

УДК 528.061

Н. К. МИГАЛЬ, Л. С. ХИЖАК

ИССЛЕДОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ РЕФРАКЦИИ РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

Как известно, величина коэффициента рефракции изменяется в значительных пределах как с течением времени, так и от направления к направлению. Если рассматривать коэффициенты рефракции ряда направлений, то все факторы, влияющие на суточный ход коэффициента рефракции этих направлений, можно разделить на две группы: 1) общие для всех направлений; 2) характерные только для одного направления.

Если влияние второй группы факторов на величину коэффициента рефракции незначительное по сравнению с влиянием первой группы, то между коэффициентами рефракции различных направлений должна существовать некоторая функциональная зависимость. На это положение обратил внимание Н. К. Мигаль и предложил исследовать вопрос о возможности установления такой зависимости.

Первым шагом в этом направлении было установление стохастической связи между коэффициентами рефракции различных направлений, теснота которой хорошо характеризуется коэффициентом корреляции. Чтобы выявить такую связь, мы обработали экспериментальный материал по определению коэффициента рефракции на геодезическом полигоне Львовского политехнического института. Измерения зенитных расстояний на этом полигоне проводились одновременно на трех пунктах, через каждый час, если позволяли метеорологические условия, на протяжении светлого периода суток, четырьмя приемами в зимний и летний периоды. Наблюдения на пунктах велись по 12 направлениям теодолитами ОТ-02. Превышения между пунктами по всем направлениям были определены из геометрического нивелирования 3—4-го классов. Эквивалентные высоты наблюдаемых направлений находились в пределах 8—45 м.

По средним из четырех приемов значения зенитных расстояний по результатам геометрического нивелирования были вычислены коэффициенты рефракции для каждого часа по всем 12 направлениям. Величины коэффициентов рефракции за весь период наблюдений изменялись от $-10,15$ до $+1,5$.

Остановимся на теоретических предпосылках исследования корреляционной зависимости между коэффициентами рефракции различных направлений. Будем рассматривать эти коэффициенты как систему

$$K_1, K_2, K_3 \dots K_s \quad (1)$$

случайных величин, где s — количество направлений. Нашей задачей является определение корреляционной связи между всевозможными парами системы (1). Как известно, ответ на поставленный вопрос мы

получим, если составим нормированную корреляционную матрицу вида

$$\|r\| = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1s} \\ & r_{22} & \dots & r_{2s} \\ & & & \\ & & & \\ & & & r_{ss} \end{vmatrix}, \quad (2)$$

элементами которой являются коэффициенты корреляции. Последние можно вычислить по формуле

$$\begin{aligned} r_{m,L} &= \frac{K_{m,L}}{S_m \cdot S_L}, \\ m &= 1, 2, \dots, S, \\ L &= 1, 2, \dots, S. \end{aligned} \quad (3)$$

В формуле (3) $K_{m,L}$ есть несмещенные оценки корреляционных моментов

$$K_{m,L} = \frac{\sum_{i=1}^n (K_{m_i} - M_m)(K_{L_i} - M_L)}{n-1}, \quad (4)$$

где n — количество значений коэффициентов рефракции, взятых в обработку, а M_m и M_L — подходящие оценки математических ожиданий K_m и K_L .

$$M_m = \frac{\sum_{i=1}^n K_{m_i}}{n}; \quad M_L = \frac{\sum_{i=1}^n K_{L_i}}{n}. \quad (5)$$

Величины S_m и S_L являются несмещенными оценками средних квадратических отклонений и могут быть получены по формулам

$$S_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_{m_i} - M_m)^2}{n-1}}, \quad (6)$$

$$S_L = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_{L_i} - M_L)^2}{n-1}}. \quad (7)$$

По величине элементов корреляционной матрицы (2) можно судить о наличии корреляционной связи между коэффициентами рефракции системы (1).

Однако так как элементы матрицы получены эмпирическим путем, то возникает вопрос о надежности вычисленных значений коэффициентов корреляции. Для большого количества результатов измерений такой оценкой служит величина среднего квадратического отклонения S_r эмпирического значения коэффициента корреляции r от теоретического ρ , где

$$S_r = \frac{1-r}{\sqrt{n}}. \quad (8)$$

Таблица 2

Корреляционная матрица для $K_a > 0,170$

K_a , м	8,1	12,1	20,7	25,0	26,9	27,3	29,7	33,0	34,4	34,9	38,9	44,6
K_a , м	8,1	12,1	20,7	25,0	26,9	27,3	29,7	33,0	34,4	34,9	38,9	44,6
№ направления	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8,1	1	0,962 0,028	0,926 0,062	0,856 0,108	0,857 0,119	0,898 0,082	0,879 0,101	0,724 0,194	0,834 0,126	0,674 0,222	0,844 0,111	0,835 0,121
12,1		1	0,992 0,008	0,838 0,119	0,798 0,181	0,931 0,062	0,732 0,227	0,739 0,201	0,762 0,191	0,732 0,206	0,906 0,070	0,874 0,095
20,7			1	0,929 0,064	0,829 0,150	0,995 0,005	0,878 0,106	0,741 0,209	0,860 0,121	0,905 0,082	0,939 0,054	0,943 0,052
25,0				1	0,783 0,199	0,908 0,082	0,795 0,183	0,828 0,147	0,793 0,178	0,888 0,101	0,906 0,072	0,874 0,098
26,9					1	0,759 0,204	0,976 0,021	0,702 0,227	0,950 0,044	0,783 0,173	0,817 0,162	0,888 0,106
27,3						1	0,870 0,114	0,639 0,273	0,804 0,165	0,863 0,119	0,935 0,057	0,918 0,075
29,7							1	0,620 0,273	0,507 0,328	0,526 0,320	0,724 0,175	0,803 0,173
33,0								1	0,824 0,137	0,928 0,057	0,857 0,116	0,848 0,129
34,4									1	0,724 0,201	0,813 0,150	0,833 0,144
34,9										1	0,794 0,160	0,652 0,266
38,9											1	0,950 0,039
44,6												1

Кроме того, при проведении корреляционного анализа, необходимо исследовать вопрос о реальности стохастической связи, то есть определить, являются ли полученные из обработки коэффициенты корреляции значимыми. Для этого нужно проверить гипотезу $\rho=0$, где ρ — теоретическое значение коэффициента корреляции. С этой целью строят критическую область вида

$$|r| > \text{tg } \sigma_r$$

с $g\%$ -ным уравнением значимости. tg — аргумент нормированной функции Лапласа. Если полученное по данным выборки значение r окажется в указанной области, то гипотезу $\rho=0$ отбрасывают, то есть можно говорить о существовании корреляционной зависимости.

Рассмотрим теперь методику обработки экспериментального материала.

Элементы корреляционной матрицы (2) вычислялись отдельно для нормальной стратификации и отдельно для инверсионного строения приземного слоя воздуха. Стратификация атмосферы в данный момент характеризовалась величиной коэффициента рефракции K_a некоторого направления, которое назовем эталонным. За эталонное было принято то из всех направлений, эквивалентная высота которого была наименьшей.

Результаты вычислений элементов корреляционной матрицы, а также границы критической области при 5%-ном уровне значимости $\text{tg } S_r$ для нормальной стратификации атмосферы ($K_a < 0,170$) приведены в табл. 1. Аналогичные результаты только для инверсионного периода ($K_a > 0,170$) приведены в табл. 2. Количество n пар коэффициентов, из которых получены элементы корреляционной матрицы, составляло 35—100 значений. Кроме того, в табл. 1 и табл. 2 даны значения эквивалентных высот исследуемых направлений.

Анализируя результаты вычислений, приходим к выводу, что при нормальной стратификации приземного слоя воздуха, которая характерна для дневного периода суток, корреляционная связь между коэффициентами рефракции слабая, а между некоторыми направлениями даже отсутствует. В нашем случае величины элементов матрицы незначительные и многие из них лежат внутри области $|r| > \text{tg } S_r$.

Для инверсионного периода, напротив, характерна очень хорошая корреляционная зависимость. Такое расхождение в величинах коэффициентов корреляции для нормального и инверсионного строения атмосферы можно объяснить тем, что при нормальном строении атмосферы сильно развиты турбулентные движения, что приводит к значительным короткопериодическим колебаниям коэффициентов рефракции. Последние в свою очередь очень сильно влияют на величину коэффициента корреляции. В инверсионный же период турбулентные движения почти отсутствуют, изображения остаются спокойными и, следовательно, величины коэффициентов корреляции значительны.

Таким образом, мы приходим к выводу, что вторая группа факторов значительно меньше влияет на величину коэффициента рефракции, чем первая, отсюда можно решать вопрос об отыскании функциональной зависимости между коэффициентами рефракции различных направлений.

Работа поступила в редколлегию 26 апреля 1972 года.
Рекомендована кафедрой высшей геодезии и гравиметрии Львовского политехнического института.