

B. A. САЖИН

Львовский политехнический институт

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗУЛЬТАТОВ КРУГЛОСУТОЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗЕНИТНЫХ РАССТОЯНИЙ В ГОРНОМ РАЙОНЕ

В настоящее время общепризнано, что основным источником погрешностей тригонометрического нивелирования является вертикальная рефракция. Изучению закономерностей действия рефракции с целью исключения или ослабления ее влияния посвящены работы целого ряда авторов. Трудности исследования этих вопросов вызваны многообразными и быстрыми изменениями в пространстве и во времени структуры приземного слоя атмосферы. Заметим, что в большинстве работ рассматривается повышение точности геодезического нивелирования днем. Между тем уже А. А. Изотов и Л. П. Пеллинен [2], анализируя материалы наблюдений К. М. Бауэрнфейнда в Альпах, отметили, «что по всем рядам измерений выделяются два периода небольшого систематического изменения влияния рефракции (ночной между 20 и 6 часами и дневной между 10 и 16 часами)».

К сожалению, до настоящего времени недостаточно изучен вопрос о том, является ли ночной период, когда отсутствует прямая солнечная радиация и уменьшается мобильность при-

земного слоя атмосферы, благоприятным для учета вертикальной рефракции.

В последние годы возрос интерес к ночных наблюдениям зенитных расстояний. Это объясняется в первую очередь тем, что в Советском Союзе и за рубежом (ФРГ, США) изучались возможности учета атмосферных влияний на светодальномерные определения путем одновременного измерения длин и зенитных расстояний. Однако эти исследования несколько иного

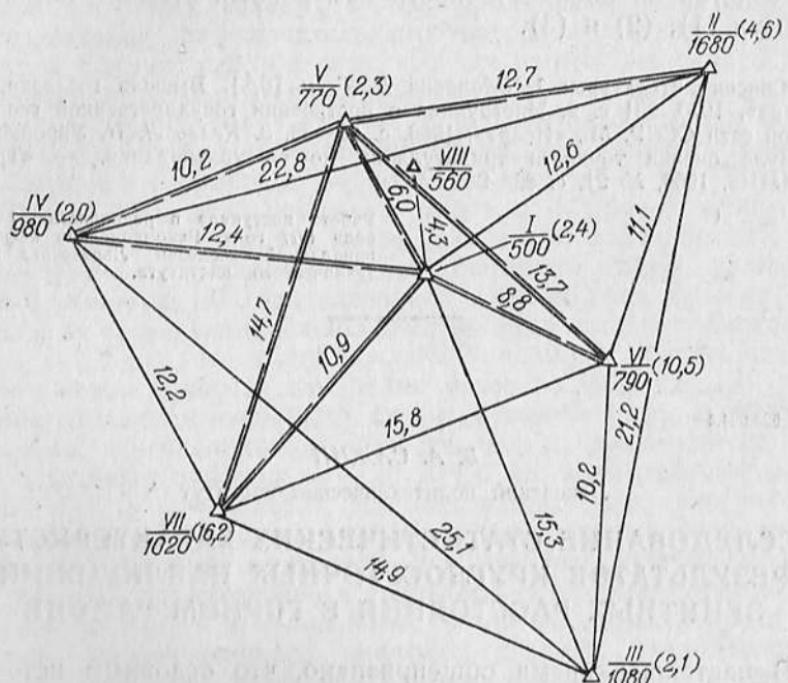


Рис. 1. Схема сети в горном районе.

плана, а вопросы влияния вертикальной рефракции ночью на результаты геодезического нивелирования все-таки изучены недостаточно.

Сравним статистические характеристики результатов наблюдений зенитных расстояний в ночные и дневное время суток с параллельным изучением закономерностей действия вертикальной рефракции ночью в горном районе.

Для решения поставленных задач были проведены специальные экспериментальные наблюдения зенитных расстояний в течение ряда лет. На рис. 1 приведена схема сети в горном районе, все пункты которой (кроме VIII) являются пунктами эталонного полигона [1]. На схеме показаны номера пунктов, их отметки и длины линий. В скобках даны высоты инструмента над центрами знаков.

На протяжении 1968—1973 гг. в полевом сезоне (май—октябрь) в ночное время периодически вели непрерывные одновременные взаимные наблюдения зенитных расстояний. Направления, по которым производились такие наблюдения, показаны на рис. 1 сплошными линиями. Всего выполнено 3138 приемов. Наблюдения вели в течение 118 ночей. Рядов наблюдений было 44. За ряд наблюдений принимали результаты измерений зенитных расстояний, выполненных по одному направлению в течение нескольких ночей. Если видимость отсутствовала, то такие ночи разнесены во времени, но не более чем на 14 суток. Наблюдения по одному и тому же направлению, но выполненные в другом году, принимали за новый ряд измерений. Этим и объясняется несовпадение числа рядов с числом направлений на схеме. Отдельный ряд наблюдений составлял 50—150 приемов измерений зенитных расстояний.

По некоторым направлениям, выходящим из пунктов 1 (плоская вершина) и V (остроконечная вершина), были проведены односторонние наблюдения ночью (1973 г.) и днем (1969, 1973 г.). Такие направления на рис. 1 показаны у инструментов сплошными, у визирных целей — пунктирными линиями. Причем наблюдения по этим направлениям велись ежечасно 3—4 приемами. Цель указанных измерений — сравнение точности и других статистических характеристик наблюдений зенитных расстояний ночью и днем. Такое сравнение наиболее правомерно, поскольку измерения зенитных расстояний проведены по одним и тем же направлениям.

Дневные наблюдения (взятые для сравнения) вели в наиболее благоприятное время. Для гор это период: 4 часа после восхода Солнца — 1 час до его захода [1, 5]. Количество приемов измерений: ночью — 720, днем — 2208. Выполнены они за 6 ночей и 10 дней. Рядов наблюдений — 10.

Наблюдения в горах вели в различных метеорологических условиях. Достаточно сказать, что ночью в разные даты температура колебалась от 0 до 20°, а днем от 9 до 24° С.

Всего рядов наблюдений было 61. Распределение рядов по времени суток и условиям наблюдений показало, что для ночного периода число рядов измерений, выполненных с сигнала, равно 16, со штатива (остроконечная вершина) — 5, со штатива (плоская вершина) — 30. Дневные наблюдения вели только со штатива, количество рядов измерений как с остроконечной, так и с плоской вершиной равно 5.

Все результаты экспериментальных полевых наблюдений были подвергнуты статистической обработке. Для этого из каждого ряда наблюдений зенитных расстояний при помощи таблицы случайных чисел взято 50 приемов измерений. По каждому из 50-ти приемов наблюдений зенитных расстояний z_i вычислены углы рефракции δz_j по формуле

$$\delta z_j = X_j = z_T - z_{u_j}, \quad (1)$$

где z_t — теоретическое зенитное расстояние, которое находили с учетом поправок за уклонение отвеса и за переход от измеренных высот к нормальным. Измеренные высоты получены из геометрического нивелирования 2 кл. Погрешности определения z_t при выбранной методике построения рядов наблюдений не влияют на дисперсию σ_z .

При дальнейшей обработке были составлены ряды распределений (объем ряда $n=50$), общее число которых равно числу рядов наблюдений. Для каждого ряда распределения определяли среднее значение угла рефракции \bar{X} по формуле [4]

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^n X_{(j)}}{n}. \quad (2)$$

Кроме того, были вычислены стандарты $\bar{\sigma}$, третий r_3 и четвертый r_4 основные моменты, мера косости ($\alpha=r_3$) и мера крутизны ($i=r_4-3$) кривых распределения, критерий χ , определяющий тип распределения в семействе кривых Пирсона:

$$\bar{\sigma} = + \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k (X_{(j)} - \bar{X})^2 n_j}{n}}; \quad (3) \quad \alpha = \frac{\sum_{j=1}^k (X_{(j)} - \bar{X})^3 n_j}{n \bar{\sigma}^3}; \quad (4)$$

$$i = \frac{\sum_{j=1}^k (X_{(j)} - \bar{X})^4 n_j}{n \bar{\sigma}^4} - 3; \quad (5) \quad \chi = - \frac{r_3^2 (S+2)^2}{16 (S+1)}, \quad (6)$$

$$\text{где } S = \frac{6(r_4 - r_3^2 - 1)}{3r_3^2 - 2r_4 + 6}. \quad (7)$$

Затем были найдены основные ошибки статистик и показатель точности исследований ε

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}; \quad (8) \quad \sigma_{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{2n}}; \quad (9) \quad \sigma_{\alpha} = \sqrt{\frac{6}{n}}; \quad (10) \quad \sigma_{\alpha} = 2\sigma_{\alpha}; \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{\bar{X}}}{\bar{X}} \cdot 100\%. \quad (12)$$

Результаты вычислений по формулам (8), (9) и (12) приведены в табл. 1. Значения σ_{α} и σ_{α} для всех рассматриваемых рядов одинаковы и равны соответственно 0,35 и 0,70.

Как видно из табл. 1, объемы использованных материалов достаточны и таковы, что точность определения угла рефракции \bar{X} и стандарта $\bar{\sigma}$ находятся в пределах $1''$, а вероятность P составляет не менее 95%.

Перейдем теперь непосредственно к анализу основных статистик в соответствии с ранее выделенными условиями наблюдений. В табл. 2 приведены статистики для тех рядов распределений, в которых основное именованное отклонение σ приобретало экстремальные значения. Для этих же рядов на рис. 2 построены многоугольники частот.

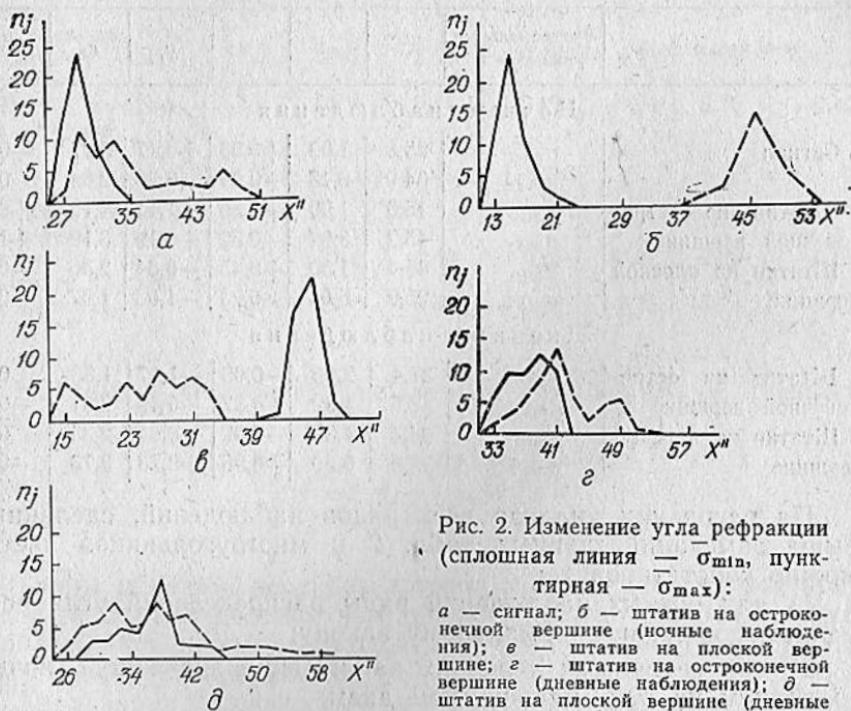


Рис. 2. Изменение угла рефракции (сплошная линия — σ_{\min} , пунктирная — σ_{\max}):

а — сигнал; *б* — штатив на остроконечной вершине (ночные наблюдения); *в* — штатив на плоской вершине; *г* — штатив на остроконечной вершине (дневные наблюдения); *д* — штатив на плоской вершине (дневные наблюдения).

Для большинства экстремальных и прочих рядов наблюдений меры косности и крутизны лежат в пределах двукратных основных ошибок. Исключение составляют три ряда наблюдений днем со штатива на плоской вершине. Один из таких рядов

Таблица 1
Ошибки основных статистик и показатель
точности исследований

Условия наблюдений	$\frac{\sigma}{X}$	$\frac{\sigma}{\bar{X}}$	$\epsilon \%$
Ночь (сигнал или штатив)	0,5	0,4	1,5
День (штатив на остроконечной вершине)	0,5	0,3	1,9
День (штатив на плоской вершине)	0,8	0,5	2,7

приведен (как экстремальный) в последней строке табл. 2 и на рис. 2д. Кроме того, видна достаточная стабильность критерия χ от сезона к сезону и от пункта к пункту, а его значение, как правило, отрицательное, что говорит о наличии β — распределения первого рода.

Таблица 2
Экстремальные значения статистик

Условия наблюдений	Экстремальные значения $\bar{\sigma}$	\bar{X}^*	$\bar{\sigma}''$	α	v	r_4	χ
Ночные наблюдения							
Сигнал	$\bar{\sigma}_{\min}$	28,8	1,69	+0,98	+0,17	3,17	-0,37
	$\bar{\sigma}_{\max}$	34,9	6,48	+0,99	-0,36	2,64	-0,28
Штатив на остро-конечной вершине	$\bar{\sigma}_{\min}$	15,6	1,90	+0,56	+1,12	4,12	+0,20
	$\bar{\sigma}_{\max}$	46,2	3,02	-0,32	+0,19	3,19	+1,08
Штатив на плоской вершине	$\bar{\sigma}_{\min}$	45,4	1,50	+0,45	-0,64	2,36	-0,09
	$\bar{\sigma}_{\max}$	25,0	6,05	-0,23	-1,03	1,97	-0,02
Дневные наблюдения							
Штатив на остро-конечной вершине	$\bar{\sigma}_{\min}$	37,4	2,65	-0,09	-1,17	1,83	0
	$\bar{\sigma}_{\max}$	42,6	4,32	+0,37	-0,49	2,51	-0,08
Штатив на плоской вершине	$\bar{\sigma}_{\min}$	34,4	4,35	-0,09	-0,65	2,35	0
	$\bar{\sigma}_{\max}$	38,9	6,60	+0,96	+0,73	3,73	-0,66

На основании анализа всех рядов наблюдений, сделанных выше замечаний, данных табл. 2 и многоугольников частот можно констатировать:

1) для ночных наблюдений ряды распределений угла рефракции подчинены нормальному закону;

2) при сравнимых условиях наблюдений значение $\bar{\sigma}$ ночью в среднем на 30% меньше, чем днем;

3) ночью углы рефракции по одному и тому же направлению в разные даты и даже в разные годы близки друг к другу.

Максимальное различие угла рефракции по всем рядам наших измерений составляет $6,9''$ при среднем $3,3''$. Весьма близки между собой и углы рефракции по одним и тем же направлениям ночью и днем. Здесь максимальное различие — $6,1''$, а в среднем по 10 сравнимым рядам наблюдений угол рефракции на $1,5''$ меньше ночью, чем днем.

Более представительными и надежными значениями статистических характеристик являются, по-видимому, их средние значения, вычисленные по всем рядам распределений. Такие значения, классифицированные по тем же условиям наблюдений, что и ранее, приведены в табл. 3.

Данные табл. 3 подтверждают наши выводы, сделанные на основании экстремальных значений статистик. Так, и здесь при сравнимых условиях наблюдений среднее значение $\bar{\sigma}$ для ночи $3,04''$, для дня — $4,48''$, то есть $\bar{\sigma}$ для ночи меньше на 32%.

Таблица 3

Средние значения статистик

Условия наблюдений	S км	\bar{X}''	$\bar{\sigma}''$	α	ν	r_4	x
Ночные наблюдения							
Сигнал	12,7	28,1	3,19	+0,16	-0,44	2,56	-0,13
Штатив на остроконечной вершине	11,5	29,5	2,48	+0,32	+0,20	3,20	+0,12
Штатив на плоской вершине	12,6	35,8	3,61	+0,09	-0,24	2,76	-0,40
Дневные наблюдения							
Штатив на остроконечной вершине	11,5	31,4	3,49	+0,26	-0,61	2,39	-0,07
Штатив на плоской вершине	8,5	29,8	5,46	+0,60	+0,75	3,75	-0,31

Найдем соотношение весов результатов ночных и дневных наблюдений зенитных расстояний

$$\frac{P_n}{P_d} = \frac{\bar{\sigma}_d^2}{\bar{\sigma}_n^2} = \frac{20,07}{9,24} = 2,17.$$

Таким образом, веса результатов ночных наблюдений примерно в 2 раза больше, чем дневных. В то же время видно (табл. 3), что ночные наблюдения лучше подчиняются нормальному закону распределения.

Анализируя отдельно ночные наблюдения, заметим, что если измерения ведутся с сигнала и с остроконечной вершиной, то значения стандарта $\bar{\sigma}$ меньше по сравнению с этим же показателем при наблюдениях с плоской вершиной. К аналогичному заключению пришел Л. Градилек [6], правда, по данным дневных наблюдений в горах. Отметим, что днем эти различия более выпуклы. Так, ночью при переходе от остроконечной вершины к плоской значение $\bar{\sigma}$ увеличилось примерно на $1''$, а днем — почти на $2''$. Последнее еще раз указывает на преимущество ночных наблюдений.

Оценим, значимы ли различия в \bar{X} для ночи. Для этого воспользуемся рядами распределений, которые получены по взаимным наблюдениям с сигнала или со штатива на остроконечной вершине и со штатива на плоской по концам отдельных линий. Поскольку $\bar{X}=f(S)$, сравнивать можно только ряды наблюдений по линиям S одинаковой длины. Такие ряды (их оказалось 14) сгруппированы в табл. 4.

Как известно [4], различие в средних значениях двух рядов распределений значимо, если выполняется неравенство

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| > 2\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}, \quad (13)$$

причем

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} \sqrt{\sigma_{\bar{X}_1}^2 + \sigma_{\bar{X}_2}^2}. \quad (14)$$

Для большинства рядов и для осредненных значений \bar{X}_1 и \bar{X}_2 условие (13) выполняется. Так, по осредненным данным $|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| = 10,7 > 2\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = 9,0''$.

Таблица 4

Погрешности в превышениях при допущении равенства углов рефракции

Название линии	\bar{X}_1''	\bar{X}_2''	$\frac{\sigma''}{\sigma_1}$	$\frac{\sigma''}{\sigma_2}$	Δh м
I-II	36,3	30,5	1,98	2,54	-0,18
I-VII	41,3	23,5	3,31	5,20	-0,47
I-VII	40,4	28,8	2,67	1,69	-0,31
I-VII	39,9	25,3	3,50	4,81	-0,39
I-VI	26,7	16,6	5,35	3,12	-0,21
I-VI	28,6	19,4	3,33	2,35	-0,21
I-VI	29,8	19,0	4,20	2,15	-0,23
I-V	23,4	14,6	4,82	2,14	-0,13
VI-VII	44,4	41,8	2,84	2,69	-0,10
VI-II	19,4	18,2	2,40	3,54	-0,03
IV-V	30,0	15,6	3,07	1,90	-0,36
IV-VII	41,7	17,8	2,82	2,95	-0,71
III-II	63,6	54,0	5,53	1,83	-0,49
III-VII	42,6	32,7	3,05	3,49	-0,36
Среднее	36,3	25,6	3,49	2,88	-0,30

При взаимных наблюдениях зенитных расстояний обычно полагают, что углы рефракции по концам линий равны, т. е. пренебрегают членом

$$\Delta h = S \frac{\delta z_2'' - \delta z_1''}{2\rho''}. \quad (15)$$

В последнем столбце табл. 4 приведены погрешности в превышениях Δh от такого допущения. Как видим, эти погрешности имеют систематический характер и достигают величин, с которыми нельзя не считаться даже для тех рядов, где неравенство (13) не удовлетворяется.

Таких существенных значений Δh нет, если на пунктах соблюдается однообразность условий наблюдений.

На основании всего изложенного можно сделать предположительный вывод о том, что использованиеочных наблюдений зенитных расстояний позволит значительно повысить точность тригонометрического нивелирования в горных районах.

Список литературы: 1. Вировец Ю. Б., Наумов Я. В., Островский А. Л.

Эталонный геодезический полигон в горном районе. — «Геодезия и карто-графия», 1971, № 12, с. 13—19. 2. Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Исследова-ние земной рефракции и методов геодезического нивелирования. — «Труды ЦНИИГАиК», 1955, вып. 102, с. 3—175. 3. Исследование вертикальной реф-ракции и условий тригонометрического нивелирования в горах. — «Геоде-зия и картография», 1976, № 8, с. 11—15. Авт.: А. Л. Островский, И. С. Пан-дул, Б. Л. Скуин, В. А. Сажин. 4. Митропольский А. К. Техника статисти-ческих вычислений. М., «Наука», 1971, с. 3—576. 5. Сажин В. А. Сравни-тельный анализ рефракционных погрешностей геодезического нивелирова-ния ночью и днем в горных условиях. — «Геодезия, картография и аэро-фотосъемка», 1975, вып. 22, с. 59—64. 6. Hradilek L. Bestimmung der rela-tiven Lotabweichungen und des Refractionskoeffizienten beim Ausgleich trigo-nometrisch gemessener Höhennetze (Fortsetzung). — «Československa Akade-mie ved Studia Geophysica et Geodaetica» 4, 1959, г. 3, с. 17—25.

Работа поступила в редакцию 19 но-ября 1976 года. Рекомендована кафед-рой геодезии Львовского политехническо-го института.