений прямоугольной формы;

количество сооружений круглой формы;

координаты центров сооружений круглой формы (X, Y) ;

радиусы сооружений круглой формы;

допустимая высота визирного луча над земной поверхностью.

Второй блок программы выполняет вычисление высот пунктов сети, согласно (4), используя плановые координаты пунктов сети и координаты опорных точек ЦММ.

Следующий блок программы формирует системы неравенств для моделирования сооружений прямоугольной и круглой формы, используя соответственно плановые координаты углов и центров зданий и их радиусы. Каждому прямоугольному сооружению соответствует система неравенств (6), а сооружению круглой формы — (7).

Четвертый блок программы составляет каталог линий, по которым можно производить измерения. Для этого на каждой линии определяются пространственные координаты текущих точек визирного луча с заданным шагом по (1), (2), (3). Затем поочередно выполняется проверка плановых координат текущих точек профиля в (6), (7). В случае удовлетворения одной из систем неравенств высота точки профиля равна высоте сооружения, моделируемого этим неравенством. В противном случае высоту определяют по (4). Затем находят разницу соответствующих высот визирного луча и профиля. Если значение всех разностей больше допустимой высоты визирного луча над земной поверхностью, то эта линия вводится в каталог возможных измерений. Описанная подпрограмма заканчивается формированием каталога всех линий, по которым можно производить измерения.

Следующий блок программы определяет сеть нулевого порядка. Для этого по (8) с двух исходных пунктов поочередно предвычисляется точность линейных засечек на все определяемые пункты, за исключением пунктов, линий засечек которых нет в каталоге возможных измерений. Пункт, имеющий минимальное значение M , заносится в группу исходных пунктов. Линии, участвующие в засечке этого пункта, удаляются из каталога возможных измерений. Затем процесс повторяется. С каждой комбинацией пар исходных пунктов, с учетом каталога возможных измерений, выполняют засечки на все оставшиеся определяемые пункты. Пункт с минимальной величиной заносится в группу исходных пунктов, а линии, определяющие его засечку, удаляются из каталога возможных измерений.

Формирование схемы нулевого порядка заканчивается занесением последнего пункта в группу исходных пунктов и составлением каталога линий, участвующих в линейных засечках.

Следующий блок программы выполняет отбор избыточных измерений. Для этого, согласно схеме нулевого порядка, выполняется предрасчет точности сети, который заканчивается вычисле-

ниси обратной матрицы и относительных погрешностей длин линий, средних квадратических погрешностей азимутов направлений и больших полуосей эллипсов погрешностей. Затем составляется каталог линий, относительные погрешности длин которых не удовлетворяют заданным, каталог направлений, средние квадратические погрешности азимутов которых не удовлетворяют заданным, и каталог пунктов, большие полуоси эллипсов погрешностей которых не удовлетворяют заданным.

В случае обнаружения таких линий выполняется отбор избыточных измерений. Для этого по каждой линии, входящей в каталог возможных измерений, вычисляются значения r . Векторы эллипсов погрешностей, совпадающих с направлением оцениваемых линий, которые не удовлетворяют заданным погрешностям (см. (15) и (16)), а также совпадающих с направлением измеренной линии (выражение (17)), вычисляются по зависимости

$$A = \mu \sqrt{\frac{1}{2} (Q_{xx} + Q_{yy}) + \frac{1}{2} (Q_{xx} - Q_{yy}) \cos 2\theta + Q_{xy} \sin 2\theta}, \quad (19)$$

где θ — прямой азимут направления; Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{xy} — элементы обратной матрицы; μ — средняя квадратическая ошибка расстояния.

Линия, обладающая максимальным значением r , вводится в сеть как избыточная, а из каталога возможных измерений удаляется. Новая корреляционная матрица вычисляется по рекуррентной формуле [7]

$$Q_{i+1} = Q_i - \frac{Q_i a^T \cdot a Q_i}{1 + a^T Q_i a},$$

где a — вектор уравнения поправок очередной избыточной линии. Затем предрасчет точности сети повторяется и по необходимости определяется новая избыточная линия. Процесс ввода избыточных измерений заканчивается при удовлетворении точностных характеристик полученной сети измерений заданным.

Последний блок программы осуществляет вывод на печать схемы измерений в сети и полный предрасчет ее точности.

Разработанный алгоритм позволяет автоматизировать процесс проектирования и оптимизировать схему измерений.

Список литературы: 1. Ермолов Ю. М., Ляшко Н. И., Михалевич В. С., Тюття В. И. Математические методы исследования операций. — Киев: Вища школа, 1979. 2. Маркузе Ю. И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. — М.: Недра, 1982. 3. Руководство по расчету точности геодезических работ в промышленном строительстве. — М.: Недра, 1979. 4. Таммис З. П. Оптимальные методы проектирования геодезических сетей. — М.: Недра, 1979. 5. Третяк К. Р. Один из методов проектирования сетей трилатерации с помощью ЭВМ. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1982, вып. 36. 6. Цифровое моделирование местности в топографо-геодезических целях. Обзорная информация ГУГК, 1980, вып. 44. 7. Gazpricki J. Analiza dokladnosci poziomych sieci geodezyjnych. — Prace instytutu Geodezji i kartografii, 1976, t. 23, № 3 (56).

Статья поступила в редакцию 11.06.83