МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК
1970 Геодезия, картография и аэрофотосъемка Выпуск 11

УДК 528.482.519.2

А. Г. ГРИГОРЕНКО

О СТАТИСТИКЕ ОСАДОК СООРУЖЕНИЙ

Вопросы теории и практики исследования деформаций инженерных сооружений имеют особо важное значение при их проектировании и эксплуатации. Во многих случаях знание только величины полной осадки сооружения оказывается недостаточным, чтобы обеспечить расчетную устойчивость и долговечность объектов строительства.

Действительно, целостность фундаментов, а также самих конструкций сооружений в значительной мере зависит не только от величины полной осадки и ее неравномерности, но и от скорости протекания осадок во времени.

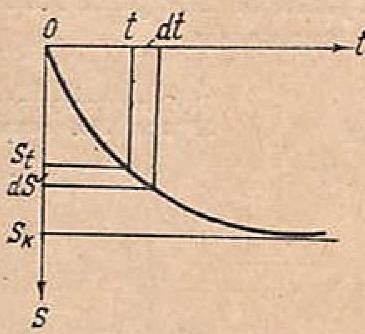

График функции $S = f(t)$.

Поэтому представляется целесообразным решение задачи по определению величины осадки сооружения как функции времени t:

$$S = f(t). \tag{1}$$

Пусть (см. рисунок) в момент времени t осадка имеет значение S_t. Тогда бесконечно малому приращению времени dt будет соответствовать бесконечно малое значение осадки dS. Конечную осадку сооружения обозначим через S_k.

Дифференциальное уравнение осадки сооружения для данного случая может быть представлено в виде

$$dS = \alpha (S_k - S_t)\, dt, \tag{2}$$

где α — некоторый коэффициент пропорциональности.

Деля обе части уравнения (2) на $(S_k - S_t)$, получаем

$$\frac{dS}{S_k - S_t} = \alpha dt. \tag{3}$$

Проинтегрировав это равенство, получаем

$$\ln (S_k - S_t) = \ln C - \alpha t. \tag{4}$$

Потенцируя равенство (4), имеем

$$S_k - S_t = Ce^{-\alpha t}. \tag{5}$$

Постоянную интегрирования C определим из начальных условий при $t=0$, $S_t = 0$. Тогда из (5) получаем

$$S_k = C. \tag{6}$$

Подставив в равенство (5) вместо C его значение, имеем

$$S_k - S_t = S_k e^{-\alpha t} \tag{7}$$

или

$$S_t = S_k(1 - e^{-\alpha t}). \qquad (8)$$

Представим теперь процесс осадки инженерного сооружения в виде вероятностного поля событий. Обозначим через $\overline{S}$ поле осадок сооружения, которое включает в себя всевозможные значения осадок S_i. Тогда, согласно [1], можно записать

$$\overline{S} = S_0, S_1, S_2, ..., S_k. \qquad (9)$$

Возможные результаты осадок будем называть точками поля. При этом точки поля удобнее всего обозначать при помощи целых чисел A_i. Тогда вместо равенства (9) можем написать

$$\overline{S} = A_0, A_1, A_2, ..., A_k. \qquad (10)$$

Из поля событий $\overline{S}$ будем вызывать некоторые события, которые чаще всего ведут к определенным точкам поля. Поэтому с каждой точкой поля целесообразно сопоставить вероятность $p(A_i)$. Следовательно, $p(A_i)$ есть вероятность события A_i.

Набор величины $p(A_0)$, $p(A_1)$, $p(A_2)$,...,$p(_kA)$ в теории вероятностей называется распределением вероятностей поля $\overline{S}$.

Обозначим теперь через $p(t)$ вероятность того, что в определенных условиях мы не зарегистрируем никакой осадки в течение времени t. Чтобы получить такую вероятность, разделим интервал времени t на две части

$$t = t_1 + t_2. \qquad (11)$$

Полагая, что будущее сооружения независит от прошлого, можно утверждать, что осадка может произойти, а может и не произойти в течение времени t_1 интервала t. Совершенно независимо от событий, происшедших в течение времени t_1, осадка может произойти или не произойти в течение второй части t_2 интервала t. Появление осадки в течение некоторого времени зависит в основном только от величины выбранного интервала t. Действительно, чем больше интервал времени t, тем менее вероятно, что в течение этого времени не произойдет осадки. Поэтому можно утверждать, что вероятность отсутствия осадки либо в первой, либо во второй части интервала t есть $p(t_1)$ и $p(t_2)$ соответственно.

Тогда вероятность того, что осадка не произойдет в течение всего интервала t может быть получена путем умножения условных вероятностей $p(t_1)$ и $p(t_2)$:

$$p(t_1 + t_2) = p(t_1)\,p(t_2). \qquad (12)$$

Полученное функциональное уравнение имеет следующее решение [2]:

$$p(t_1 + t_2) = e^{-\alpha t} \qquad (13)$$

или с учетом (11)

$$p(t) = e^{-\alpha t}. \qquad (14)$$

Из этого равенства видно, что вероятность $p(t)$ отсутствия осадки будет уменьшаться с увеличением интервала t.

Коэффициент α назовем мерой интенсивности осадки, значение которого может быть принято постоянным для данных грунтовых условий, определенного типа сооружений и режима их эксплуатации.

Вероятность того, что в течение интервала t осадка произойдет обозначим через $P(t)$.

Из теории вероятностей известно, что сумма вероятностей несовместимых событий

$$P(t) + p(t) = 1. \qquad (15)$$

Тогда

$$P(t) = 1 - p(t) \qquad (16)$$

или с учетом (14)

$$P(t) = 1 - e^{-\alpha t}, \qquad (17)$$

и равенство (8) примет вид

$$S_t = S_k P(t). \qquad (18)$$

Таким образом, уравнение (8) дает возможность получить значение осадки сооружения в любой момент времени t при условии, что известны максимально возможное значение осадки S_k и коэффициент α. Вероятность такого определения есть $1 - e^{-\alpha t}$.

Приведенное решение поставленной задачи в настоящее время представляет скорее теоретический интерес, как существующие расчетные методы определения величины полной осадки S_k дают погрешность, в отдельных случаях равную 50 и более процентам. Кроме того, коэффициент α может быть определен только в результате систематических наблюдений за осадками инженерных сооружений, которые в настоящее время ведутся крайне недостаточно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. «Наука», М., 1965.

2. Яноши Л. Теория и практика обработки результатов измерений. «Мир», М., 1968.

Работа поступила
5 июля 1968 года.