

О. С. МАКАР

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧУВАННЯ ПОЛОЖЕННЯ ПАРАЛАКТИЧНОГО БАЗИСУ В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИХ ПАРАЛАКТИЧНИХ СХЕМАХ

Перпендикулярні паралактичні схеми утворюють спеціальну групу схем, в яких становище інструмента займає точно визначене положення в точці $[O]$ на лінії $S_i = A_i B_i$, а зв'язкові кути $\varphi'_i = 90^\circ$.

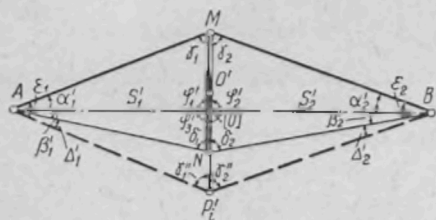


Рис. 1.

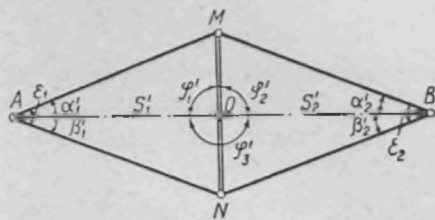


Рис. 2.

Паралактична схема, показана на рис. 1, виведена з загальної паралактичної схеми [1]. Цю схему ми назвали окремою груповою перпендикулярною паралактичною схемою, тому що з неї виведені окремі перпендикулярні паралактичні схеми, в яких становище інструмента займає точно визначене положення на лінії $S_i = A_i B_i$, зв'язкові кути $\varphi'_i = 90^\circ$, а кути $\gamma_i = \gamma''_i$ [4]. В цій схемі спостерігаємо паралактичні кути ϵ_i , паралактичний базис $b_i = MN$, асиметрію y'_i , зв'язкові кути $\varphi'_i = 90^\circ$. Подвійний паралактичний кут асиметрії Δ'_i можна вимірювати безпосередньо або визначувати за допомогою окремої паралактичної функції

$$\sin \Delta'_i = \frac{2y'_i}{b_i} \sin \epsilon_i.$$

Для обчислення віддалі $S_i = A_i B_i$ з загальної теоретичної основи посередніх методів вимірювання віддалі [2] виведені такі формули:

$$S_i = s'_1 + s'_2 = \sum_{i=1}^{l-2} \frac{b_i}{2} \frac{\cos \epsilon_i + \cos \Delta'_i}{\sin \epsilon_i}, \quad (1)$$

приймаючи, що

$$\sin \Delta'_i = \frac{2y'_i}{b_i} \sin \epsilon_i. \quad (2)$$

Точність обчислення віддалі $\mu_{s'_i}$ і μ_{S_i} визначимо за допомогою формул:

$$\mu_{s'_i}^2 = \left[\frac{s'_i}{b_i} \right]^2 \mu_{b_i}^2 + \left[\frac{s'_i + \frac{b_i}{2} \operatorname{ctg} \varepsilon_i \sin^2 \Delta'_i}{\sin \varepsilon_i \cos \Delta'_i} \right]^2 \mu_{\varepsilon_i}^2 + \left[\frac{b_i \sin \Delta'_i}{2 \sin \varepsilon_i} \right]^2 \mu_{\Delta'_i}^2, \quad (3)$$

$$\mu_{S_i}^2 = \mu_{s'_i}^2 + \mu_{s_2'}^2. \quad (4)$$

Переміщуючи центр паралактичного базису O' до точки $[O]$, одержимо окрему симетричну паралактичну схему (рис. 2), в якій спосте-

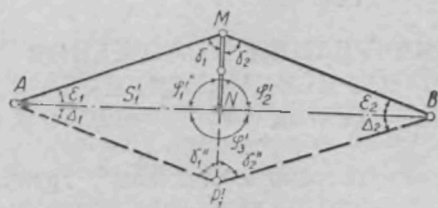


Рис. 3.

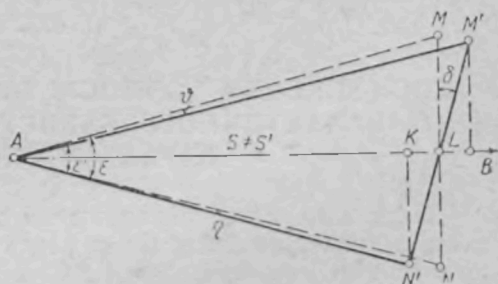


Рис. 4.

рігаємо паралактичні кути ε_i паралактичний базис b_i і зв'язкові кути $\Phi'_i = 90^\circ$. Окрема паралактична функція дорівнює тоді $\sin \Delta'_i = 0$.

Для обчислення віддалі S_i виведемо формулу:

$$S_i = s'_1 + s'_2 = \sum_{i=1}^{i=2} \frac{b_i}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon_i}{2}. \quad (5)$$

Для обчислення $\mu_{s'_i}$ і μ_{S_i} одержимо такі формули:

$$\mu_{S_i}^2 = \mu_{s'_1}^2 + \mu_{s'_2}^2, \quad (6)$$

$$\mu_{s'_i}^2 = \left[\frac{s'_i}{b_i} \right]^2 \mu_{b_i}^2 + \left[\frac{s'_i}{\sin \varepsilon_i} \right]^2 \mu_{\varepsilon_i}^2. \quad (7)$$

В перпендикулярній паралактичній схемі (рис. 3), в якій один з кінців паралактичного базису b_i переміщений до лінії $S_i = A_i B_i$, спостерігаємо паралактичні кути ε_i , паралактичний базис b_i і зв'язкові кути Φ_i .

Для обчислення віддалі S_i одержимо формулу:

$$S_i = s'_1 + s'_2 = \sum_{i=1}^{i=2} b_i \operatorname{ctg} \varepsilon_i. \quad (8)$$

Для обчислення $\mu_{s'_i}$ і μ_{S_i} маємо формули:

$$\mu_{s'_i}^2 = \left[\frac{s'_i}{b_i} \right]^2 \mu_{b_i}^2 + \left[\frac{b_i}{\sin^2 \varepsilon_i} \right]^2 \mu_{\varepsilon_i}^2, \quad (9)$$

$$\mu_{S_i}^2 = \mu_{s'_1}^2 + \mu_{s'_2}^2. \quad (10)$$

Додаткові окремі формули для трьох характеристичних окремих перпендикулярних схем (рис. 1, 2, 3) застосовуються різними авторами на практиці [3].

Для теоретичного дослідження точності визначення перпендикулярного положення паралактичного базису відносно полігонової сторони $S_i = A_i B_i$ в паралактичних схемах, в яких $\varphi'_i = 90^\circ$ (рис. 4), наведемо аналіз цього питання. Для цього необхідно з'ясувати вплив неточного визначення перпендикулярного положення паралактичного базису на обчислення довжини полігонової сторони $S_i = A_i B_i$.

Ці дослідження потрібні тільки для окремих паралактичних схем з перпендикулярними базисами. В інших паралактичних схемах, в яких зв'язкові кути $\varphi_i \neq 90^\circ$, необхідно вимірювати ці кути безпосередньо. Пояснення до рис. 4:

- MN — перпендикулярний базис b_i до AO ;
- $M'N'$ — відхилений перпендикулярний базис b_i на кут δ ;
- $AO = S$ — обчислена полігонова сторона;
- ε — паралактичний кут при перпендикулярному положенні базиса;
- ε' — помірений паралактичний кут при неперпендикулярному положенні паралактичного базиса.

З прямокутних трикутників OKN і OLM бачимо, що $KN' = LM' = \frac{b_i}{2} \cos \delta$, а $OK = OL$.

З трикутників $AM'L$ і $AN'K$ дістанемо рівняння:

$$AL = S + OL = \frac{b_i \cos \delta}{2} \operatorname{ctg} \left(\frac{\varepsilon}{2} - \nu \right),$$

$$AK = S - OK = \frac{b_i \cos \delta}{2} \operatorname{ctg} \left(\frac{\varepsilon}{2} + \eta \right).$$

Утворюючи з обох останніх рівнянь середню арифметичну, одержимо віддаль S :

$$S = \frac{b_i \cos \delta}{4} \operatorname{ctg} \left(\frac{\varepsilon}{2} - \nu \right) + \operatorname{ctg} \left(\frac{\varepsilon}{2} + \eta \right). \quad (11)$$

При неперпендикулярному положенні паралактичного базису $M'N'$ одержимо віддаль S' :

$$S' = \frac{b_i}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon'}{2} = \frac{b_i}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon + \eta - \nu}{2}. \quad (12)$$

З двох останніх рівнянь дістанемо формулу відносної помилки:

$$\frac{S' - S}{S} \approx \frac{S' - S}{S'} = 1 - \frac{\cos \delta}{2} \frac{\operatorname{ctg} \left(\frac{\varepsilon}{2} - \nu \right) + \operatorname{ctg} \left(\frac{\varepsilon}{2} + \eta \right)}{\operatorname{ctg} \frac{\varepsilon + \eta - \nu}{2}}. \quad (13)$$

Беручи до уваги тригонометричні зв'язки

$$\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta},$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha,$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha},$$

знайдемо:

$$\frac{S' - S}{S} \approx \frac{S' - S}{S'} = 1 - \cos \delta \frac{\sin \left(\frac{\varepsilon + \eta - \nu}{2} \right)^2}{\sin \left(\frac{\varepsilon}{2} - \nu \right) \sin \left(\frac{\varepsilon}{2} + \eta \right)} \quad (14)$$

або

$$\frac{S' - S}{S} = 1 - \cos \delta \frac{\varepsilon^2 + 2\varepsilon\eta - 2\varepsilon\nu + \eta^2 + \nu^2 - 2\eta\nu}{\varepsilon^2 + 2\varepsilon\eta - 2\varepsilon\nu - 4\eta\nu} \quad (15)$$

Вважаючи останні вирази в рівнянні (15) дуже малими, можемо одержати таке рівняння:

$$\frac{S' - S}{S} = 1 - \cos \delta. \quad (16)$$

Після розвинення в ряд $\cos \delta$ і відкинення малих виразів третього і вищих рядів, одержимо рівняння

$$\frac{s}{s' - s} = \frac{2\rho^2}{\delta^2}, \quad (17)$$

в якому $\rho = 206\,265''$.

Для $\delta = 2'$ дістанемо таку величину:

$$\frac{s' - s}{s} = \frac{1}{6\,000\,000}. \quad (18)$$

З формули (18) бачимо, що ця помилка є дуже малою, і тому можна не брати її до уваги.

Визначаючи напрям паралактичного базису за допомогою призми з точністю $\pm 10'$, маємо

$$\frac{s' - s}{s} = \frac{1}{236\,400}. \quad (19)$$

В паралактичних схемах, в яких паралактичні базиси нахилені до полігонової сторони під кутом $\varphi_2 \neq 90^\circ$, можна вимірювати ці кути в трьох серіях оптичними або оптично-електронними теодолітами.

О. С. МАКАР

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ПАРАЛЛАКТИЧЕСКОГО БАЗИСА В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПАРАЛЛАКТИЧЕСКИХ СХЕМАХ

Резюме

В статье рассматриваются отдельные паралактические схемы, в которых положение инструмента занимает точно определенное место, проводится геометрический их анализ и даются формулы, необходимые для посредственного определения расстояний и точности их определения. Кроме того, исследуется вопрос о точности определения перпендикулярного базиса в перпендикулярных паралактических схемах и делаются соответствующие выводы относительно их практического применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Макар. Доповіді АН УРСР, 4, 1964, стор. 488.
2. О. С. Макар. Доповіді АН УРСР, 6, 1964, стор. 757.
3. О. С. Макар. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 1, Республиканский межведомственный научно-технический сборник, Львов, 1964, стр. 90.
4. О. С. Макар. Доповіді АН УРСР, 8, 1964, стор. 1054.

Робота надійшла
1 вересня 1965 р.