ГЕОДЕЗИЯ

УДК 528.33.031

В. И. АКУЛОВ

РАСЧЕТ ТОЧНОСТИ ВСТАВКИ, ПРЕДСТАВЛЕННОЙ СОВОКУПНОСТЬЮ ЗАСЕЧЕК И ТРЕУГОЛЬНИКОВ С КРИВЫМИ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ВИДЕ ОКРУЖНОСТЕЙ

Исследование вставки, представленной совокупностью засечек и треугольников с кривыми погрешностей в виде окружностей, имеет большое практическое значение для установления простых способов расчета погрешности положения определяемого пункта.

Веса абсциссы и ординаты определяемого пункта при измерении углов в сети вычисляются по известным формулам:

$$P_x = [AA] - \frac{[AB]^2}{[BB]}; \qquad (1)$$

$$P_y = [BB] - \frac{[AB]^2}{[AA]},$$

где

$$A = a_i - a_{i-1};$$

$$B = b_i - b_{i-1};$$

$$a = -\frac{\rho \sin \alpha}{s};$$

$$b = \frac{\rho \cos \alpha}{s},$$

α — дирекционный угол направления с твердого пункта на определяемый;

s — расстояние между твердыми и определяемым пунктами;

ρ = 206 265″.

Для схемы вставки, в которой выполняются равенства

$$[AA] = [BB];$$
$$[AB] = 0, \qquad (2)$$

кривая среднеквадратических ошибок определяемого пункта имеет форму окружности с радиусом

$$M_x = \pm \frac{m_\beta}{\sqrt{[AA]}}. \qquad (3)$$

Равенства (2) имеют место только в случаях, когда в каждой засечке или треугольнике, входящих в схему вставки, выполняются условия

$$[AA]_q = [BB]_q,$$
$$[AB]_q = 0. \tag{4}$$

В одиночных засечках и треугольнике, в которых выполняются условия (4), кривая среднеквадратических ошибок имеет форму окружности с радиусом

$$m_{x_q} = \pm \frac{m_\beta}{\sqrt{[AA]_q}}. \tag{5}$$

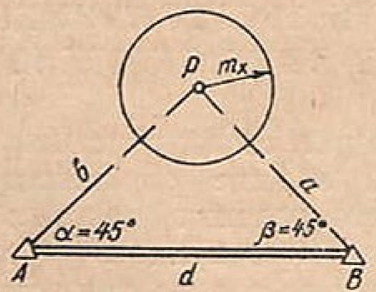

Рис. 1. Схема прямой стандартной засечки.

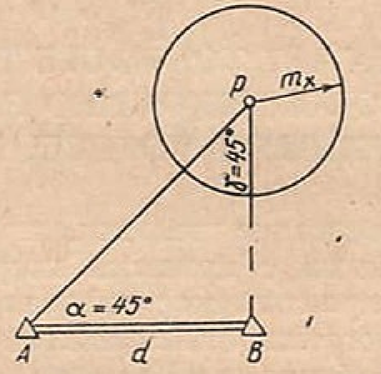

Рис. 2. Схема боковой стандартной засечки.

Засечки и треугольники, в которых кривая среднеквадратических ошибок определяемого пункта имеет форму окружности, назовем стандартными.

Для схемы вставки, состоящей из совокупности стандартных засечек и треугольников, кривая среднеквадратических ошибок определяемого пункта, как следует из (3) и (5), имеет форму окружности с радиусом.

$$M_x = \pm \frac{1}{\sqrt{\sum_1^n \frac{1}{m_x^2}}}, \tag{6}$$

где m_x — радиус кривой погрешностей определяемого пункта из одиночной стандартной засечки или треугольника, входящих в схему вставки.

Форма стандартной засечки и треугольника устанавливается из системы уравнений (4).

Решая систему уравнений (4), найдем, что стандартной прямой засечкой является равносторонняя прямоугольная засечка (рис. 1), стандартной боковой засечкой — засечка с углом 45° при твердом и определяемом пунктах (рис. 2) и стандартным треугольником является равносторонний треугольник (рис. 3).

Радиус окружности погрешностей пункта, определяемого стандартной засечкой или треугольником на основании формулы (5), равен:

а) для стандартной прямой засечки

$$m_x = + \frac{a m_\beta}{\rho}; \tag{7}$$

б) для стандартной боковой засечки

$$m_x = \pm \frac{bm_\beta}{\rho}; \tag{8}$$

в) для стандартного треугольника

$$m_x = \pm \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\, am_\beta}{\rho}, \tag{9}$$

где a — сторона прямой засечки или треугольника;
b — сплошная сторона боковой засечки.

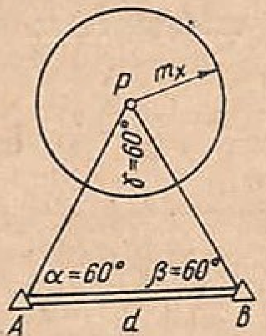

Рис. 3. Схема стандартного треугольника.

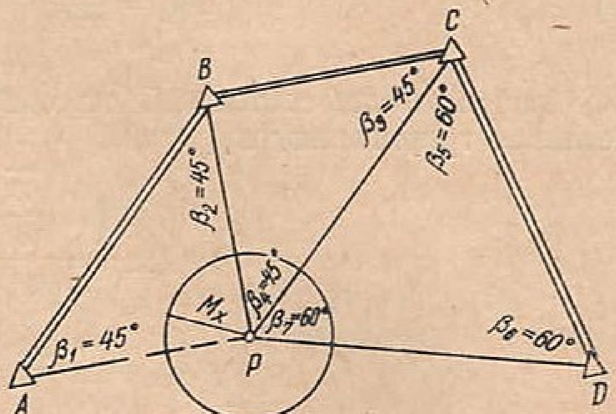

Рис. 4. Схема вставки, представленная совокупностью стандартных засечек (прямой *ABP*, боковой *BCP*), и треугольника *CDP*.

Для вставки, представленной совокупностью стандартных, например, прямой *ABP* и боковой *BCP* засечек, и треугольника *CDP* (рис. 4), радиус окружности погрешностей, учитывая формулы (6)—(9), равен

$$M_x = \pm \frac{m_\beta}{\rho\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{3}{2c^2}}}.$$

Для схемы вставки, состоящей из совокупности однородных стандартных засечек и треугольников, радиус окружности погрешностей и средняя квадратическая ошибка положения определяемого пункта, учитывая формулу (6), равны

$$M_x = \pm \frac{m_x}{\sqrt{n}}; \tag{10}$$

$$M_s = \pm \frac{\sqrt{2}\, m_x}{\sqrt{n}}, \tag{11}$$

где m_x — радиус окружности погрешностей пункта, определяемого стандартной засечкой или треугольником;
n — количество однородных стандартных засечек или треугольников, входящих в схему вставки.

Учитывая формулы (7), (8) и (9), получаем:

а) для многократной прямой засечки, состоящей из совокупности стандартных боковых засечек,

$$M_x = \pm \frac{am_\beta}{\rho \sqrt{n}}; \tag{12}$$

$$M_s = \pm \frac{\sqrt{2} am_\beta}{\rho \sqrt{n}}; \tag{13}$$

б) для вставки, состоящей из совокупности стандартных боковых засечек,

$$M_x = \pm \frac{bm_\beta}{\rho \sqrt{n}}, \tag{14}$$

$$M_s = \pm \frac{\sqrt{2}\, bm_\beta}{\rho \sqrt{n}}; \tag{15}$$

в) для вставки, состоящей из совокупности стандартных (равносторонних) треугольников,

$$M_x = \pm \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\, am_\beta}{\rho \sqrt{n}}; \tag{16}$$

$$M_s = \pm \frac{2a\, m_\beta}{\rho \sqrt{3n}}. \tag{17}$$

Так как в засечке (прямой, боковой) количество измеренных углов равно двум, а в треугольнике — трем, то формулы (13), (15) и (17) могут быть представлены одной формулой вида

$$M_s = \pm \frac{2am_\beta}{\rho \sqrt{N}}, \tag{18}$$

где N — количество измеренных углов в сети.

Отметим важное положение для сплошной сети триангуляции из равносторонних треугольников, вытекающее из свойств стандартного (равностороннего) треугольника.

В сплошной сети триангуляции для каждого пункта (вершины равностороннего треугольника) с коэффициентами L и G имеют место равенства:

$$L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 = G_1^2 + G_2^2 + G_3^2;$$
$$L_1 G_1 + L_2 G_2 + L_3 G_3 = 0;$$

или

$$[LL] = [GG],$$
$$[LG] = 0,$$

где $[LL]$, $[GG]$ — квадратические коэффициенты системы нормальных уравнений при δx и δy определяемого пункта.

В связи с этим для каждого пункта сплошной сети триангуляции из равносторонних треугольников, если рассматривать его последним определяемым пунктом в сети, преобразованная система нормальных уравнений имеет вид

$$[LL(n-1)]\,\delta x + 0\cdot\delta y + [Lv(n-1)] = 0,$$
$$0\cdot\delta x + [GG(n-1)]\,\delta y + [Gv(n-1)] = 0,$$

где

$$[LL(n-1)]=[GG(n-1)].$$

Дирекционный угол большой оси среднеквадратического эллипса погрешностей последнего пункта в системе нормальных уравнений, вычисляемый по формуле

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{-2[LG(n-1)]}{-([LL(n-1)]-[GG(n-1)])},$$

равен

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{0}{0}.$$

Следовательно, в сплошной сети триангуляции из равносторонних треугольников кривая среднеквадратических ошибок для всех определяемых пунктов сети имеет форму окружности с радиусом, например, для последнего пункта в системе нормальных уравнений

$$M_n = \pm \frac{m_\beta}{\sqrt{[LL(n-1)]}}.$$

Поэтому высказывание некоторых авторов об искажении кривых погрешностей для пунктов сплошной сети триангуляции из равносторонних треугольников нам представляется необоснованным.

Работа поступила
27 мая 1968 года.