

И. Н. ГУДЗ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ И ОРИЕНТИРОВКИ ФИГУРЫ ВНЕШНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ЛИТОСФЕРЫ ПО РАЗЛОЖЕНИЯМ ВЫСОТ РЕЛЬЕФА ПО СФЕРИЧЕСКИМ ФУНКЦИЯМ

Если принять за фигуру внешней поверхности литосферы Земли двухосный эллипсоид вращения, то в результате аппроксимации этой же поверхности указанным эллипсоидом можно получить его размеры и ориентировку по отношению к фигуре современного геоида, за которую обычно принимают эллипсоид Красовского. Осуществив такую аппроксимацию, Н. К. Мигаль [3] получил формулу расстояния h от поверхности определяемого эллипсоида до внешней поверхности литосферы, которая имеет вид

$$h = A \cos \Theta + B \sin \Theta \cos \lambda + C \sin \Theta \sin \lambda + D \cos^2 \Theta + \\ + K \sin 2\Theta \cos \lambda + M \sin 2\Theta \sin \lambda - \Delta a + H, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} A &= -\rho_0 \cos \Theta_0; \\ B &= -\rho_0 \sin \Theta_0 \cos \lambda_0; \\ C &= -\rho_0 \sin \Theta_0 \sin \lambda_0; \\ D &= -\alpha_0 + \alpha(1 + \Delta a); \\ K &= \alpha(1 + \Delta a) \zeta \sin \kappa; \\ M &= -\alpha(1 + \Delta a) \zeta \cos \kappa. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь Θ, λ, H — полярное расстояние, долгота, высота (глубина) какой-нибудь точки поверхности Земли;
 a_0, α_0 — большая полуось и сжатие эллипсоида Красовского;
 $\Theta_0, \lambda_0, \rho_0, \alpha, \alpha, \kappa$ и ζ — величины, определяющие ориентировку искомого эллипсоида, причем $a_0 = 1$, а $\Delta a = a - a_0$.

Определив через соответствующие интервалы по Θ и λ высоты (глубины) H для всей Земли, можно, исходя из условия $[h^2] = \text{minimum}$, получить искомые величины. Если эти точки выбрать еще симметрично экватору и через одинаковые интервалы по долготе, то решение нормальных уравнений значительно упростится. Таков путь решения задачи, приведенный в работе [3].

Определение размеров и ориентировки фигуры внешней поверхности литосферы впервые было сделано в работе [3], причем величины H были найдены там по картам Большого советского атласа мира. Данные этих определений помещены во втором столбце приводимой ниже таблицы.

Вслед за Н. К. Мигалем [3], в работе [1] также определялись размеры и ориентировка фигуры внешней поверхности литосферы, но в качестве H были использованы соответствующие величины из работы [2]. Результаты этих определений приведены в третьем столбце упомянутой таблицы.

Но известно, что высоты точек земной поверхности можно получить, разложив рельеф по сферическим функциям. Такие определения были сделаны А. Преем [4], получившим искомые величины 544 точек с использованием сферических функций до 16-го порядка. Точки эти расположены на каждой десятиградусной параллели, включая экватор, с частотой по долготе в $11^{\circ}15'$. В связи с этим представляется целесообразным использовать указанные результаты Прее и в соответствии с исходными положениями [3] определить размеры и ориентировку эллипсоида, наиболее подходящего к внешней поверхности литосферы Земли. Такая работа нами выполнена. Составленные нормальные уравнения с числовыми величинами приобрели в данном случае такой вид:

$$\begin{aligned}
 &+256,000 A + 34,012 = 0, \\
 &+144,000 B + 33,287 = 0, \\
 &+144,000 C + 14,639 = 0, \\
 &+184,000 D - 256,000 \Delta a - 56,434 = 0, \\
 &+144,000 K + 13,549 = 0, \\
 &+144,000 M + 10,418 = 0, \\
 &-256,000 D + 544,000 \Delta a + 173,463 = 0.
 \end{aligned} \tag{3}$$

В результате решения этих уравнений неизвестные получили следующие значения: $A = -0,13286$; $B = -0,23116$; $C = -0,10166$; $D = -0,39659$; $\Delta a = -0,50550$; $K = -0,09409$; $M = -0,07235$. С учетом их и выражения (2) были получены искомые величины Θ_0 , λ_0 , ρ_0 , a , α , χ и ζ , характеризующие размер и ориентировку искомого эллипсоида по отношению к фигуре современного геоида. Они помещены в последнем столбце таблицы.

Данные о размерах и ориентировке фигуры
внешней поверхности литосферы

Определяемые величины	Вычисления Н. К. Мигалы	Вычисления автора по данным	
		И. Д. Жонголовича	А. Прее
Координаты центра искомого эллипсоида (по отношению центра фигуры геоида): Θ_0	46°35'	46°43'8	62°15'0
λ_0	37°01'	34°13'5	23°44'3
ρ_0, M	1682	1673	1820
Угол χ , определяющий направление линий узлов	137°36'	136°31'2	127°33'5
Угол поворота ζ	-2°16'	-2°38'7	-2°18'1
Данные, характеризующие искомый эллипсоид: сжатие a	1:329,5	1:326,8	1:338,2
большая полуось a, M	6 375 165	6 375 311	6 375 021
Координаты северного полюса: φ	87°44'	87°21'3	87°41'9
λ	132°24'	133°28'2	142°26'5

Из сопоставления данных последнего столбца с данными двух других столбцов видно, что все они по знаку совпадают, хотя по величине и несколько отличаются друг от друга. Характерно, что угол поворота ζ и связанная с ним широта северного полюса искомого эллипсоида почти такие же, как и у Н. К. Мигалья; вторая же координата — долгота λ — отличается от значений в первых столбцах примерно на 10° .

Несмотря на то, что высоты точек земной поверхности во всех трех случаях были получены разными способами, причем определения в работе [2] нужно считать наиболее точными, величины, характеризующие размер и ориентировку фигуры внешней поверхности литосферы, получились во всех трех столбцах примерно одинаковыми. Это убеждает в том, что фигура внешней поверхности литосферы действительно на величины такого же порядка не совпадает с фигурой современного геоида.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гудз И. Н. К вопросу об определении размеров и ориентировки фигуры внешней поверхности литосферы. В сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 4. Изд-во Львов. ун-та, 1966.
2. Жонголович И. Д. Внешнее гравитационное поле Земли и фундаментальные постоянные, связанные с ним. Труды Ин-та теор. астрономии, вып. III. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1952.
3. Мигаль Н. К. Фигура Земли и геотектоника. Науч. зап. Львов. политехн. ин-та. вып. XVIII, сер. геодез., № 2, Львов, 1954.
4. A. Prey. Darstellung der Höhen- und Tiefenverhältnisse der Erde durch eine Entwicklung nach Kugelfunktionen bis zur 16. Ordnung. Abhandl. d. Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Math.-phys. Klasse. Neue Folge. XI Bd., № 1. Berlin, 1922.

Работа поступила
5 февраля 1968 г.