

Результаты измерений:  $m_A = 22$  мм;  $m_{\bar{X}} = 16$  мм;  $m_A : S_{\text{ср}} = 1 : 7100$ ;  $m_{\bar{X}} : S_{\text{ср}} = 1 : 9700$ .

Анализ данных таблицы показывает, что использование устройства на ленте в два раза повышает точность измерений в неблагоприятных условиях по сравнению со стандартной лентой. Измерения, выполненные на всхолмленной местности с большими уклонами и травяным покровом, подтверждают результаты, приведенные в таблице.

Определим ошибку фиксации конца ленты, исходя из полученных данных. Условия измерений и оценка точности по внутренней склонности позволяет принять  $m_1 = m_3 = m_5 = m_6 = 0$ . Влияние осадочных источников ошибок учетом значениями  $m_2 = 0,2$  мм,  $m_4 = 0,9$  мм. Для случая фиксирования обоих концов ленты по формуле (1) имеем

$$m_7^2 = \frac{1}{n} (m_n^2 - m_1^2 n^2 - m_4^2 n). \quad (2)$$

Для нашей линии имеем (см. таблицу)  $m_n = m_{\bar{X}} = 6,9$  мм;  $n = 8$ . Значение  $m_7$  по (2) равно 2,2 мм. Ошибку фиксации одного конца ленты получим равной 1,6 мм, соответствующей точности фиксации при закреплении точки металлическим штырем [3].

Расчет, проведенный по (1) с учетом  $m_4 = 0,9$  мм и  $m_7 = 1,6$  мм для одного уложения ленты, дает значение  $m_{n=1} = 2,8$  мм и относительную ошибку 1 : 7000.

Проведенные исследования и расчеты показывают, что использование устройства на ленте способствует уменьшению влияния наклона местности и применению ленты на сложном рельфе строительных площадок при разбивочных работах вплоть до 2 класса точности [4].

1. Большаков В. Д., Гайдарев П. А. Теория математической обработки геодезических измерений. — М.: Недра, 1977. — 367 с.
2. Данченко Т. С. Организация и производство геодезических работ при крупном строительстве. — М.: Недра, 1975. — 320 с.
3. Лукьянов В. Ф. Расчеты точности инженерно-геодезических работ. — М.: Недра, 1981. — 288 с.
4. Система допусков в строительстве (ДНИИЭП) учебных зданий. — М.: Стройиздат, 1981. — 63 с.
5. Степанов А. И., Кулагин Ю. Н., Крюков Г. С. Справочник-каталог геодезических приборов. — М.: Недра, 1984. — 238 с.
6. Сиглик В. С., Клюшин А. Б., Борисенко Б. Г. Геодезическое обеспечение строительно-монтажных работ. — М.: Стройиздат, 1982. — 159 с.

Статья поступила в редакцию 27.11.84

УДК 528.69.051

В. А. ВИЛЕНСКИЙ, Ю. П. ДЕЙНЕКА

## ПРИМЕНЕНИЕ СТВОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ РАЗБИВКЕ СТРОИТЕЛЬНОЙ СЕТКИ

В практике геодезического обеспечения строительных работ возникает необходимость в проектировании и разбивке геодезических строительных сеток с короткими сторонами. Особенно это характерно для монтажных сеток, которые применяются для установки оборудования в цехах. Длины сторон в таких сетках могут быть от 5 до 25 м [2]. Если учесть [3], что требуемая точность геодезического обеспечения многих промышленных, гидротехнических и линейных сооружений характеризуется допусками 2...3 мм, а требования к взаимному положению оборудования на порядок выше, то необходимо высокая точность определения координат пунктов строительных сеток, а известные классические методы [1], используемые сейчас для этой цели, не обеспечивают такую точность. Кроме того, существующие методы определения координат пунктов строительной сетки имеют тот недостаток, что при их применении накапливаются ошибки функций измерений и поэтому положение пунктов определяется неравноточно, тогда как на практике следует соблюдать условия однородности и изотропности.

Указанных выше недостатков в значительной степени можно избежать, если координаты пунктов геодезических строительных сеток с короткими сторонами определять методом створных измерений, сущность применения которого состоит в следующем.

Рассмотрим изображенную на рис. 1 схему строительной сетки размером 120×120 м со сторонами  $s = 24$  м. Разбивку такой сетки в натуре можно выполнить мерной лентой и теодолитом средней точности. Для определения координат пунктов сетки применим метод створных измерений. Между крайними пунктами сетки 1—6, ..., 31—36 зададим створы и определим относительно оси  $Y$  нестворности промежуточных пунктов 2, 3, 4, 5; ..., 32, 33, 34, 35. Кроме того, измерим все стороны сетки.

Выполним оценку точности данного построения. В сети имеется 84 измеренные величины — 60 линий и 24 нестворности. Общее количество пунктов в сети 36. Поскольку строительные сетки уравниваются в условной системе координат, то, как правило, крайний левый пункт принимают за начало координат, измеряют один базис, дирекционный угол которого полагают известным и равным 0 или  $90^\circ$ . Последнее равносильно тому, что известен и второй пункт базиса. В данной сети за исходные приняты пункты 1 и 31.

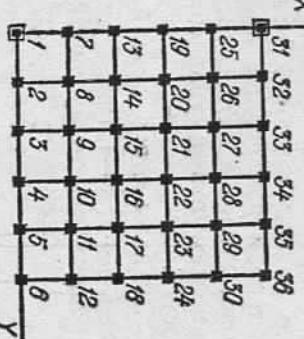


Рис. 1. Схема строительной сетки.

При обработке исследуемой сети коррелатным методом прошлое было решать 16 нормальных уравнений, а параметрическим методом — 68. С точки зрения объема вычислений коррелатный метод предпочтительней, тем не менее в данном случае был выбран параметрический метод. Это объясняется тем, что условные уравнения, возникающие в таких построениях, сложные, методика их составления не разработана. Особенно же коррелатный метод невыгоден с точки зрения автоматизации уравнительных вычислений на ЭВМ.

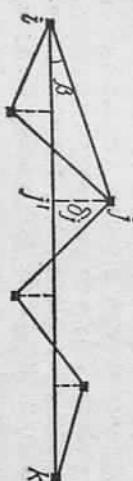


Рис. 2. Схема измерения нестворностей.

Порядок составления уравнений поправок для измеренных створов хорошо известен. Общая же методика составления уравнений поправок измеренных нестворностей при произвольной ориентации створа в литературе обнаружить не удалось. Поэтому ниже приведем вывод уравнений поправок для измеренных нестворностей.

Зададим створ линией  $ik$  и измеряемые нестворности  $\delta_j \perp ik$ , где  $j = i+1, k-1$  (рис. 2).

Нестворность  $\delta_j$  связана с координатами пунктов уравнением

$$\Phi = \delta_j = s_{ij} \sin \beta = V(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \sin \left[ \arctg \frac{y_k - y_i}{x_k - x_i} - \arctg \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right]. \quad (1)$$

Свободный член уравнения поправок имеет вид

$$\Phi_0 = l_{ik}^j = S_{ij}^0 \sin \left[ \arctg \frac{y_k^0 - y_i^0}{x_k^0 - x_i^0} - \arctg \frac{y_j^0 - y_i^0}{x_j^0 - x_i^0} \right] - \delta'_j. \quad (2)$$

Частные производные при  $\beta$ , близких к нулю, будут таковы:

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)_0 = - \left( 1 - \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \right) \sin \alpha_{ik}^0, \quad \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y_i} \right)_0 = \left( 1 - \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \right) \cos \alpha_{ik}^0,$$

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right)_0 = \sin \alpha_{ik}^0, \quad \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y_j} \right)_0 = - \cos \alpha_{ik}^0,$$

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \right)_0 = - \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \sin \alpha_{ik}^0, \quad \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y_k} \right)_0 = \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \cos \alpha_{ik}^0. \quad (3)$$

Согласно (2) — (3) уравнения поправок для измеренных нестворностей будут иметь вид

$$v_{ik}^j = - \left[ \left( 1 - \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \right) \delta x_i - \delta x_j + \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \delta x_k \right] \sin \alpha_{ik}^0 +$$

$$+ \left[ \left( 1 - \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \right) \delta y_i - \delta y_j + \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \delta y_k \right] \cos \alpha_{ik}^0 + l_{ik}^j. \quad (4)$$

В частных случаях, когда дирекционный угол створной линии  $\alpha_{ik}^0 = 90^\circ$  или  $\alpha_{ik}^0 = 0^\circ$ , уравнения поправок примут вид

$$v_{ik}^j = - \left( 1 - \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \right) \delta x_i - \delta x_j + \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \delta x_k + l_{ik}^j; \quad (5)$$

$$v_{ik}^j = \left( 1 - \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \right) \delta y_i - \delta y_j + \frac{s_{ij}^0}{s_{ik}^0} \delta y_k - l_{ik}^j. \quad (6)$$

Оценка точности в данной сети выполнялась на ЭВМ ЕС-1022 по составленной Фортран-программе «СЕТКА», которая реализует параметрический метод. При этом полагалось, что линии и нестворности измерялись равноточно и с ошибкой 1 мм. Результаты оценки точности положения пунктов приведены в таблице.

Результаты оценки точности положения пунктов, мм \*

Номер пункта	$m_x$	$m_y$	$M$	Номер пункта	$m_x$	$m_y$	$M$
2	1,2	1,2	1,7	10	1,2	1,0	1,6
3	1,2	1,1	1,6	11	1,2	1,0	1,6
4	1,2	1,0	1,6	12	1,1	1,0	1,5
5	1,2	1,0	1,6	13	1,3	1,0	1,6
6	1,4	0,6	1,3	14	1,2	1,4	1,8
7	1,2	1,0	1,6	15	1,2	1,4	1,9
8	1,2	1,0	1,6	16	1,2	1,4	1,9
9	1,2	1,0	1,6	17	1,2	1,4	1,9
			18	1,2	1,0	1,5	

\* В таблице приведены результаты только для пунктов 2—18, так как для остальных пунктов они симметричны.

В результате выполненной строгой априорной оценки точности видно, что при заданной точности измерений 1 мм погрешности положения пунктов не превышают 2 мм. При этом накопление ошибок в положении пунктов очень незначительно, а продольный и попеченный сдвиг их примерно одинаковы. Таким образом, можно сделать вывод о квазиоднородности и изотропности данного построения.

Описанные выше построения были практически апробированы путем построения в натуре строительной сетки, схема которой представлена на рис. 1. При этом линии сетки измерялись подвесным мерным прибором с использованием 24-метровой проволоки, что позволяло выполнять отсчетывание по шкале с точностью 0,1 мм. Измерение нестворностей имело свою особенность, связанные с применением нивелира НА-1 и специально сконструированной марки. Каждый створ задавался следующим образом: на одном из крайних пунктов устанавливалась на штативе обычная неподвижная марка, а на другом пункте, оформленном в виде

металлической трубы с центрировочным устройством, устанавливавшейся нивелир НА-1, насадка зрительной трубы которого повернута вокруг оптической оси на  $90^\circ$ , что позволяло, вращая барабан, выполнять измерения в горизонтальной плоскости.

Поочередно над каждым промежуточным пунктом примерно на высоте визирного луча нивелира на штативе устанавливалась специальная неподвижная марка, которая представляла собой горизонтально расположенную линейку с прикрепленной на ней инвариантной полоской. Таким образом, измерение каждой нестворности заключалось во взятии отсчета по инвариантной полоске с ценой деления 5 мм и по барабану нивелира с точностью 0,05 мм.

В результате математической обработки геодезических измерений найдена средняя квадратическая ошибка единицы веса  $\mu = 0,0013$  м и выполнена оценка точности положения всех пунктов сети. Поскольку полученное значение  $\mu$  отличается от принятого априори  $\mu_0 = 0,001$  м, точность положения пунктов сети отличается от данных, приведенных в таблице на постоянный множитель  $K = \mu/\mu_0 = 1,3$ . В этом случае ошибка наиболее слабого пункта не превышает 2,5 мм.

Таким образом, предлагаемый метод построения строительных геодезических сеток позволяет определять плановое положение пунктов с высокой точностью и может быть использован для сооружения специального разбивочного обоснования на строительных объектах.

1. Бронштейн Г. С. Строительные геодезические сетки. — М.: Недра, 1984. — 158 с. 2. Видуэл Н. Г., Баран П. И., Волченко С. П. и др. Геодезические разбивочные работы. — М.: Недра, 1973. — 216 с. 3. Ямбаев Х. К. Высокоточные створные измерения. — М.: Недра, 1978. — 224 с.

Статья поступила в редакцию 26.04.85

УДК 528.422

Л. К. ВОЛСЛАВСКИЙ

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ РЕЛЬЕФА

Одной из задач, решаемой при цифровом моделировании рельефа, является интерполяция высот [10]. Для цифровых моделей рельефа (ЦМР) с регулярным расположением точек в узлах сетки квадратов наиболее приемлемы билinearная или бикубическая интерполяции [1, 2]. Бilinearная интерполяция проста, наглядна и обеспечивает гладкую непрерывность моделируемой поверхности на сторонах сетки квадратов. Однако она недостаточно точно аппроксимирует рельеф местности внутри квадрата. Бикубическая интерполяция более точно отображает рельеф, но она очень громоздка.

В настоящей работе рассматривается ЦМР, которая, обладая почти теми же достоинствами, что и билinearная, не только значительно точнее аппроксимирует поверхность, но и позволяет довольно просто решать широкий круг топографических и прикладных задач. Главная особенность этой модели, на наш взгляд, состоит в том, что здесь используется такая важная характеристика поверхности, как уклон.

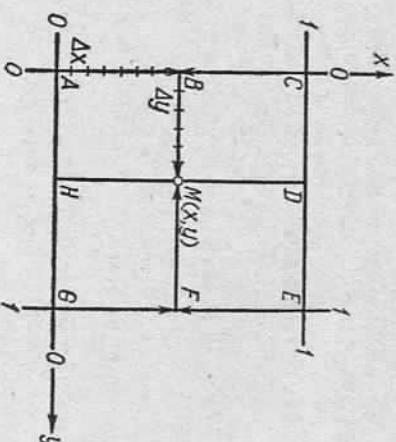


Рис. 1. Геометрическая схема интерполяции высот внутри квадрата.

Уклон поверхности в заданной точке и некотором фиксированном направлении  $a$  не что иное, как частная производная от высоты точки по расстоянию в этом же направлении [3], т. е.

$$i(x) = \frac{\partial H}{\partial L_a}. \quad (1)$$

Поэтому для узлов сетки квадратов (рис. 1) уклон поверхности по осям координат можно определить численным дифференцированием [5]

$$\begin{aligned} i(x)_{jk} &= \\ &= \frac{(H_{j+1,k-1} + 2H_{j+1,k} + H_{j+1,k+1}) - (H_{j-1,k-1} + 2H_{j-1,k} + H_{j-1,k+1})}{8d}, \end{aligned}$$

где  $H$  — отметки точек в узлах сетки квадратов;  $d$  — шаг сетки. Поскольку дифференцирование в (2) выполняют между точками, расположеннымными на расстоянии  $2d$ , значения уклонов в вершинах квадратов, вычисленные по этим формулам, весьма приближенные. Но, несмотря на это, они дают ценную информацию для моделирования рельефа.