

УДК 528.72

В. Д. ГУТКИН

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТМЕТОК
ПРИ КОРОТКОДИСТАНЦИОННОЙ
СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКЕ
НЕМЕТРИЧЕСКИМИ ФОТОКАМЕРАМИ

Эффективным методом исследования процессов эрозии и потерь почвы на естественных стоковых площадках и в лабораторных условиях, изучения гидравлических характеристик водных потоков на моделях гидротехнических сооружений, а также в других исследованиях является короткодистанционная стереофотограмметрическая съемка (КСС) с высот $H = 1,5-3,5$ м.

При использовании любительских, неметрических фотокамер обоснованием съемки может служить горизонтальная сетка квадратов или прямоугольников, устанавливаемая над объектом на высоте 10...30 см. Координаты и отметки точек изучаемой поверхности вычисляются относительно углов сетки [1, 2].

Применение такого вида съемочного обоснования позволило избежать калибровки неметрических камер и их реконструкции. Превышения h точки объекта относительно сетки находят по формуле

$$h = \frac{H\Delta p}{p_c + \Delta p}, \quad (1)$$

где $\Delta p = p_{отсч} - p_{отч,c}$ — разность горизонтальных параллаксов i -й точки исследуемого объекта и ближайшей стороны квадрата сетки; p_c — параллакс сетки, вычисляемый по формуле

$$p_c = \frac{l}{L} B, \quad (2)$$

в которой B — горизонтальная проекция базиса фотографикования; L — сторона квадрата сетки в натуре; l — соответствующий ей отрезок на снимке.

Анализ (1) показывает, что на точность определения превышений точек над сеткой наиболее существенно влияет погрешность измерения разностей горизонтальных параллаксов Δp .

Влияние погрешности измерения высоты фотографикования тем больше, чем больше разность параллаксов Δp , так как

$$m_{hH} \approx \frac{\Delta p}{p_c} m_{\Delta p}. \quad (3)$$

Значение Δp обусловлено превышением точки над начальной плоскостью — горизонтальной сеткой квадратов. Поэтому с учетом (1)

$$m_{hH} \approx \frac{h}{H} m_H. \quad (3')$$

Влияние погрешности вычисления параллакса сетки m_{p_c} также увеличивается с ростом превышения h :

$$m_{hp_c} \approx \frac{h}{p_c} m_{p_c}. \quad (4)$$

Следовательно, для повышения точности определения отметок точек исследуемого объекта и уменьшения влияния погрешностей m_H и m_{p_c} целесообразно использовать технологию, при которой превышения этих точек относительно условной поверхности были бы минимальными.

Пусть превышение одной выбранной точки относительно начальной плоскости $h_1 = \frac{H\Delta p_1}{p_{c1} + \Delta p_1}$, а другой $h_2 = \frac{H\Delta p_2}{p_{c2} + \Delta p_2}$. Точки находятся в разных квадратах сетки. Поэтому из-за погрешностей элементов ориентирования снимков, построения и измерения сторон сетки в натуре и на снимках, деформации фотопленки и дисторсии объектива в общем случае $p_{c1} \neq p_{c2}$. Найдем превышение между выбранными точками

$$\Delta h = h_2 - h_1 = H \frac{\Delta p_2 p_{c1} - \Delta p_1 p_{c2}}{(p_{c1} + \Delta p_1)(p_{c2} + \Delta p_2)}.$$

Обозначив $p_{c2} = p_{c1} + \delta p_{c1}$ получим

$$\Delta h = H \frac{\Delta p_2 - \Delta p_1 - \frac{\delta p_{c1} \Delta p_1}{p_{c1}}}{p_{c1} + \Delta p_1 + \Delta p_2 + \frac{\delta p_{c1} \Delta p_1}{p_{c1}} + \frac{\Delta p_1 \Delta p_2}{p_{c1}}}. \quad (5)$$

Анализ (5) показал, что для реальных условий при $\Delta p_1 \approx \Delta p_2 = 2$ мм, $\delta p_{c1, \max} = 0,1$ мм в числителе формулы дробным членом пренебречь нельзя, а в знаменателе первым дробным членом можно пренебречь, а второй следует учитывать при $H \leq 2500$ мм.

$$\Delta h = H \frac{\Delta p_2 - \Delta p_1 - \frac{\delta p_c \Delta p_1}{p_{c1}}}{p_{c1} + \Delta p_1 + \Delta p_2 + \frac{\Delta p_1 \Delta p_2}{p_{c1}}} \quad (6)$$

Для определения ожидаемой точности получения превышения воспользуемся приближенной зависимостью

$$\Delta h \approx \frac{H \delta \Delta p}{p_c + \Delta p_1 + \Delta p_2} \quad (6')$$

Если превышение начальной плоскости над местностью 10...30 см, разности параллаксов не превышают 1...2 мм. В связи с тем, что сетка находится выше объекта, превышения и разности Δp имеют отрицательный знак и, следовательно, уменьшают значение p_c . Поэтому для всех расчетов будем использовать значение p_c , уменьшенное на 1...2 мм.
На основании (6')

$$m_{\Delta h}^2 \approx \left(\frac{H}{p_c}\right)^2 m_{\delta p}^2 + \left(\frac{\Delta h}{H}\right)^2 m_h^2 + \left(\frac{\Delta h}{p_c}\right)^2 m_p^2 \quad (7)$$

При измерении снимков КСС соседние точки выбирают обычно так, что превышения между ними Δh не превосходят 20 мм. Поэтому, приняв $m_{\Delta h} = \pm 0,5$ мм, найдем допустимую величину m_h для таких значений H :

H , мм	m_h , мм
1500	37,5
2500	62,0
3500	87,0

Практически же высота фотографиярования известна с погрешностью не более 10 мм, поэтому погрешность m_h не будет сказываться на точности определения превышения между точками исследуемого объекта.

На основании (2) найдем среднюю квадратическую погрешность вычисления параллакса сетки

$$m_{p_c}^2 = p_c^2 \left[\left(\frac{m_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_L}{L}\right)^2 \right] \quad (8)$$

При измерении сторон квадратов сетки металлической линейкой средняя квадратическая погрешность, полученная по 90 отрезкам, составила $m_l \approx 0,17$ мм, а соответствующие отрезки на снимках измерены со средней квадратической погрешностью примерно 0,007 мм.

Базаис фотографиярования определяли контрольной линейкой с погрешностью не более 0,5 мм. Учитывая указанные погреш-

ности, найдем: для $H = 3500$ мм, $p_{c \text{ min}} = 17,5$ мм, $B = 815$ мм, $l : m = 1 : 47$, $L = 200$ мм $m_{p_c} = 0,036$ мм, а при $L = 100$ мм $m_{p_c} = 0,069$ мм;

при той же H , но $B_{\text{max}} = 875$ мм, $p_{c \text{ max}} = 18,7$ мм $m_{p_c} \approx 0,073$ мм; для $H = 1500$ мм, $p_{\text{min}} = 7,5$ мм, $B = 150$ мм, $l : m = 1 : 20$, $L = 200$ мм, $m_{p_c} \approx 0,02$ мм, а при $L = 100$ мм $m_{p_c} = 0,03$ мм;

при той же H , но $B_{\text{max}} = 375$ мм, $p_{c \text{ max}} = 18,7$ мм $m_{p_c} \approx 0,048$ мм. Как следует из (7), если $\Delta h = 20$ мм, полученные значения m_{p_c} практически не влияют на точность определения превышений между точками объекта, так как $m_{\Delta h, p_c} \leq 0,1$ мм.

В то же время указанные погрешности высоты фотографиярования и параллакса сетки ощутимо влияют на превышения определяемых точек относительно начальной плоскости, когда $h \geq 100$ мм. Например, при $h = 100$ мм, $m_h = 10$ мм, $m_{p_c} = 0,02$ мм для $H = 1500$ мм получим $m_{h, p_c} \approx 0,7$ мм и $m_{h, p_c} \approx 0,3$ мм.

Наибольшее влияние на точность определения превышений между точками исследуемого объекта, как и на превышения относительно начальной плоскости, оказывает погрешность измерения разностей продольных параллаксов, поэтому на основании (7)

$$m_{\Delta h} \approx \frac{H}{p_c} m_{\delta p} \quad (9)$$

Значение $m_{\Delta h}$ можно уменьшить повышением точности измерений снимков, увеличением значения параллакса сетки, т. е. увеличением базиса фотографиярования, а также уравниванием вычисленных превышений.

Точность измерений разностей параллаксов зависит не только от погрешностей собственно измерений, но и от погрешностей построения изображения на снимках КСС. Влияние последнего фактора можно уменьшить, сокращая размеры сторон квадратов сетки, относительно которой определяются отметки точек объекта.

Хотя, как следует из ранее приведенных расчетов, уменьшение L ведет к некоторому увеличению погрешности m_{p_c} значение ее все же не будет достаточно, чтобы повлиять на точность превышений между точками исследуемого объекта.

Числитель [6] можно представить в виде

$$\Delta p_2 - \Delta p_1 - \frac{\delta p_c \Delta p_1}{p_{c1}} = (p_{\text{отсч}_2} - p_{\text{отсч}_c}) - (p_{\text{отсч}_1} - p_{\text{отсч}_c}) -$$

$$-\frac{\delta p_c \Delta p_1}{p_{c1}} = (p_{\text{отсч}_2} - p_{\text{отсч}_c}) - (p_{\text{отсч}_c} - p_{\text{отсч}_{c1}}) - \frac{\delta p_c \Delta p_1}{p_{c1}}$$

Поэтому среднюю квадратическую погрешность разностей параллаксов в числителе (6) выражаем зависимостью

$$m^2 \approx m_{\delta p_{c1+1, l}}^2 + m_{\delta p_{c1+1, l}}^2 + m^2 \delta p_c$$

где $m_{\Delta r_{i+1,l}}$ — средняя квадратическая погрешность разности отсчетов по параллактическому винту при наблюдении двух смежных контурных точек исследуемого объекта; $m_{r_{c,i+1,l}}$ — средняя квадратическая погрешность разности отсчетов по параллактическому винту при наведении на вертикальные нити сетки — начальной плоскости; $m_{\Delta r_c}$ — средняя квадратическая погрешность определения разности параллаксов сетки.

По нашим исследованиям при трехкратных измерениях разных стереопар получены $m_{\Delta r_{i+1,l}} \leq 5,6$ мкм, а $m_{\Delta r_{i+1,l}} \leq 5,4$ мкм. Погрешность m_{r_c} с учетом коэффициента $\frac{\Delta r_l}{r_{c,l}}$, стоящего перед Δr_c в (6), составляет не более 3...4 мкм. Поэтому суммарная погрешность разностей параллаксов в числителе (6) составляет примерно 8...9 мкм.

Если определяемые точки находятся в одном квадрате сетки, то $\Delta r = r_{отсч,r} - r_{отсч,l}$, и средняя квадратическая погрешность вычисления этой величины составляет $m_{\Delta r} \approx \pm 5,6$ мкм.

При ранее применявшейся технологии нахождения превышений между контурными точками объекта и начальной плоскостью по (1) $\Delta r = r_{отсч,r} - r_{отсч,l}$, а средняя квадратическая погрешность $m_{\Delta r}$, по анализу на более 200 точках в случае трехкратных измерений составила около 7 мкм.

Сравним ожидаемые средние квадратические погрешности превышений определяемых точек относительно начальной плоскости и превышений между определяемыми точками. Расчеты, приведенные в таблице, показывают, что технология вычисления отсчетов точек исследуемого объекта через превышения между ними, а не относительно начальной плоскости, в значительной степени исключает влияние погрешности измерения высоты фотографиярования. Средняя квадратическая погрешность определения превышений между соседними точками $m_{\Delta r}$ не зависит также от высоты начальной плоскости над исследуемым объектом, хотя остается такой же, как и m_h .

Проведенные нами исследования на макетном объекте при $H = 2100$ мм, базисе, близком к минимальному [1], $H : B = 6,4$ дали по 22 точкам $m_h = 1,48$ мм, а $m_{\Delta r} = 1,40$ мм. Искусственно введенная погрешность в высоте фотографиярования, равная 30 мм, изменила только m_h , которая достигла 1,76 мм, а погрешность $m_{\Delta r}$ осталась прежней.

Существенное влияние на точность определения превышений оказывает параллакс сетки, т. е. значение базиса фотографиярования в масштабе изображения начальной плоскости.

$$P_{c,max} = \frac{f B_{max}}{H} \quad (10)$$

Но $B_{max} = H : 4$, тогда при $f = 75$ мм параллакс сетки будет около 20 мм. В этом случае, как видно из таблицы, значение средней

Ожидаемые средние квадратические погрешности определения m_h и $m_{\Delta r}$

Элементы формул	$\frac{H \Delta r}{h - r_c + \Delta r}$		$\frac{H \Delta r}{\Delta h - r_c + \Delta r_1 + \Delta r_2}$	
	B_{min}	B_{max}	B_{min}	B_{max}
1. $H = 3500$ мм, $m_h = \pm 10$ мм, $\Delta r \approx \Delta r_1 \approx \Delta r_2 \approx 1$ мм				
$P_{c,min} = 17,5$ мм,	$P_{c,max} = 18,7$ мм	$P_{c,min} = 17,5$ мм	$P_{c,max} = 18,7$ мм	
$m_{r_c} = 0,059$ мм	$m_{r_c} = 0,073$ мм	$m_{r_c} = 0,059$ мм	$m_{r_c} = 0,073$ мм	
$\frac{H m_{\Delta r}(\Delta r)}{r_c + \Delta r} = 1,5$ мм	1,4 мм	1,9 мм	1,5 мм	
$\frac{h}{H} m_h = 0,6$	0,6	0,1	0,1	
$\frac{h}{r_c + \Delta r} m_{r_c} = 0,8$	0,8	0,1	0,1	
$m_h(\Delta h),$ мм	1,8	1,7	1,9	1,5

2. $H = 1500$ мм, $m_h = \pm 10$ мм $\Delta r \approx \Delta r_1 \approx \Delta r_2 \approx 0,8$ мм				
$P_{c,min} = 7,5$ мм	$P_{c,max} = 18,7$ мм	$P_{c,min} = 7,5$ мм	$P_{c,max} = 18,7$ мм	
$m_{r_c} = 0,030$ мм	$m_{r_c} = 0,048$ мм	$m_{r_c} = 0,030$ мм	$m_{r_c} = 0,048$ мм	
$\frac{H m_{\Delta r}(\Delta r)}{r_c + \Delta r} = 1,6$ мм	0,6 мм	2,1 мм	0,8 мм	
$\frac{h}{H} m_h = 1,3$	1,3	0,1	0,1	
$\frac{h}{r_c + \Delta r} m_{r_c} = 0,6$	0,5	0,1	0,1	
$m_h(\Delta h),$ мм	2,1	1,5	2,1	0,8

Примечание: $h = 200$ мм, $m_{\Delta r} = \pm 7$ мкм, $\Delta l = 20$ мм, $m_{\Delta r} = \pm 8,5$ мкм.

квадратической погрешности разности превышений значительно уменьшается, что особенно заметно для малых высот фотографиярования, например для $H = 1500$ мм $m_h = 1,5$ мм, а $m_{\Delta r} = 0,8$ мм. Учитывая сказанное, ожидаемую среднюю квадратическую погрешность нахождения разности превышений между двумя определяемыми точками для конкретных условий съемки следует вычислять по (9) с учетом (10), т. е.

$$m_{\Delta h} \approx \frac{H^2}{f B} m_{\Delta r} \quad (11)$$

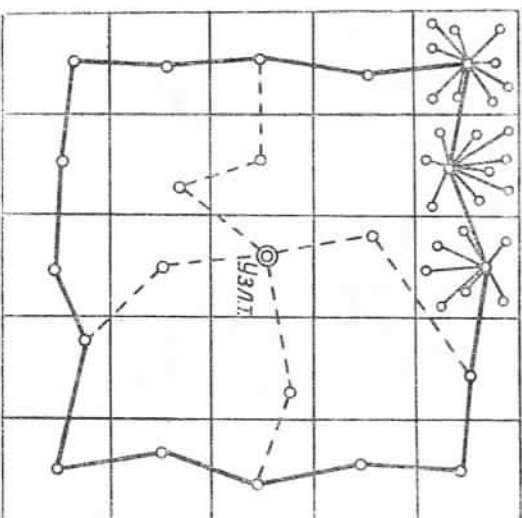
При $f=75$ мм, $m_{\Delta B} \approx 8,5$ мкм

$$m_{\Delta h} = \frac{H^2}{9000 B} \quad (11')$$

В связи с тем что при использовании КСС исследуемые объекты обычно не имеют больших превышений, съемку можно выполнять с базиса, близкого к максимальной величине. Тогда

$$m_{\Delta h} \approx \frac{H}{2200} \quad (11'')$$

Повышение точности и контроль вычисления отметок точек можно получить уравниванием превышений по высотным ходам,



К построению высотных ходов на снимках КСС:
— основной (замкнутый) ход; - - - ра-
зомкнутые ходы; ○ — «средние» точки.

Если предположить, что прокладывается ход от начальной точки к середине в обе стороны, то в каждом ходе число превышений будет $n/2$, а превышение в середине хода будет получено дважды. Поэтому среднюю квадратическую погрешность уравниваемого значения превышения в наиболее слабом месте хода, его середине, найдем по формуле

$$m_{\Delta h \text{ ср}} = \frac{m_{\Delta h} \sqrt{\frac{n}{2}}}{2} = \frac{m_{\Delta h} \sqrt{n}}{2}, \quad (13)$$

а предельную погрешность определяем по (12).

Погрешности отметок точек будут такими же.

Отметка узловой точки вычисляется из ходов с разным числом сторон, поэтому результаты будут неравноточными. Тогда

$$H_{y.т} = \frac{H_1 P_1 + H_2 P_2 + \dots + H_k P_k}{P_1 + P_2 + \dots + P_k}, \quad (14)$$

где H_1, H_2, \dots, H_k — отметки узловой точки, вычисленные по первому, второму и k -му ходам, а P_1, P_2, \dots, P_k — веса каждого хода; $P_k = \frac{C}{n_k}$, C — постоянное число, n_k — количество превышений по данному ходу.

Среднюю квадратическую погрешность результата с весом, равным единице, найдем по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[p \sigma_k^2]}{k-1}}, \quad (15)$$

в которой $\sigma_k = H_k - H_{y.т}$, а k — число ходов, участвующих в вычислении отметки узловой точки.

Полагая для k -го хода $\sigma_k = m_{\Delta h} \sqrt{n_k}$, найдем $P_k \sigma_k^2 = \frac{C}{n_k} m_{\Delta h}^2 n_k = C m_{\Delta h}^2$, тогда $[p \sigma_k^2] = C m_{\Delta h}^2 k$. Подставив полученное значение в (15) определим погрешность единицы веса

$$\mu = m_{\Delta h} \sqrt{\frac{Ck}{k-1}}. \quad (15')$$

Средняя квадратическая погрешность среднего весового значения отметки узловой точки

$$M_{y.т} = \frac{\mu}{V[p]}. \quad (16)$$

Учитывая (15'), найдем

$$M_{y.т} = \frac{m_{\Delta h} = \sqrt{\frac{Ck}{k-1}}}{\sqrt{\frac{C}{n_1} + \frac{C}{n_2} + \dots + \frac{C}{n_k}}} = m_{\Delta h} \frac{\sqrt{\frac{k}{k-1}}}{\sqrt{[1/n]}}. \quad (16')$$

При $k=3$, $n=3$ $M_{y.т} = 1,23 m_{\Delta h}$, а при $k=4$, $n=3$ $M_{y.т} = 1,0 m_{\Delta h}$, т. е. приближенно для реальных условий среднюю квадратическую погрешность весового значения высоты узловой точки можно принять

$$M_{y.т} \approx 1,1 m_{\Delta h}. \quad (17)$$

При съемке с максимальной базиса, когда $H=4B$, учитывая (11'), получаем

$$M_{y.т} = \frac{H}{2000}. \quad (18)$$

УРАВНИВАНИЕ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ ИЗ НЕЗАВИСИМЫХ МОДЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ КООРДИНАТНЫХ СВЯЗЕЙ

В методе фототриангуляции из независимых моделей (назовем его в дальнейшем классическим) уравнивают пространственные фотограмметрические координаты X, Y, Z точек, полученные из построения отдельных моделей [3]. Эти величины чисто условно выступают в роли измеренных, что является определенной теоретической неточностью. Предложим улучшенный в теоретическом плане подход, полагая, что функциональные взаимосвязи между X, Y, Z и измеренными координатами x, y, x', y' известны и должны быть учтены. Теоретической основой предлагаемого способа являются положения, изложенные для некоррелированных наблюдений в [1, с. 349], а для коррелированных измерений — в [2]. Сформулируем задачу так: задан n -мерный вектор λ измерений, свободный от систематических ошибок; известна его корреляционная матрица R и весовая диагональная матрица P ; вычислено s значений функции

$$T = F(\lambda). \quad (1)$$

Необходимо найти уравненное значение вектора

$$\lambda' = \lambda + V, \quad (2)$$

причем должны быть удовлетворены m условия

$$\Phi(T', U') = 0, \quad (3)$$

где

$$T' = T + \Delta T; \quad (4)$$

$$U' = U + \Delta U; \quad (5)$$

T', U' — соответственно уравненные значения функции и дополнительных неизвестных.

Решая поставленную задачу под условием

$$V^T R V = \min, \quad (6)$$

где

$$\bar{R} = R^{-1/2} R^{-1} R^{-1/2}. \quad (7)$$

После линеаризаций (3) и (1) составим функцию Лагранжа

$$\chi = V^T \bar{R} V - 2K^T (A \bar{a} V + \bar{B} \Delta U + W) \quad (8)$$

и получим систему уравнений

$$A Q A^T K + \bar{B} \Delta U + W = 0, \quad (9)$$

$$\bar{B}^T K = 0,$$

Определив уравненные значения отметок точек съемочного обобщения в каждом квадрате, вычисляем превышения «реальных» точек над ними так же, как это делается в тахеометрии. С учетом того, что точки находятся в пределах одного квадрата сетки, превышения находим по формуле

$$\Delta h' = H \frac{\partial \Delta p}{\rho_c} + \Delta p_1 + \Delta p_2 + \frac{\Delta p_1 \Delta p_2}{\rho_c}, \quad (19)$$

где $\partial \Delta p = \Delta p_2 - \Delta p_1 = \rho_{отеч. 2} - \rho_{отеч. 1} + \rho_c = \rho_{отеч. 2} - \rho_{отеч. 1}$, а средняя квадратическая погрешность этого значения, как указано выше, составляет около 5,6 мкм. Поэтому с учетом средней квадратической погрешности отметки точки съемочного обоснования и имеем в виду (11) и (13), получаем

$$m_{H'}^2 = m_{H_{исх}}^2 + m_{\Delta h \partial p}^2 \text{ и } m_{H'}^2 = \left(\frac{m_{\Delta h} \sqrt{n}}{2} \right)^2 + \left(\frac{H^2}{fB} m_{\Delta p} \right)^2.$$

Для $f = 75$ мм, $m_{\Delta p} = \pm 5,6$ мкм, $n = 9$ имеем

$$m_{H'} \approx \frac{H^2}{5500 B}. \quad (20)$$

При $H : B = 4$

$$m_{H'} \approx \frac{H}{1400}.$$

Таким образом, предложенная технология обработки снимков, полученных при короткодистанционной стереофотограмметрической съемке неметрическими фотокамерами, позволяет определить отметки точек исследуемой поверхности с погрешностями $H : 1400 - H : 2200$. При этом погрешности измерения высоты фотографирования и положение начальной плоскости над объектом не оказывают существенно влияния на точность определения отметок.

Приведенные погрешности отметок удовлетворяют большшинству исследований, которые предполагают моделирование природных явлений. Однако, если задача исследований потребует более высокой точности, то ее можно достигнуть улучшением метрических характеристик снимков, повышением точности самих измерений, применением более длиннофокусных объективов и другими мерами.

Данная методика не требует использования сложного оборудования для съемки и обработки снимков и может найти применение в фотограмметрических исследовательских лабораториях.

Список литературы: 1. Гуткин В. Д. Определение координат точек водной поверхности при короткодистанционной стереофотограмметрической съемке любительскими фотокамерами. — Геодезия и фотограмметрия в торном деле, 1979, вып. 6. 2. Гуткин В. Д., Бредни В. В. Составление рельефного плана свободной поверхности потока по стереопарам любительских фотоснимков. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1977, вып. 25.

Статья поступила в редакцию 09. 11. 82