

Б. И. ВОЛОСЕЦКИЙ

АППРОКСИМАЦИЯ РЕЛЬЕФА ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ РЕЧНОЙ ДОЛИНЫ

При проектировании инженерных сооружений на водотоках и поблизости от них необходимо учитывать возможные русловые деформации и изменение количественных характеристик руслового процесса. Прогноз деформаций речных долин особенно актуален для рек горно-предгорной зоны, которым присущи большая подвижность отложений, частые и интенсивные паводки, приводящие в конечном счете к русловым переформированиям.

При исследовании русловых деформаций, происходящих в период паводка, практическое значение имеет получение морфометрических зависимостей непосредственно из форм русла и гидравлических параметров водотока. Инженерная практика ставит задачу изучения этого многофакторного процесса в конкретных региональных условиях, а при количественном описании процесс необходимо рассматривать в динамике.

Так, при проектировании мостовых переходов [4], гидротехнических, регуляционных и других сооружений [5, 6] для прогноза русловых переформирований необходимо определять плановые смещения русловых образований, изменений живых сечений водотоков, ширину русловой и пойменной части долины, смещения линий берегов.

Выяснению размеров русловых деформаций в расчетных створах водотока должны предшествовать определение и анализ из материалов полевых измерений функций объемного расхода наносов $\Theta_s(t)$, глубины $H(x, y)$, живого сечения $\omega(z)$ и ширины водной поверхности $B(z)$ [1]. Значение функций $\Theta_s(t)$ и $H(x, y)$ вычисляют исходя из графика изменения расходов воды $\Theta(t)$ во времени в период паводка, кривых соответственных уровней в расчетных створах и гидравлических уклонов.

Для определения функций $\omega(z)$ и $B(z)$ необходимо иметь данные промеров глубин по поперечным сечениям. Значения этих функций находят путем аппроксимации площади живого сечения соответствующей геометрической фигурой, представляющей поперечное сечение по данному створу, ограничивая его поверху при заданных прямых [1].

Но предварительно профиль поперечного сечения речной долины необходимо аппроксимировать аналитической зависимостью, так как из полевых измерений имеется ряд дискретных данных

$$Z_i = Z(x_i), \quad (1)$$

где Z_i — отметка (глубина) дна; x_i — расстояние от магистрали до текущей промерной точки данного профиля. Чаще всего для этих целей используют аппроксимацию полиномами раз-

личных степеней. Выбор степени полинома имеет существенное значение как с точки зрения точности представления рельефа, так и оптимальности вычислений.

Применение линейной интерполяции для вычисления функций $\omega(z)$ и $B(z)$ не дает удовлетворительных результатов, так как повышения точности можно достичь только увеличением количества промерных точек на профиле, что приводит к значительному увеличению объемов полевых работ. Применение для аппроксимации рельефа полиномов высоких степеней с целью описания всего профиля одним многочленом также затруднительно ввиду того, что это потребует значительного увеличения машинного времени для расчетов, памяти ЭВМ, а оценка точности приближения усложнится.

Поэтому данные промерных измерений на поперечных профилях, заданных дискретно в виде (1), аппроксимируем полиномами второй и третьей степени. Используется чебышевское приближение многочленом вида

$$P_2(x) = Ax^2 + Bx + C; \quad (2)$$

$$P_3(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D. \quad (3)$$

Коэффициенты A, B, C, D и ошибку приближения E определяют по алгоритму, разработанному в [3]. Аппроксимация рельефа поперечного профиля, заданного дискретно в виде (1), производилась по следующей методике.

Сначала задается начальный интервал значений функции (1) при i , изменяющемся от 1 до n . На этом интервале подсчитываются коэффициенты A, B, C, D и ошибка приближения E . Количество точек в интервале определяется из условия

$$E \leq \varepsilon, \quad (4)$$

где ε — требуемая точность аппроксимации. Следующий шаг вычислений состоит в выборе второго интервала значений функции (1) расчета коэффициентов, исходя из условия (4). Стыковка полученных полиномов производится по последней точке первого интервала.

Путем такого последовательного разбиения всей совокупности значений функции (1) на отдельные интервалы производится аппроксимация всего поперечного профиля отдельными параблами, описывающими рельеф с необходимой точностью. Количество интервалов приближения на данном профиле зависит от общего количества промерных точек и сложности рельефа. Интервал аппроксимации задается точностью приближения, поэтому чем выше точность отображения элементов рельефа, тем меньше точек войдет в интервал. Минимальное количество точек, по которым возможна аппроксимация, равно четырем в случае (2) и пяти — в случае (3).

Был разработан алгоритм и составлена программа для выбора интервалов аппроксимации, расчета коэффициентов многочлена, определения точности приближения и определения зна-

чений $Z(X_i)$ для всех участков профиля с определенным шагом Δx .

На печать выводятся номера интервалов приближения, значения x_n и x_k — ординаты начала и конца интервала, коэффициенты A, B, C, D и величина E для каждого интервала. Далее выводится таблица значений Z_i для x_i с заданным шагом Δx .

В табл. 1, 2 приведены данные вычислений, позволяющие сделать анализ полученных результатов. Расчеты проведены для двух характерных профилей реки Днестр по материалам полевых измерений. На каждом профиле приведено четыре варианта расчетов: для количества точек M и $2M$, где M — общее количество промерных точек через одну, и для двух значений точности приближения $\varepsilon=0,5$ м и $\varepsilon=0,15$ м.

Как видно из таблиц для $\varepsilon=0,5$ м, длина интервалов больше, а количество интервалов меньше. Точность аппроксимации находится в пределах допустимой величины. Для $\varepsilon=0,15$ м количество интервалов больше, а длина их меньше. Точность ап-

Таблица 1

Аппроксимация поперечного профиля речной долины полиномом второй степени

Номер поперечников	M	$\varepsilon, \text{ м}$	k	n_k	E, м	Номер поперечников	M	$\varepsilon, \text{ м}$	k	n_k	E, м
П ₁	22	0,50	4	9	0,47	П ₂	37	0,15	10	4	0,21
				7	0,36					4	0,50
				6	0,39					5	0,05
П ₁	22	0,15	7	5	0,21	П ₂	72	0,15	15	5	0,08
				5	0,10					5	0,13
				5	0,10					6	0,11
				4	0,19					4	0,33
				4	0,25					5	0,02
				5	0,04					4	0,13
П ₁	43	0,15	8	4	0,42	П ₂	72	0,15	15	4	0,40
				4	0,21					5	0,05
				8	0,10					5	0,11
				6	0,08					4	0,12
				5	0,14					9	0,14
				7	0,04					7	0,05
				9	0,13					6	0,13
				6	0,13					4	0,07
				4	0,05					5	0,06
				4	0,13					8	0,11
П ₂	37	0,50	5	5	0,47	П ₂	72	0,15	15	6	0,15
				6	0,39					6	0,15
				10	0,49					7	0,13
				12	0,49					4	0,09
				4	0,46					4	0,23
										4	0,07

M — количество всех исходных точек на поперечном профиле; ε — точность приближения; k — количество точек в интервале приближения одним полиномом; n_k — количество точек в интервале приближения; E — ошибка приближения на данном интервале.

Таблица 2

Аппроксимация поперечного профиля речной долины полиномом 3-й степени

Номер поперечных сечений	M	$\varepsilon, \text{ м}$	k	n_k	E, м	Номер поперечных сечений	M	$\varepsilon, \text{ м}$	k	n_k	E, м
П ₁	22	0,05	3	7	0,15	П ₂	37	0,15	8	5	0,17
				9	0,40					5	0,02
П ₁	22	0,15	5	6	0,43	П ₂ *	70	0,15	11	6	0,03
				8	0,15					6	0,11
				5	0,13					7	0,07
				5	0,05					6	0,06
				5	0,22					5	0,18
П ₁	43	0,15	7	4	0,31	П ₂ *	70	0,15	11	4	0,46
				7	0,07					6	0,14
				8	0,13					9	0,14
				8	0,15					6	0,03
				9	0,07					5	0,10
				7	0,07					6	0,07
				5	0,11					6	0,12
				5	0,03					10	0,06
П ₂	37	0,05	4	6	0,49	П ₂ *	70	0,15	11	7	0,13
				12	0,47					7	0,09
				10	0,50					5	0,12
				9	0,48					5	0,07

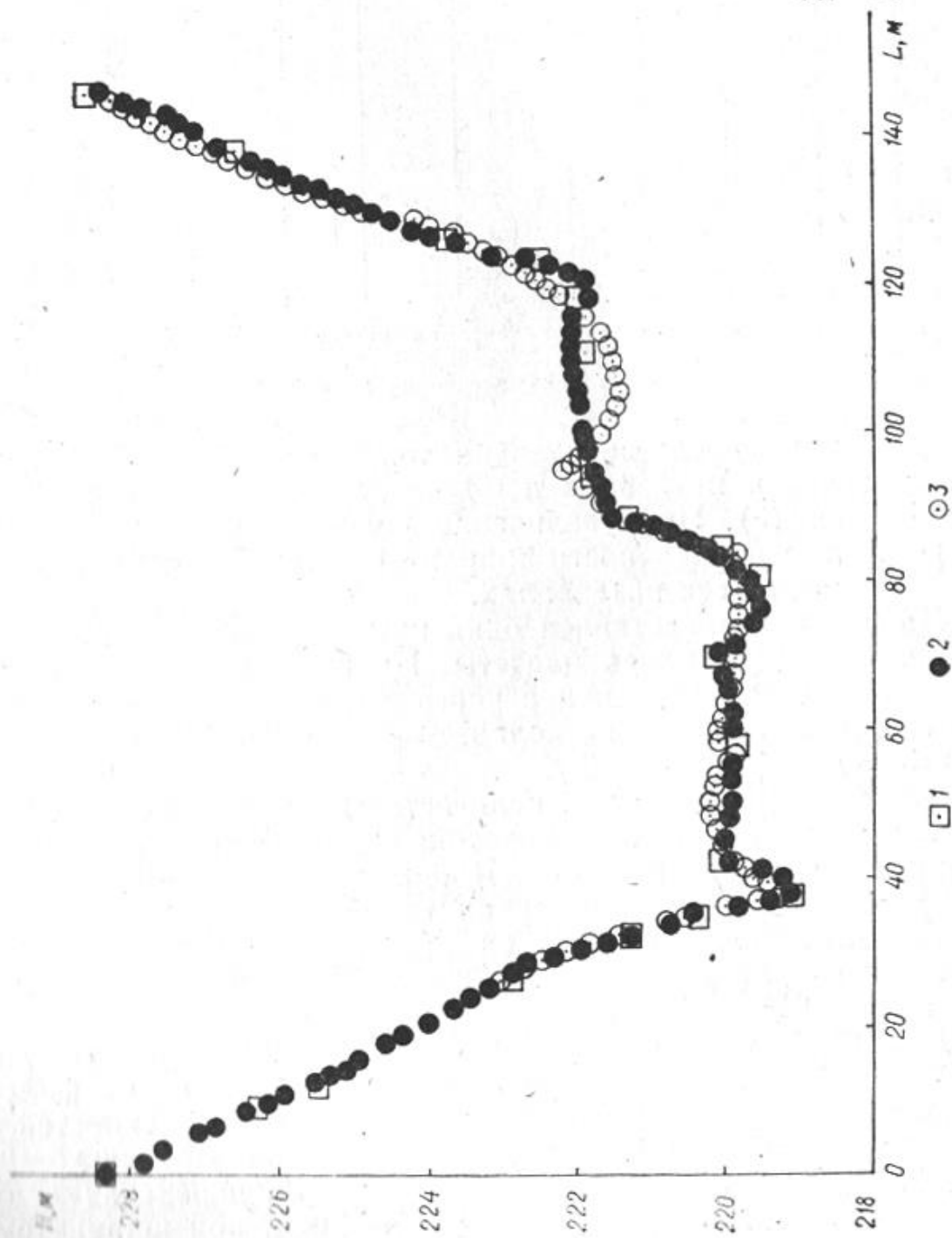
M — количество всех исходных точек на поперечном профиле; ε — требуемая точность аппроксимации; k — количество интервалов; n_k — количество точек в интервале приближения; E — ошибка приближения на данном интервале.

аппроксимации удовлетворительна только в случаях, если количество точек в интервале $n > 4$ — для случая (2) и $n \geq 5$ — для случая (3). При увеличении количества промерных точек на профиле вдвое точность приближения при $\varepsilon = 0,15$ м удовлетворительна на всех интервалах.

На рисунке представлен один из поперечных профилей, для которых производились расчеты. Из рисунка видно, что наиболее точно к рельефу поперечного сечения речной долины подходит приближение при количестве точек, равном $2M$, и $\varepsilon = 0,15$ м для полинома (2).

Как известно из [2, 5], количество промерных точек на профиле зависит от ширины водотока, характера рельефа речной долины и масштаба съемки. В одних случаях [2] достаточно задавать равномерный интервал расстояний между промерными точками: 10...20 м для рек с шириной русла до 50 м, 20...30 точек — для русла 100...300 м, 40...50 точек — для русел шириной до 1000 м.

Для более детального изображения рельефа речных долин нужно дифференцировать количество промерных профилей и точек определения глубин в зависимости от особенностей дна (плесы, перекаты) [5]. Так, для рек с шириной русла до 100 м расстояние между промерными точками на перекатах должно составлять 5...10 м, на плесах около 20 м, при ширине русла



Аппроксимация рельефа поперечного профиля степенными полиномами.
 □ — полевые наблюдения; ● — аппроксимированные значения $M=42$, $\varepsilon=0,15$ м;
 ○ — аппроксимированные значения $M=22$, $\varepsilon=0,15$ м.

100...300 м на перекате — 20...25 м, на плесах — 50 м, при ширине русла более 300 м — 40...50 м и 100 м соответственно на перекатах и плесах. Исходя из сечения рельефа для соответствующих масштабов русловых съемок [6], точность определения отметок промерных точек для двух первых случаев составит в среднем 0,15 м, для третьего — 0,30 м.

Анализируя результаты расчетов, можно сделать вывод, что для удовлетворительного приближения рельефа полиномами (2), (3) необходимо иметь на каждом интервале аппроксимации количество промерных точек больше четырех в случае (2) и больше пяти — в случае (3). Графическое изображение результатов дает возможность увязать величину интервала аппроксимации с формами рельефа, что более характерно для полинома второй степени (2). Из рисунка видно, что каждая форма рельефа — вогнутость или выпуклость — представлена отдельной параболой, для определения коэффициентов которой необходимо, в зависимости от степени полинома, как минимум четыре или пять исходных точек.

1. *Волосецкий Б. И., Каганов Я. И.* Использование морфометрических зависимостей, определяемых из геодезических наблюдений, для прогноза русловых деформаций // *Геодезия, картография и аэрофотосъемка*. 1986. Вып. 43. С. 10—15. 2. *Літовченко О. Ф., Сорокін В. Г.* Гідрологія і гідрометрія. К., 1985. 3. Наилучшие приближения табличных функций / Под ред. Б. А. Попова. К., 1978. 4. Наставление по изысканиям и проектированию железнодорожных и автодорожных мостовых переходов через водотоки. М., 1972. 5. *Серебряков В. В., Лопатин Г. Н.* Водные изыскания. М., 1975. 6. *Справочное руководство по инженерно-геодезическим работам* / Под ред. В. Д. Большакова и Г. П. Левчука. М., 1980.

Статья поступила в редколлегию 08.04.87