

Их будет $n(n-1)/2$, причем истинная ошибка каждой разности равна нулю. Найдем по (1) среднюю квадратическую ошибку разности измерений

$$\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} (l_i - l_j - 0)^2 = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Так как

$$\sigma_{l_i - l_j}^2 = \sigma_{l_i}^2 + \sigma_{l_j}^2, \quad \text{то}$$

$$\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} (l_i - l_j)^2 = \frac{n(n-1)}{n(n-1)},$$

(2)

Формула (2) позволяет вычислять стандарт одного измерения по разностям измерений, вычисленным во всех комбинациях. Получим из нее известную формулу Бесселя. Вместо истинного значения L , которое неизвестно, введем арифметическую средину L_0 . Заметив, что

$$l_i - l_j = (l_i - L_0) - (l_j - L_0) = V_i - V_j,$$

где V_i, V_j — принятые отклонения от L_0 , преобразуем числитель формулы (2) следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} (l_i - l_j)^2 &= (V_2 - V_1)^2 + (V_3 - V_1)^2 + (V_4 - V_1)^2 \dots + \\ &+ (V_n - V_1)^2 + (V_3 - V_2)^2 + (V_4 - V_2)^2 \dots + (V_n - V_2)^2 + \\ &+ (V_n - V_3)^2 \dots + (V_n - V_3)^2 + \dots \dots \dots + \end{aligned}$$

$$+ (V_n - V_{n-1})^2 = (n-1) \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} V_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} V_i V_r$$

Прибавляя к написанной сумме выражение

$$i_\Phi = \frac{u-v}{u+v}, \quad (1)$$

где u — число совпадений знаков отклонений изучаемых величин от их средних; v — число несовпадений знаков.

Если несколько отклонений равны нулю, то их поровну распределяют в число u -совпадений, и в число v -несовпадений. Коэффициент Фехнера изменяется в пределах от -1 до $+1$, как и коэффициент корреляции.

Если связь между признаками обратная, то i_Φ отрицателен, в случае прямой связи — положителен. Чем ближе i_Φ к ± 1 , тем связь более тесная.

Для проверки качества оценки степени тесноты связи с помощью коэффициента Фехнера были вычислены i_Φ для двадцати случаев небольших выборок ($n=18$) и для двадцати случаев больших выборок ($n=60$), для которых также были вычислены эмпирические коэффициенты обычными методами. Данные приведены в табл. 1, 2.

Следовательно, из формулы (2) и преобразования (3) выводим формулу Бесселя

$$m^2 = \frac{\sum_{i=1}^n V_i^2}{n-1}. \quad (4)$$

Такого вывода формулы (4) в литературе по теории ошибок нет. Формула (2), насколько нам известно, новая.

Статья поступила в редакцию 10.09.84

УДК 528.11
Ю. В. МОРКОТУН, С. С. ПЕРИН

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ФЕХНЕРА В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Для оценки тесноты корреляционной связи используются эмпирический коэффициент корреляции, вычисление которого, особенно в случае больших выборок, довольно громоздко. Если тесноту связи не требуется знать с высокой точностью, можно применять какой-либо иной показатель, более просто вычисляемый.

Наиболее простым и удобным показателем является коэффициент Фехнера, которым часто пользуются в экономике [3]. Коэффициент Фехнера вычисляется по формуле

$$i_\Phi = \frac{u-v}{u+v}, \quad (1)$$

где u — число совпадений знаков отклонений изучаемых величин от их средних; v — число несовпадений знаков.

Если несколько отклонений равны нулю, то их поровну распределяют в число u -совпадений, и в число v -несовпадений.

Коэффициент Фехнера изменяется в пределах от -1 до $+1$, как и коэффициент корреляции.

Если связь между признаками обратная, то i_Φ отрицателен, в случае прямой связи — положителен. Чем ближе i_Φ к ± 1 , тем связь более тесная.

Для проверки качества оценки степени тесноты связи с помощью коэффициента Фехнера были вычислены i_Φ для двадцати случаев небольших выборок ($n=18$) и для двадцати случаев больших выборок ($n=60$), для которых также были вычислены эмпирические коэффициенты обычными методами. Данные приведены в табл. 1, 2.

В первом случае изучалась связь между различными сериями измерения угла [1], во втором — между коэффициентами рефракции направлений [2].
Оценку точности коэффициента Фехнера производили по разностям

$$\delta = i_{\Phi} - r, \quad m_{i_{\Phi}} = \pm \sqrt{\frac{[85]}{n}}, \quad (2)$$

где i_{Φ} — коэффициент Фехнера; r — коэффициент корреляции. Оценка точности в первом случае дала результат $m_{i_{\Phi}} \approx \pm 0,22$, во втором $m_{i_{\Phi}} \approx \pm 0,16$. Таким образом, с увеличением выборки

Таблица 1

Номер выборки	<i>i</i> _Φ		<i>r</i>		Номер выборки	<i>i</i> _Φ		<i>r</i>			
	<i>i</i> _Φ	<i>r</i>	<i>i</i> _Φ	<i>r</i>		<i>i</i> _Φ	<i>r</i>	<i>i</i> _Φ	<i>r</i>		
1	0,22	0,38	11	0,11	0,38	1	0,42	0,59	11	0,83	0,84
2	0	0,21	12	0,33	0,25	2	0,14	0,04	12	0,79	0,89
3	0,22	0	13	0,33	0,21	3	0,10	0,33	13	0,70	0,81
4	0,22	0	14	0	0	4	0,88	0,83	14	0,77	0,90
5	-0,11	0	15	0,11	0,38	5	0,67	0,90	15	0,41	0,61
6	0,33	0,38	16	-0,11	0,25	6	0,63	0,89	16	0,51	0,75
7	0,11	0,25	17	0,22	0,21	7	0,88	0,94	17	0,70	0,78
8	0,11	0,21	18	0,55	0,38	8	0,68	0,85	18	0,48	0,70
9	0,33	0	19	0	0,25	9	0,84	0,89	19	0,26	0,49
10	0,22	0	20	0,22	0,38	10	0,80	0,85	20	0,29	0,35

точность увеличивается. Необходимо, правда, отметить тенденцию занижать степень тесноты связи по сравнению с коэффициентом корреляции.

Коэффициент Фехнера по сравнению с коэффициентом корреляции вычисляется в 3—5 раз быстрее. Эффективность вычисления i_{Φ} по сравнению с r увеличивается с увеличением объема выборки. Так, даже для очень больших выборок коэффициент Фехнера можно вычислить сравнительно быстро. Достоверность его может удовлетворить, на наш взгляд, те стороны геодезической вычислительной практики, где не нужно знать степень коррелированности с большой точностью. Кроме того, вычисление i_{Φ} перед вычислением коэффициента корреляции покажет, какого результата ожидать при дальнейших расчетах.

Список литературы: 1. Кемин Ю. В. Обработка зависимых результатов измерений. — М.: Недра, 1970. — 188 с. 2. Мизаль Н. К., Хижак Л. С. Исследование статистической зависимости между коэффициентами рефракции различных направлений. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1973, вып. 18, с. 34—38. 3. Фростер Э., Ренц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 302 с.

Таблица 2

Номер выборки	<i>i</i> _Φ		<i>r</i>		Номер выборки	<i>i</i> _Φ		<i>r</i>			
	<i>i</i> _Φ	<i>r</i>	<i>i</i> _Φ	<i>r</i>		<i>i</i> _Φ	<i>r</i>	<i>i</i> _Φ	<i>r</i>		
1	0,42	0,59	11	0,83	0,84	1	0,14	0,04	12	0,79	0,89
2	0,14	0,04	12	0,79	0,89	2	0,10	0,33	13	0,70	0,81
3	0,10	0,33	13	0,70	0,81	3	0,77	0,90	14	0,41	0,61
4	0,88	0,83	14	0,77	0,90	4	0,67	0,90	15	0,51	0,75
5	0,67	0,90	15	0,51	0,75	5	0,90	0,90	16	0,70	0,78
6	0,63	0,89	16	0,51	0,75	6	0,89	0,85	17	0,48	0,70
7	0,88	0,94	17	0,70	0,78	7	0,85	0,85	18	0,26	0,49
8	0,68	0,68	18	0,48	0,70	8	0,89	0,89	19	0,29	0,35
9	0,84	0,89	19	0,26	0,49	9	0,80	0,85	20	0,29	0,35

В соответствии с программой развития нивелирной сети в СССР до 1990 г. предусматривается использование результатов нивелирования при решении важных народнохозяйственных проблем, таких как переброска части стока северных рек в бассейн Волги; изучение современных вертикальных движений земной коры; комплексные исследования Мирового океана, для чего планируется проложение нивелирных ходов I класса вдоль побережья Тихого и Северного Ледовитого океанов, выявление вертикальных смещений зданий, сооружений и агрегатов промышленных предприятий и ряда других проблем.

Для успешного решения намеченной программы развития нивелирной сети перед советскими геодезистами стоят сложные задачи повышения производительности и точности привилегий нивелирных работ.

Одной из причин, ограничивающей отрезки времени суток, когда возможно вести нивелирование I и II классов, а также искающей результаты нивелирования наиболее нежелательными систематическими ошибками, является неоднородность атмосферы, особенно в нижнем трехметровом слое воздуха — в слое нивелирования. Неоднородность атмосферы по плотности вызывает ее турбулентное перемешивание и нивелирную рефракцию.

С целью ослабления погрешностей, вызываемых рефракцией, а также турбулентностью, проявляющейся колебанием изображений штрихов нивелирной рейки и затрудняющей точное наведение биссектора трубы нивелира на штрихи рейки, действующей инструкцией предусмотрено выполнять наблюдения только в утренние и послеполуденные периоды, «причем начинать их через полчаса после восхода Солнца и заканчивать за час до его захода» [3, с. 33]. Кроме того, не разрешается выполнять нивелирование при колебаниях изображения.

Преодоление барьера неоднородности атмосферы позволило повысить производительность труда и точность нивелирования. Поэтому не случайно явление нивелирной рефракции изучается уже более 100 лет, а колебания изображений около 135 лет. Первые исследования нивелирной рефракции принадлежат русским ученым Н. Я. Цингеру (1872 г.), Д. Д. Гедеонову (1884 г.).

Еще раньше в 1849 г. В. Я. Струве [8] обратил внимание на то, что существует связь между рефракцией и колебаниями изображений нивелирных целей. На основании работ В. Я. Струве и И. И. Померанцева [6], относящихся к тригонометрическому нивелированию, можно сделать следующие выводы:

1. Рефракционные аномалии (разности между действительными и нормальными значениями рефракций, называемые В. Я. Струве

УДК 528.024.1:57.4:522.92

А. Л. ОСТРОВСКИЙ, И. И. СТАШИН, А. И. ТЕРЕЩУК

ИЗЫСКАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ МЕТОДОВ УЧЕТА НИВЕЛИРНОЙ РЕФРАКЦИИ