

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ ВАРИАНТ НЕТРАДИЦИОННОЙ НОРМАЛЬНОЙ ЗЕМЛИ

Как известно, повышение точности наблюдений, выполняемых в настоящее время для целей геодезии, совершенствование методик их обработки и повышение требований со стороны смежных наук заострили актуальность построения Нормальной Земли (НЗ). Не останавливаясь на истории вопроса и ряде новых предложений, обсужденных в статье [8], отметим, что в [7, 8] предложено в качестве НЗ использовать поверхность общеземного сфероида и аппроксимирующего его эллипсоида. Вводимая Сфероидальная Нормальная Земля (СНЗ) позволяет уменьшить возмущающий потенциал и дать четкое определение как аномалий силы тяжести так и аномалий плотности земных недр («плотностных неоднородностей»). Аппроксимация СНЗ эллипсоидом вращения приводит к Эллипсоидальной Нормальной Земле (ЭНЗ). Такой эллипсоид неуровненный. Обе Нормальных Земли (СНЗ и ЭНЗ) взаимосвязаны: они развивают во внешнем пространстве одно и то же нормальное поле, тождественное гравитационному полю гидростатически равновесной планеты. Если же рассмотреть эллипсоид, аппроксимирующий геоид, и приписать такому эллипсоиду постоянное значение потенциала, равное среднему значению геопотенциала на геоиде, то получим традиционную НЗ. Таким образом, численные методики построения как последней, так и ЭНЗ, едины, а предпосылки их различны: в первом случае под исходной обобщенной поверхностью Земли понимается геоид, во втором случае — сфероид.

В настоящей статье на основании [8] дан предварительный вариант построения нетрадиционной НЗ.

В качестве исходной информации возьмем следующие значения нужных параметров:

$$a_e = 6\,378\,138,0 \text{ м}, \quad \alpha = 1 : 298,257,$$

$$fM = 398\,600,44 \text{ км}^3 \cdot \text{с}^{-2}, \quad \omega = 0,7\,292\,115\,147 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1} \quad (1)$$

(первые три из них использовали при выводе модели гравитационного поля Земли GEM-10 C [10]) и набор четных зональных стоксовых постоянных $I_{2n} = -C_{2n,0}$ этой модели ($n \leq 90$).

Для построения поверхности СНЗ, кроме вышеприведенных данных, необходимо еще задать значение потенциала U_0 на этой поверхности, которое берем согласно GRS-80 (Геодезический референтной системы 1980 г.) [11]:

$$U_0 = 62\,636\,860,85 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}.$$

Поверхность СНЗ в первом приближении вычислим методом итераций [3, 6] по формуле

$$\frac{fM}{r} \left[1 + \sum_{k=1}^N \left(\frac{a_e}{r} \right)^{2k} C_{2k,0} P_{2k}(\cos \vartheta) \right] + \frac{\omega^2 r^2}{3} [1 - P_2(\cos \vartheta)] = U_0, \quad (2)$$

где $r = F(\vartheta)$ — искомый радиус-вектор сфероида; ϑ — полярное расстояние; P_{2k} — символ полиномов Лежандра. Значения радиус-вектора r СНЗ определяем в точках дуги меридиана через 1° широты. Не приводя результатов счета, отметим, что экваториальный радиус сфероида составляет

$$r \Big|_{\vartheta = \frac{\pi}{2}} = a_{\text{сф}} = 6\,378\,135,6 \text{ м.} \quad (2)$$

Затем поверхность этого сфероида аппроксимируем эллипсоидом, наилучшим образом в смысле метода наименьших квадратов подходящим полученному сфероиду. Радиус-вектор эллипсоида выражается известной формулой

$$r = \frac{a(1-\alpha)}{\sqrt{\cos^2 \vartheta + (1-\alpha)^2 \sin^2 \vartheta}}. \quad (3)$$

В нашем случае искомыми являются параметры эллипсоида a и α . Составим согласно [2] уравнения погрешностей вида

$$-N(1 - e^2 \cos^2 \vartheta) \delta a + M(1 - e^2 \cos^2 \vartheta) \cos^2 \vartheta \delta \alpha + z = \xi. \quad (4)$$

Здесь величины $e^2 = \alpha^2 - 2\alpha$, M и N берут для исходного эллипсоида (1), свободные члены

$$z = r_i - r_i^0, \quad (5)$$

где r_i^0 — радиус-вектор исходного эллипсоида; r_i — радиус-вектор аппроксимируемого сфероида; δa и $\delta \alpha$ — искомые поправки соответственно в большую полуось и сжатие эллипсоида (1), необходимые для получения параметров эллипсоида, аппроксимирующего сфероид (в данном случае сфероид первого приближения).

Такие уравнения составлялись для точек меридиана $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$ через 1° . Полученная система из 91 уравнения погрешностей решена по методу наименьших квадратов:

$$[\xi \xi] = \min. \quad (6)$$

В результате уравнивания были получены большая полуось и сжатие ЭНЗ первого приближения:

$$a_e = 6\,378\,137,0 \text{ м} \quad \alpha = 1 : 298,207. \quad (7)$$

Следующий этап вычислений заключается в определении внешнего потенциала СНЗ. Так как поверхность СНЗ уровенная, то достаточно найти потенциал в какой-либо одной ее точке, например на экваторе, т. е. при $\vartheta = \pi/2$:

$$U_{\vartheta}^{\text{сф}} = \frac{fM}{a_{\text{сф}}} \left[1 - \sum_{n=1}^N \left(\frac{a_e}{a_{\text{сф}}} \right)^{2n} I_{2n} P_{2n}(0) \right] + \frac{\omega^2 a_{\text{сф}}^2}{2}, \quad (8)$$

что дает

$$U_{\vartheta}^{\text{сф}} = 62\,636\,860,87 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}.$$

Полученное значение U_0 практически не отличается от заданного согласно GRS-80.

Со значением $U_0^{сф}$ просчитано второе приближение в определении НЗ, которое выполнено аналогично первому. Найденные поверхности сфероида и аппроксимирующего его эллипсоида во втором приближении в пределах точности вычислений полностью совпали с поверхностями первого приближения.

Совпадение двух выполненных приближений свидетельствует о том, что полученные здесь параметры СНЗ и ЭНЗ согласованы с принятой исходной информацией и полностью ей соответствуют.

Таким образом, СНЗ 180-го порядка характеризуется следующими параметрами:

$$\begin{aligned} a_{сф}^{(180)} &= 6\,378\,135,6 \text{ м}, \quad \alpha_{сф}^{(180)} = 1:298,174, \\ U_0^{(180)} &= 62\,636\,860,87 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}, \end{aligned} \quad (9)$$

а параметры аппроксимирующей ее ЭНЗ, т. е. эллипсоида, суть (7).

Получена также СНЗ (и соответствующая ей ЭНЗ) 36-го порядка в двух вариантах при различной исходной информации.

В первом случае использованы параметры эллипсоида, соответствующие модели гравитационного поля Земли GEM-10B [10], и четные зональные коэффициенты $I_{2n} = -C_{2n,0}$ этой модели ($n \leq 18$). Окончательные значения экваториальных радиусов и сжатия сфероида и эллипсоида были получены из третьего приближения:

$$\begin{aligned} a_e^{(36)} &= 6\,378\,137,0 \text{ м}, \quad \alpha_e^{(36)} = 1:298,208, \quad a_{сф}^{(36)} = 6\,378\,135,7 \text{ м}, \\ \alpha_{сф}^{(36)} &= 1:298,185, \quad U_0^{(36)} = 62\,636\,860,85 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}. \end{aligned} \quad (10)$$

При сравнении моделей НЗ различных порядков, а именно, 180-го, т. е. (9) и (7), и модели 36-го порядка, т. е. (10), следует иметь в виду, что они построены по одному и тому же исходному эллипсоиду с параметрами (1) и практически по одному и тому же набору зональных гармоник с различным числом усечения их (как известно, модель GEM-10B как модель геопотенциала 36-го порядка включена в модель 180-го порядка GEM-10C).

Таким образом, для подтверждения полученных суждений о нетрадиционной НЗ имеет смысл воспользоваться другой независимой исходной информацией. За таковую во втором случае была принята модель гравитационного поля Земли GRIM-3B [13] с набором стоксовых постоянных до 36-го порядка, использованный при ее построении эллипсоид с параметрами

$$a_e = 6\,378\,140 \text{ м}, \quad \alpha = 298,257, \quad fM = 398\,600,5 \text{ км}^3 \text{ с}^{-2}, \quad (11)$$

и U_0 в соответствии с GRS-80.

При таких исходных данных по вышеописанной методике была получена (также из трех итераций) следующая модель СНЗ и ЭНЗ:

$$\begin{aligned} a_e^{(36)} &= 6\,378\,137,9 \text{ м}, \quad \alpha_e^{(36)} = 298,210, \quad a_{сф}^{(36)} = 6\,378\,136,7 \text{ м}, \\ \alpha_{сф}^{(36)} &= 298,192, \quad U_0^{(36)} = 62\,636\,860,85 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Расхождения между тремя полученными моделями НЗ вполне естественны: они обусловлены различиями в численных значениях используемых при их построении параметров и разным усечением комплектов учитываемых четных зональных стоксовых постоянных планеты.

Наиболее отчетливо проявляется влияние масштабного фактора построения: расхождения в значениях больших полуосей исходных эллипсоидов модели GEM-10 В ($a_e=6,378\,138$ м) и модели GRIM-3 В ($a_e=6\,378\,140$ м) привело к расхождениям значений больших полуосей сфероидов и соответствующих им эллипсоидов в 1 м, что полностью присуще неопределенности установления большой полуоси земного эллипсоида при независимых выводах ее определения разными методами [9].

Безусловно, из трех полученных здесь моделей СНЗ наиболее репрезентативным представляется данный в начале статьи предварительный вариант 180-го порядка, однако, приступая к общей его характеристике, необходимо отметить следующее.

Полученные выше в рамках построения СНЗ три варианта ЭНЗ не являются вариантами нормального эллипсоида в общепринятом его понимании и приведенные выше их параметры (7), (9), (10), (12) не уточняют размеры и формы общеземного эллипсоида.

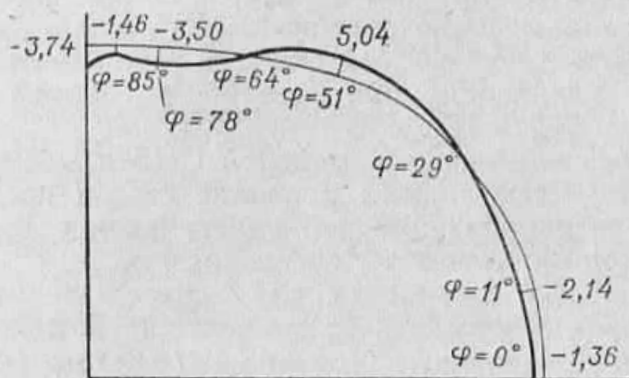
Дело в том, что последний обычно рассматривается как эллипсоид, наилучшим образом в смысле принципа наименьших квадратов аппроксимирующий *геоид*, а введенные здесь эллипсоиды в том же смысле наилучшим образом аппроксимируют *сфероид*. При выводе с указанных позиций общеземного эллипсоида даже по разным моделям гравитационного поля при учете всех его гармоник, т. е. зональных и тессеральных, устойчиво находятся [4, 5] значения его параметров, отвечающие рекомендациям GRS-80. А параметры найденных здесь эллипсоидов получены при учете только четных зональных гармоник гравитационного поля, за счет чего они характеризуют, скажем, «гидростатический» эллипсоид, т. е. аппроксимацию сфероида как главную часть Земли в целом, а значит, и общеземного эллипсоида.

Переходя к характеристике СНЗ 180-го порядка, сравним сначала поверхность сфероида с аппроксимирующим его эллипсоидом (см. рисунок).

На рисунке отчетливо прослеживается волнообразный вид сфероида в широтном направлении. Область возвышения его над эллипсоидом простирается от $\varphi=29^\circ$ до $\varphi=64^\circ$, причем максимальное поднятие (5,04 м) приходится на широту $\varphi=51^\circ$. В остальных широтных зонах $0^\circ < \varphi < 29^\circ$ и $64^\circ < \varphi < 90^\circ$ сфероид расположен также волнообразно, но с меньшими амплитудами, под эллипсоидом. Наименьшее понижение ($-3,74$ м) наблюдается на полюсах.

Так как при выводе сфероида учтены только четные зональные гармоники, то он описывает гидростатически равновесную Землю в целом. Его поверхность — эквипотенциальная поверхность, отвечающая именно гидростатически равновесной планете.

Известно, что из сравнения результатов обработки альтиметрических данных по Seasat и Geos-3 Р. Рапп [12] получил «улучшенное» (improved) значение экваториального радиуса $a = 6\,378\,135,6$ м. Мы берем на себя смелость сказать, что полученное им численное значение a можно строго трактовать экваториальным радиусом гидростатически равновесной Земли (общеземного сфероида), а не просто Земли или, тем более, какого-либо аппроксимирующего эллипсоида.



Схематическое расположение сфероида (СНЗ) относительно аппроксимирующего его эллипсоида (ЭНЗ).

Устойчиво полученные нами значения сжатия СНЗ (1 : 298,17) и ЭНЗ (1 : 298,21) отличаются от принятого гидростатического сжатия Земли (1 : 299,84, см. [1]). Не вдаваясь в обсуждения причин этого расхождения, отметим главное: последнее получено по теории Клеро с учетом только I_2 , а первые — на основании известной информации о внешнем гравитационном поле в виде большой последовательности I_{2n} . Это приводит к важному геофизическому выводу: сжатие обобщенной поверхности Земли, представленной эллипсоидом GRS-80, с точностью до 0,03% совпадает в целом со сжатием гидростатически равновесной планеты (сфероида).

Таким образом, приведенные выше числовые данные сфероида и аппроксимирующего его эллипсоида иллюстрируют концепцию НЗ, развитую в статье [8]. Здесь, кажется, впервые построена гидростатически равновесная фигура Земли — СНЗ и даны параметры аппроксимирующего ее неуровенного эллипсоида ЭНЗ. Этот эллипсоид незначительно (причем только сжатием) отличается от нормального эллипсоида GRS-80, и в силу соображений [8] он более приемлем для геофизики.

1. Ефимов А. Б., Трубицын В. П. Гравитационные аномалии и равновесная фигура Земли. — В кн.: Изучение Земли как планеты методами астрономии, геофизики и геодезии. К.: Наук. думка, 1982, с. 7—11. 2. Закатов П. С. Курс высшей геодезии. — М.: Недра, 1976. — 386 с. 3. Мецержков Г. А. Использование метода итераций при определении обобщенных фигур планет. — В кн.: Proc. Int. Symp. „Figure of the Earth, the Moon and Other Planets”, Monograph. Series of VUGTK. Prague, 1983, s. 143—151. 4. Мецержков Г. А., Волжанин С. Д. Использование метода L_p -оценок при определении параметров общеземного эллипсоида. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1983, вып. 38, с. 76—81. 5. Мецержков Г. А., Волжанин С. Д. О выводе параметров общеземного эллип-

сонда по спутниковой информации с использованием метода L_p -оценок. — Наблюдения ИСЗ, № 21 (1982). — М., 1984, с. 138—144. 6. Мещеряков Г. А. Об определении физической поверхности Земли с использованием параметров геопотенциала, определяемых методами космической геодезии. — Наблюдения ИСЗ, № 21 (1982). — М., 1984, с. 131—137. 7. Мещеряков Г. А. Представление потенциала притяжения Земли суммой потенциалов плоских слоев. (Концепция гравитирующих дисков): Тез. докл. Всесоюз. конф. «Исследование гравитационного поля и природных ресурсов Земли космическими средствами». — Львов, 1984, с. 8—9. 8. Мещеряков Г. А. О Нормальной Земле. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1986, вып. 43, с. 64—71. 9. Anderle R. J. Accuracy of Mean Earth Ellipsoid Based on Doppler, Laser and Altimeter Observations. — Bulletin géodésique. — Bureau Central de l'AIG, 1980, v. 54, № 4, p. 521—527. 10. Lerch F. J., Putney B. H., Wagner C. A., Klosko S. M. Goddard Earth Models for Oceanographic Applications (GEM-10 B and 10 C). Presented at the Marine Geodesy Symposium. — Miami, 1980, p. 18—20. 11. Morits H. Geodetic Reference System 19.80 in the Geodesist's Handbook 1980. — Bulletin Geodesique, 1980, v. 54, № 3, p. 395—405. 12. Rapp R. H. A Summary of the Results from the OSU Analysis of Seasat altimeter Data. — Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying. — Columbus: The Ohio State University, 1982, № 335, p. 19. 13. Reigber C. H., Müller H., Rizos Ch., Bosch W., Balmino G., Moyot B. AN Improved GRIM-3 Earth Gravity Model (GRIM-3 B). — Proceedings of the IAG Symposia, 1983, v. 1, p. 388—415.

Статья поступила в редколлегию 26.04.85