

Р. В. КРУПЕН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ ПРИ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ НИВЕЛИРОВАНИЯ 1 КЛАССА

Обобщающий анализ нивелирования 1 класса, выполненного в СССР в 1945—1963 гг., проведен И. И. Энтиным и И. Н. Мещерским [2]. Авторы отметили, что применением новой методики нивелирования достигнута высокая точность, которая не снизилась, несмотря на постепенное перемещение работ из более благоприятных физико-географических районов в менее благоприятные.

Пользуясь опубликованными данными, проведем их дополнительный анализ с целью выяснения возможного влияния внешних условий на точность результатов нивелирования.

Обозначим:

h'_n и h'_a — превышения секций, полученные из правого и левого нивелирования прямого хода;

h''_n и h''_a — соответствующие превышения из обратного хода.

Эти четыре превышения образуют шесть разностей d [2]. Напишем их, сохраняя для обратного хода знак, полученный при нивелировании, чтобы определить зависимости между разностями

$$d_1 = h'_n - h'_a; \quad d_2 = h''_n - h''_a; \quad d_3 = h'_n - (-h''_n) = h'_n + h''_n;$$

$$d_4 = h'_a - (-h''_a) = h'_a + h''_a;$$

$$d_5 = \frac{1}{2} \{h'_n + (-h''_n)\} - \frac{1}{2} \{(h'_a + (-h''_a))\} = \frac{1}{2} \{(h'_n - h''_n) - (h'_a - h''_a)\} = \\ = \frac{1}{2} (d_1 - d_2);$$

$$d_6 = \frac{1}{2} \{h'_n + h'_a\} - \frac{1}{2} \{(-h''_n) + (-h''_a)\} = \frac{1}{2} \{(h'_n + h''_n) + (h'_a + h''_a)\} = \\ = \frac{1}{2} (d_3 + d_4).$$

Образуем сумму разностей d_1 и d_2 и перегруппируем превышения:

$$d_1 + d_2 = h'_n - h'_a + h''_n - h''_a = (h'_n + h''_n) - (h'_a + h''_a) = d_3 - d_4.$$

Таким образом, получены три контрольные формулы

$$d_1 + d_2 = d_3 - d_4; \dots \dots \dots (1)$$

$$d_5 = \frac{1}{2}(d_1 - d_2); \dots \dots \dots (2)$$

$$d_6 = \frac{1}{2}(d_3 + d_4), \dots \dots \dots (3)$$

которые следует применять для устранения грубых ошибок при образовании шести сумм разностей d . Без такого контроля в публикациях встречаются данные, не отвечающие этим зависимостям. Например, в таблице статьи [2] приведены суммы разностей d_1, d_2, d_3 и d_4 , не удовлетворяющие формуле (1).

Выведем формулу, связывающую все шесть разностей. Возьмем разность квадратов формул (3) и (2):

$$d_6^2 - d_5^2 = \frac{1}{4}(d_3^2 + 2d_3d_4 + d_4^2 - d_1^2 + 2d_1d_2 - d_2^2).$$

Возведем в квадрат формулу (1) и перегруппируем члены:

$$d_3^2 + d_4^2 - d_1^2 - d_2^2 = 2d_1d_2 + 2d_3d_4.$$

Вставкой последнего выражения в предыдущее получим

$$d_6^2 - d_5^2 = d_1d_2 + d_3d_4. \dots \dots \dots (4)$$

При оценке точности нивелирования составляют графики накопления разностей d и выделяют их систематическую часть, пропорциональную длине хода. После ее исключения вычисляют случайную среднюю квадратическую ошибку η на 1 км хода.

Значения η , вычисленные по всем шести разностям d , приведены И. И. Энтиным [3] для нивелирования, выполненного в период с 1945 по 1952 гг. В дальнейшем дополним η индексами, соответствующими индексам разностей d , по которым вычислена η . Сопоставлением различных значений ошибок η получаем:

$$\eta_{1,2}:\eta_5 = 1,57; \quad \eta_{3,4}:\eta_6 = 1,19.$$

На основе формул (2) и (3) эти отношения при введении случайных величин должны равняться $\sqrt{2}=1,41$. Полученные отношения 1,57 и 1,19 показывают, что вычисленные ошибки η не являются полностью случайными.

Из выполненных по новой методике линий нивелирования значения всех шести ошибок η опубликованы [3] лишь для двух первых линий нивелирования: Сызрань—Астрахань (1951 г.) и Москва—Архангельск (1952 г.). Для них нами вычислены отношения $\eta_{1,2}:\eta_5$ соответственно 1,42 и 1,37 а $\eta_{3,4}:\eta_6$ — 1,11 и 1,10. Здесь уже хорошо согласуется оценка точности по разностям d_1 и d_2 и по d_5 .

Выше было показано (2), что

$$d_5 = \frac{1}{2}(d_1 - d_2) = \frac{1}{2}\{(h'_n - h'_n) - (h''_n - h''_n)\},$$

то есть разности d_5 образуются из превышений правого и левого нивелирований одинаковых направлений. Из этих разностей исключены систематические ошибки, одинаково влияющие на правое и левое нивелирования. Некоторые систематические ошибки и влияние внешних условий в разности d_5 не входят. Отметим, например, что влияние перемещений костылей в промежутках времени между наблюдениями

смежных станций обнаруживается в разностях превышений прямых и обратных ходов. Правое и левое нивелирования выполняются при практически одинаковых метеорологических условиях и одинаковых односторонних тепловых воздействиях на нивелир. Прямой и обратный ходы секций могут быть выполнены при различных метеорологических условиях и различных температурных градиентах, а их превышения различно искажены рефракцией.

Отметим результаты исследований И. Н. Кметко [1], показавшего, что значение превышения станции около $+1,75$ м при длине визирного луча в 50 м в течение трех часов утренней видимости систематически уменьшалось в пределах 0,6 мм, а вечером увеличивалось в пределах 0,3 мм. Уклонения превышений от истинных значений утром около часа до изотермии и около двух часов после нее достигали 0,3 мм.

Из приведенных соображений и результатов исследований вытекает, что разности превышений прямых и обратных ходов могут быть искажены влиянием различных метеорологических условий, в частности—рефракцией. Но эти влияния могут не накапливаться по ходу однородно, а носить местный характер. Случайные ошибки η_3 , η_4 и η_6 , вычисленные по разностям превышений ходов противоположных направлений, могут содержать какое-то неизвестное влияние, главным образом, внешних условий, по сравнению с ошибками η_1 , η_2 и η_5 , вычисленными по разностям превышений правого и левого нивелирований.

Эти влияния нами вычислены по формулам:

$$m_x = \pm \sqrt{\eta_6^2 - \eta_5^2}, \dots \dots \dots (5)$$

и

$$m_{x_1} = \pm \sqrt{\eta_{3,4}^2 - \eta_{1,2}^2}, \dots \dots \dots (6)$$

с использованием данных И. И. Энтина [3]. Со средними результатами 1945—1952 гг. получено: $m_x = \pm 0,55$ мм; $m_{x_1} = \pm 0,54$ мм на 1 км хода. Для упомянутых двух первых линий, выполненных полностью по новой методике, получено соответственно:

$$m_x = m_{x_1} = \pm 0,54 \text{ мм и } m_x = m_{x_1} = \pm 0,57 \text{ мм на 1 км.}$$

Следует отметить, что найденные по формуле (5) со средними превышениями значения m_x не меньше значений m_{x_1} , вычисленных по формуле (6) из одинарных ходов. Обычно при образовании средних превышений влияние ошибок в большей или меньшей мере компенсируется. В данном случае компенсация не наступает.

После выделения систематической части влияния перемещений когустелей в промежутках времени между наблюдениями смежных станций его остаточное влияние не могло бы давать столь большого значения m_x . Остается полагать, что m_x выражает, главным образом, влияние внешних условий. Возможно, что главную часть значения m_x составляет влияние рефракции и тепловых воздействий на нивелир и что наблюдатели выполняли нивелирование при неблагоприятных метеорологических условиях.

При образовании средних превышений из прямых и обратных ходов влияние систематических ошибок и внешних условий, как правило, частично компенсируется. Но возможно и противоположное явление. Если нивелирование выполнить ближе не к моментам изотермии, а к середине дня, когда имеются отрицательные температурные градиенты, рефракция может не оказать влияния даже в разностях превышений прямых и обратных ходов, но исказить средние превышения. Поэтому случайная средняя квадратическая ошибка η_5 характеризует

точность собственно нивелирования, а на результаты нивелирования (средние превышения) частично влияют также ошибки, которые в разностях превышений не встречаются.

Случайные ошибки нивелирования и вычисленные по ним значения m_x
(в мм на 1 км хода)

Период (года)	Методика	η_5	η_6	m_x
1945—1949	старая	$\pm 0,37$	$\pm 0,66$	$\pm 0,55$
1950—1954	80% новой	$\pm 0,28$	$\pm 0,60$	$\pm 0,53$
1955—1959	новая	$\pm 0,24$	$\pm 0,63$	$\pm 0,58$
1960—1963	новая	$\pm 0,26$	$\pm 0,67$	$\pm 0,62$

Для сравнения в таблице приведены опубликованные в работе [2] значения ошибок η_5 и η_6 и вычисленные по ним значения m_x для разных периодов. Применением новой методики и более совершенных инструментов значительно уменьшились ошибки нивелирования, вычисленные по разностям d_5 . Но ошибка η_6 практически сохранила прежнее значение. Это можно объяснить преобладанием внешних влияний над ошибками собственно нивелирования, так как длина визирного луча остается прежней — 50 м.

Из таблицы видно, что влияние m_x достигает значения около $\pm 0,6$ мм на 1 км хода — более чем в два раза превышающее случайную ошибку нивелирования η_5 . Это сравнение указывает на необходимость изучения источников, обуславливающих ошибку m_x и разработки способов устранения или уменьшения их влияния на результаты нивелирования (средние превышения).

Образование шести разностей d позволяет изучить влияние ошибок различных источников. Применение в СССР более сложной методики нивелирования I класса по сравнению с зарубежными должно привести к более высокой точности результатов.

ВЫВОДЫ

1. Предполагаемое влияние внешних условий вычислено по формуле $m_x = \pm \sqrt{\eta_6^2 - \eta_5^2}$, то есть исключением из случайной ошибки η_6 , полученной по разностям превышений прямых и обратных ходов, случайной ошибки η_5 , полученной по разностям превышений правого и левого нивелирований. Влияние m_x достигает значения $\pm 0,6$ мм на 1 км хода, что в два раза превышает случайную ошибку нивелирования η_5 .

2. Для повышения точности результатов нивелирования необходимо изучить причины, вызывающие появление большой величины m_x , и разработать способы устранения или уменьшения их влияния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кметко И. Н. Исследование действия рефракции в высокоточном нивелировании. Межведомственный республ. научно-технич. сборник «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 3. Изд-во Львовского ун-та, 1965.
2. Энтин И. И., Мещерский И. Н. О качестве нивелирования I класса СССР. «Геодезия и картография», 1967, № 9.
3. Энтин И. И. Высокоточное нивелирование. Труды ЦНИИГАиК, вып. 111. Геодезиздат, М., 1956.

Работа поступила
17 июня 1968 года.