

А. Л. ДОРОЖИНСКИЙ, О. В. ТУМСКАЯ, М. Я. ГРИНЮК

УРАВНИВАНИЕ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ ИЗ НЕЗАВИСИМЫХ МОДЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ КООРДИНАТНЫХ СВЯЗЕЙ

В методе фототриангуляции из независимых моделей (назовем его в дальнейшем классическим) уравнивают пространственные фотограмметрические координаты X, Y, Z точек, полученные из построения одиночных моделей [3]. Эти величины чисто условно выступают в роли измеренных, что является определенной теоретической неточностью. Предложим улучшенный в теоретическом плане подход, полагая, что функциональные взаимосвязи между X, Y, Z и измеренными координатами x, y, x', y' известны и должны быть учтены. Теоретической основой предлагаемого способа являются положения, изложенные для некоррелированных наблюдений в [1, с. 349], а для коррелированных измерений — в [2].

Сформулируем задачу так: задан n -мерный вектор λ измерений, свободный от систематических ошибок; известна его корреляционная матрица R и весовая диагональная матрица P ; вычислено s значений функций

$$T = F(\lambda). \quad (1)$$

Необходимо найти уравненное значение вектора

$$\lambda' = \lambda + V, \quad (2)$$

причем должны быть удовлетворены m условия

$$\Phi(T', U') = 0, \quad (3)$$

где

$$T' = T + \Delta T; \quad (4)$$

$$U' = U + \Delta U; \quad (5)$$

T', U' — соответственно уравненные значения функций и дополнительных неизвестных.

Решая поставленную задачу под условием

$$V^T \bar{R} V = \min, \quad (6)$$

где

$$\bar{R} = P^{-1/2} R^{-1} P^{-1/2}. \quad (7)$$

После линеаризации (3) и (1) составим функцию Лагранжа

$$\Psi = V^T \bar{R} V - 2K^T (A\bar{a}V + \bar{B}\Delta U + W) \quad (8)$$

и получим систему уравнений

$$AQ A^T K + \bar{B} \Delta U + W = 0, \quad (9)$$

$$\bar{B}^T K = 0,$$

$$\text{где } Q = \bar{\alpha} \bar{R} \bar{\alpha}^T; \quad (10)$$

$\alpha = \partial F / \partial \lambda$ — совокупность всех частных производных; A, \bar{B} — соответственно частные производные;

$$A = \partial F / \partial T; \quad B = \partial F / \partial U; \quad (11)$$

K — вектор коррелат; ΔU — вектор поправок к дополнительным неизвестным

$$W = \Phi(T, U) \quad (12)$$

— вектор свободных членов.

Применим изложенные вкратце теоретические основы коррелятного способа уравнивания функций измеренных величин совместно с дополнительными неизвестными для фототриангуляции из независимых моделей.

Пусть в произвольно выбранной пространственной прямоугольной системе координат с началом в точке S_L (левом центре фотографирования) построена по паре снимков модель местности. Координаты правого центра фотографирования равны X_0, Y_0, Z_0 , а для точек модели обозначим их X, Y, Z . Функциональную взаимосвязь измеренных и пространственных координат описываем известными уравнениями:

$$T = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = N \cdot \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = N \cdot M \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где N — масштабный множитель, определяемый по формуле

$$N = \left\{ \frac{(Y_0 Z'_2 - Z_0 Y'_2)^2 + (X_0 Z'_2 - Z_0 X'_2)^2 + (X_0 Y'_2 - Y_0 X'_2)^2}{(Y'_1 Z'_2 - Z'_1 Y'_2)^2 + (X'_1 Z'_2 - Z'_1 X'_2)^2 + (X'_1 Y'_2 - Y'_1 X'_2)^2} \right\}^{1/2}, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{bmatrix} = M_{\alpha} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X'_2 \\ Y'_2 \\ Z'_2 \end{bmatrix} = M_{\beta} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ -f \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Здесь x, y — измеренные координаты на левом снимке; x', y' — соответственно на правом снимке; M_{α}, M_{β} — матрицы направляющих косинусов, вычисленные по углам наклона левого и правого снимков; f — фокусное расстояние. Поскольку уравнению (1) соответствует (13), то матрица a_i для i -й точки модели имеет вид

$$a_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial x} & \frac{\partial X}{\partial y} & \frac{\partial X}{\partial x'} & \frac{\partial X}{\partial y'} \\ \frac{\partial Y}{\partial x} & \frac{\partial Y}{\partial y} & \frac{\partial Y}{\partial x'} & \frac{\partial Y}{\partial y'} \\ \frac{\partial Z}{\partial x} & \frac{\partial Z}{\partial y} & \frac{\partial Z}{\partial x'} & \frac{\partial Z}{\partial y'} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Дифференцирование (13)–(15) дает искомые коэффициенты, которые ввиду их громоздкости здесь не приведены. Структура матрицы α для всех точек стереопары такова, что матрица носит близдиагональный характер

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & & \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_n \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где каждый компонент имеет в соответствии с (16), размерность 3×4 . Матрица $\bar{\alpha}$, составленная для маршрута, также носит близдиагональный характер

$$\bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_I & & & \\ & \alpha_{II} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_K \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где I, II, ..., K — номера стереопар.

Уравнению (3) соответствует известная взаимосвязь пространственных координат в фотограмметрической и геодезической системах:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M^T (\alpha_0 \omega_0 \mathbf{x}_0) \begin{bmatrix} X_\Gamma - X_H \\ Y_\Gamma - Y_H \\ Z_\Gamma - Z_H \end{bmatrix} \cdot t, \quad (19)$$

где $X_H, Y_H, Z_H, \alpha_0, \omega_0, \mathbf{x}_0, t$ — элементы геодезического ориентирования модели; $X_\Gamma, Y_\Gamma, Z_\Gamma$ — геодезические координаты точек модели.

Составим матрицу B_i для i -й модели:

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial X_H} & \frac{\partial X}{\partial Y_H} & \frac{\partial X}{\partial Z_H} & \frac{\partial X}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial X}{\partial \omega_0} & \frac{\partial X}{\partial \mathbf{x}_0} & \frac{\partial X}{\partial t} & \frac{\partial X}{\partial X_\Gamma} & \frac{\partial X}{\partial Y_\Gamma} & \frac{\partial X}{\partial Z_\Gamma} \\ \frac{\partial Y}{\partial X_H} & \frac{\partial Y}{\partial Y_H} & \frac{\partial Y}{\partial Z_H} & \frac{\partial Y}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial Y}{\partial \omega_0} & \frac{\partial Y}{\partial \mathbf{x}_0} & \frac{\partial Y}{\partial t} & \frac{\partial Y}{\partial X_\Gamma} & \frac{\partial Y}{\partial Y_\Gamma} & \frac{\partial Y}{\partial Z_\Gamma} \\ \frac{\partial Z}{\partial X_H} & \frac{\partial Z}{\partial Y_H} & \frac{\partial Z}{\partial Z_H} & \frac{\partial Z}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial Z}{\partial \omega_0} & \frac{\partial Z}{\partial \mathbf{x}_0} & \frac{\partial Z}{\partial t} & \frac{\partial Z}{\partial X_\Gamma} & \frac{\partial Z}{\partial Y_\Gamma} & \frac{\partial Z}{\partial Z_\Gamma} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Конкретный вид частных производных также опустим из-за громоздкости. Структура матрицы B для одной стереопары показана на рис. 1.

Переходя к изучению структуры матрицы \bar{B} для маршрута, необходимо иметь в виду, что для связующих точек, расположенных

вых в смежных j и $(j+1)$ стереопарах, мы должны получить одни и те же геодезические координаты, т. е. частные производные для них должны находиться в одном столбце. Такое же правило применимо для центров проекции, поскольку

$$X_{S_{n_j}} = X_{S_{n_{j+1}}}; \quad Y_{S_{n_j}} = Y_{S_{n_{j+1}}}; \quad Z_{S_{n_j}} = Z_{S_{n_{j+1}}}.$$

Графическая интерпретация матрицы B маршрута из трех стереопар с тремя связующими точками показана на рис. 2.

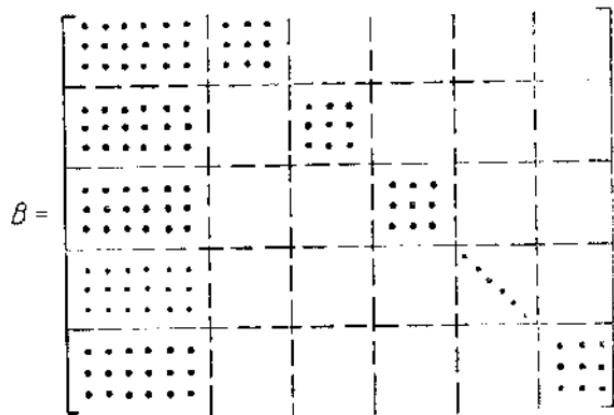


Рис. 1. Структура матрицы B для одной стереопары.

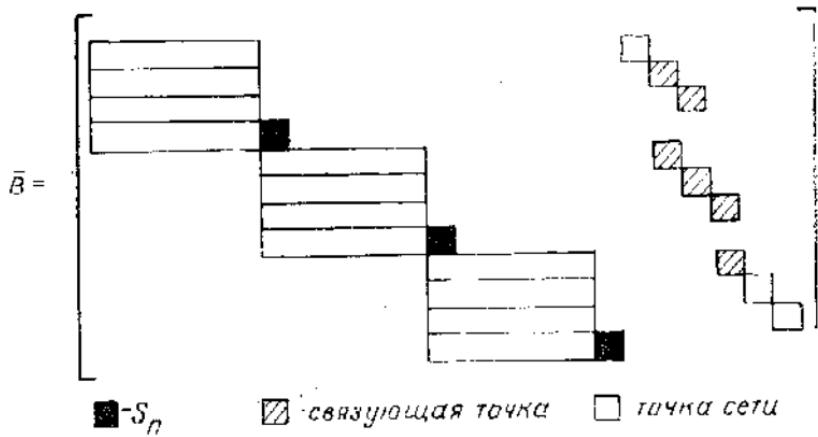


Рис. 2. Структура \bar{B} для маршрута из трех стереопар.

Реализация предложенного метода уравнивания выполнена на ЕС ЭВМ, для чего составлена программа на языке Фортран-IV. После построения одиночных моделей происходит формирование матриц \bar{a} и \bar{B} , вычисление весовой матрицы Q , составление нормальных уравнений и решение системы. Нахождение уравненного вектора U' ведется итеративным путем до стабилизации средних квадратических ошибок M_x , M_y , M_z единицы веса для простран-

ственных координат, полученных в двух последовательных итерациях. После завершения уравнивания производится оценка точности по элементам обратной матрицы коэффициентов нормальных уравнений и составляется известными приемами нормированная корреляционная матрица. На печать выдаются каталог координат и элементы внешнего ориентирования, а также результаты оценки точности фототриангуляции.

Экспериментальная сравнительная проверка метода проведена в два этапа: по макетным снимкам и по аэрофотоснимкам трех залетов с параметрами, приведенными в таблице. Измерения выполнены на стереокомпараторе СК-1818 одним приемом, количество точек в стереопаре 10—12, количество связующих точек в каждой стереопаре — 3. Сгущение сети проводилось четырьмя методами: связок; разработанным независимых моделяй; классическим независимых моделей; частично зависимых моделей. При этом принято допущение, что измеренные величины некоррелированные и равноточные.

Оценка точности методов фототриангуляции

Наименование метода фототриангуляции	Ошибка в координатах, м			Относительная m_z/H	К-во контр. точек	Оценка ср. кв. ошибки, м			Количество итераций
	m_x	m_y	m_z			σ_x	σ_y	σ_z	

Длина сети $n=4$, $f=350$ мм, $H=1700$ м, к-во опознаков=6

Связок	0,10	0,16	0,30	1:6000	9	0,04	0,06	0,11	5
Разработанный независим. моделей	0,10	0,18	0,30	1:6000	9	0,04	0,07	0,11	6
Классический незав. мод.	0,10	0,27	0,30	1:6000	9	0,04	0,10	0,11	6
Частично зависим. моделей	0,10	0,15	0,30	1:6000	9	0,04	0,06	0,11	—

Длина сети $n=4$, $f=100$ мм, $H=200$ м, к-во опознаков=6

Связок	0,11	0,05	0,10	1:2000	7	0,04	0,01	0,04	5
Разработанный зав. мод.	0,08	0,11	0,12	1:1667	7	0,03	0,04	0,05	6
Классический незав. мод.	0,08	0,07	0,11	1:1818	7	0,03	0,03	0,04	6
Частично завис. моделей	0,06	0,03	0,04	1:5000	7	0,03	0,01	0,02	—

Длина сети $n=4$, $f=100$ мм, $H=200$ м, к-во опознаков=4

Связок	0,09	0,05	0,19	1:1053	9	0,03	0,01	0,06	5
Разработанный незав. мод.	0,07	0,10	0,14	1:1429	9	0,02	0,03	0,05	6
Классический незав. мод.	0,08	0,07	0,11	1:1818	9	0,02	0,02	0,04	7
Частично завис. моделей	0,04	0,04	0,09	1:2222	9	0,01	0,01	0,03	—

Как следует из первого эксперимента, методы связок, частично зависимых моделей и разработанный способ уравнивания дали практически одинаковые результаты. Результаты определения ординат точек классическим методом в 1,7 раза хуже по сравнению с упомянутым. Следует особо подчеркнуть, что использованный материал обладал высокими метрическими показателями и дисторсия не превышала 0,01 мм по всему полю снимка.

Второй и третий эксперименты проведены на снимках с невысокими метрическими показателями: смаз изображения достигал 0,05 мм, а дисторсия объектива на краю снимка равна 0,035 мм. Это обстоятельство существенно повлияло на точность фототриангуляции. Метод связок и оба метода независимых моделей оказались практически равноточными и в значительной мере уступили методу частично зависимых моделей с исключением деформации по полиному второй степени. В этих условиях метод связок (эксперимент 3) дал наихудшую точность определения высот; подтвержден еще раз известный вывод о том, что уравнивание сетей на основе условия коллинеарности целесообразно при использовании высококондиционных снимков.

Таким образом, поставленный эксперимент позволяет сделать частный вывод о том, что классический метод фототриангуляции из независимых моделей целесообразно заменить разработанным, если ведется обработка снимков с высокими метрическими показателями. В таком случае разработанный способ и метод связок практически равноточны.

Список литературы: 1. Большаков В. Д., Гайдай П. А. Теория математической обработки геодезических измерений. — М.: Недра, 1977. 2. Дорожинский А. Л., Гринюк М. Я. Уравнивание функций коррелированных измерений. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1980, вып. 30. 3. Лобинов А. Н., Кузнецова Ш. Е., Любомирский П. С. Аналитические методы фотограмметрии. — В кн.: Итоги науки и техники. Геодезия и аэросъемка. М., 1982, т. 20.

Статья поступила в редакцию 20.05.83