Критерии оптимальности удобно формулировать в терминах свойства матрицы $M=\varphi^T\varphi$ или M^{-1} [1].

Для оптимального планирования целесообразно использовать следующие критерии оптимальности:

A — оптимальность минимизирует след ковариационной матрицы $Q=M^{-1}=(\varphi^T\varphi)^{-1}$; минимизация следа ковариационной матрицы означает минимизацию средней дисперсии оценок коэффициентов $\alpha^T=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$; E — оптимальность минимизирует максимальное собственное значение этой матрицы; G — оптимальность минимизирует величину максимальной дисперсии функции (1) $m_{\bar{f}}^2=m_2 f^T Q f=\min$.

При проектировании геодезических измерений основной частоты колебаний с целью контроля за жесткостью сооружения следует иметь в виду, что наложение высших форм колебаний на первую форму колебаний (т. е. при $\varphi_2(x)\to\max$, $\varphi_3(x)\to\max$) создает определенные погрешности при определении первой частоты колебаний по виброграммам. В связи с этим при планировании измерений целесообразно измеряемые точки располагать в районе узлов собственных форм колебаний (в особенности второй формы), при необходимости могут быть найдены точки, которые соответствуют минимальным значениям ($\varphi_i(x)\to\min$, $i=2, 3\ldots n$).

Во всех вышеуказанных случаях планирование геодезических наблюдений производится по схеме: априорное планирование—измерение—апостериорное планирование (оценка качества измерений, проверка адекватности модели, корректировка узлов наблюдений—измерение.

1. *Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М., 1976. 2. Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра. М., 1978.

Статья поступила в редколлегию 07. 02. 86

УДК 528.48+528.74+550.34

Б. И. ВОЛОСЕЦКИЙ, А. В. КЕНДЗЕРА, М. Н. КОНЕНКИНА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСХОДНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ДИНАМИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ КРУПНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

При проектировании крупных атомных и тепловых электростанций возникает необходимость прогнозирования динамических деформаций оснований и фундаментов, вызываемых техногенными и эндогенными факторами. Строительство целого ряда ТЭС и АЭС в сейсмоактивных районах страны приводит к необходимости предрасчета значений динамических воздействий на основания фундаментов при землетрясениях максимально возможной силы.

Значения воздействия сейсмического толчка на сооружение зависят от соотношения между динамическими параметрами этого импульса и спектральными характеристиками верхней толщи грунтов и сооружений. Наибольшие деформации возможны в тех случаях, когда преобладающие (резонансные) периоды колебаний верхних слоев основания строительной площадки близки к периодам собственных колебаний инженерных сооружений.

В связи с этим возникает задача определения амплитудно-частотных характеристик колебаний при максимальных предполагаемых (расчетных) для данной конкретной строительной площадки сейсмических воздействиях.

Наиболее полную характеристику сейсмических воздействий задают с помощью расчетных акселерограмм, имитирующих возможные воздействия со стороны наиболее опасных очаговых зон. Одной из методик построения расчетных акселерограмм является получение их путем пересчета из записей максимальных событий, зарегистрированных на ближайших к строительной площадке сейсмостанциях.

Спектр записи сейсмических колебаний, полученной вне зоны неупругих изменений, можно приближенно представить в линеаризованном виде

$$Y(\omega)=W(\omega)\Psi R\Theta(\omega)H(\omega)S(\omega),$$

где $W(\omega)$ — спектр колебаний, излучаемых из очага; Ψ — коэффициент, зависящий от диаграммы направленности излучения из очага на станцию; R — коэффициент, описывающий геометрическое расхождение лучевой трубки; $\Theta(\omega)$ — частотная характеристика, описывающая затухание и дисперсию колебаний в транзитной среде за счет ее неидеальной упругости; $H(\omega)$ — частотная характеристика верхней рыхлой части разреза земной коры, приближаемой в рассматриваемом случае горизонтально-слоистыми моделями вертикально-неоднородного полупространства с поглощением; $S(\omega)$ — частотная характеристика регистрирующего прибора.

Если такое представление возможно, то комплексный спектр ускорений, наблюдаемых на некоторой площадке $a(\omega)$, будет связан со спектром записи, полученной вне ее $Y(\omega)$ оператором, который легко построить, определив спектр излучения из очага через спектр записи и учитывая, что двойное дифференцирование смещений соответствует в частотной области умножению спектров на $-\omega^2$.

Следовательно, спектры акселерограмм, пересчитанные из записей сильнейших из зарегистрированных землетрясений, можно записать в виде

$$a(\omega)=\frac{-\omega^2 Y(\omega)\Psi_2 R_2\Theta_2(\omega)H_2(\omega)}{S(\omega)\Psi_1 R_1\Theta_1(\omega)H_1(\omega)}. \qquad (1)$$

Индексами *1* и *2* обозначены величины, характеризующие пути распространения сейсмических волн к станции и к строительной площадке соответственно.

Предполагая, что Ψ_i и R_i не зависят от частоты, для конкретного сочетания очага, станции и площадки величина $(\Psi_2 R_2/\Psi_1 R_1)$ будет представлять некоторый постоянный множитель. Обозначим его β.

Для сведения к минимуму влияния отличий в механизмах и энергиях очагов, эпицентральных расстояниях и других макроусловиях, согласно [6], акселерограммы рассчитываются в нормированном виде. Значения j-составляющей расчетной акселерограммы, моделирующей воздействия землетрясений, вызывающих на строительной площадке сотрясения интенсивностью I баллов, для k-й модели строения среды под площадкой определяем из выражения

$$a_{jk}(t) = \frac{A(I)\,\bar{a}_{jk}(t)}{\max\{\bar{a}_{jk}(t)\}_{jk}}. \qquad (2)$$

Здесь $\bar{a}_{jk}(t)$ — составляющая пересчитанной акселерограммы; $\max\{\bar{a}_{jk}(t)\}_{jk}$ — максимальное пиковое значение ускорения, определенное по всем составляющим акселерограмм, расчитанных для всех моделей строения среды под строительной площадкой; $A(I)$ — максимальное пиковое значение ускорений, соответствующих сотрясениям интенсивностью I баллов. Эту величину обычно берут из СНИП [9], но для более точных оценок необходимо пользоваться региональными зависимостями между балльностью и максимальными ускорениями, полученными для конкретной очаговой зоны.

Если пренебречь отличиями в расхождении лучевой трубки в различных моделях осадочной толщи под строительной площадкой, что вполне допустимо, то при нормировании в (2) множитель β сократится и, следовательно, нет необходимости определять входящие в него величины.

При построении частотных характеристик $\theta_i(\omega)$ используем следующие предпосылки. Решение уравнения распространения сейсмических волн с частотой ω для момента времени t на расстоянии s можно записать в виде [2]

$$u(t) = u_0 \exp[-i\omega t + ik(\omega)s].$$

Здесь $k(\omega) = \dfrac{\omega}{v(\omega)} + i\alpha(\omega)$; u_0 — амплитуда; $v(\omega)$ — фазовая скорость волны; $\alpha(\omega)$ — коэффициент поглощения; $t = s/v^*$, где v^* — фазовая скорость волны на максимальной наблюдаемой частоте, т. е. скорость, соответствующая первым вступлениям волн.

В реальной Земле $\alpha(\omega)$, $v(\omega)$ и v^* могут изменяться по величине вдоль пути распространения сейсмических волн. Ограничимся рассмотрением распространения волн в радиально-неоднородных моделях Земли. В этом случае частотные характеристики $\theta_i(\omega)$, описывающие затухание и дисперсию сейсмических волн в неидеально-упругой среде на пути очаговой зоны к станции или

к площадке, можно получить в форме, предложенной в работе [1]:

$$\Theta(\omega, \Delta) = \exp\left\{-\int_s \alpha(\omega, r)\,ds + i\int_s \omega\left[\frac{1}{v(\omega, r)} - \frac{1}{v^*(r)}\right]ds\right\}. \qquad (3)$$

Здесь $s = s(\Delta)$ — длина пути волны вдоль луча от источника до приемника, являющаяся функцией глубины очага h_0 и эпицентрального расстояния Δ; $\alpha(\omega, r)$ и $v(\omega, r)$ — коэффициент поглощения и фазовая скорость, зависящие от частоты и глубины в радиально-неоднородной модели Земли; $r = R + D_м - h$, где r — значение радиуса от центра Земли до точки на глубине h. Глубина отсчитывается от уровня моря, которому соответствует радиус R; $D_м$ — высота свободной поверхности модели над уровнем моря.

Приращение длины луча ds через приращение радиуса dr для луча с параметром p можно записать в форме [4]

$$ds = \frac{r\,dr}{v^*(r)\sqrt{[r/v^*(r)]^2 - p^2}}. \qquad (4)$$

Значения v^* взяты для частоты $\omega^* = \omega_{max}$, что приводит к одинаковым временам первых вступлений в моделях неидеально и идеально упругой среды.

Параметр луча, скорость распространения волн и радиус максимального проникновения луча r_p связаны соотношением

$$p(h_0, \Delta) = r_p/v^*(r_p). \qquad (5)$$

Причем $v^*(r_p)$ численно равно кажущейся скорости распространения волн от очага на эпицентральное расстояние Δ, которая определяется как обратная величина от производной годографа для соответствующего типа волны, глубины гипоцентра и эпицентрального расстояния.

Для построения расчетных акселерограмм примем распределение скорости сейсмических волн по глубине в виде модели строения Земли по Джеффрису [8], которая соответствует годографу Джеффриса-Буллена [13]. Для описания распределения с глубиной добротности $Q(r)$ воспользуемся моделями Д. Андерсена и Р. Харта [11] или региональными моделями [3].

Для каждой конкретной модели строения верхней части разреза земной коры под станцией или строительной площадкой обобщенные модели в верхней своей части заменяются соответствующей моделью строения осадочного чехла.

Для описания зависимости между добротностью $Q(\omega)$, коэффициентом поглощения $\alpha(\omega)$, фазовой скоростью $v(\omega)$ и частотой ω воспользуемся соотношениями феноменологической модели В. Футерман [12]. Возможность применения этих соотношений при решении сейсмологических задач показана в [5].

Запишем соотношения В. Футерман в виде [12]

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{4\pi Q_0 v_0}; \qquad (6)$$

$$v(\omega) = v_0\left(1 - \frac{1}{\pi Q_0}\ln\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-1}; \tag{7}$$

$$Q(\omega) = Q_0\left(1 - \frac{1}{\pi Q_0}\ln\frac{\omega}{\omega_0}\right). \tag{8}$$

Величину ω_0 принимаем равной $10^{-3}\,d\omega$, где $d\omega$ — шаг по частоте, используемый при расчете спектров. Предполагаем, что ниже частоты ω_0 дисперсия отсутствует. В дальнейшем используем также обозначения: ω' — частота, на которой заданы значения добротности в моделях; ω^* — максимальное значение частоты в диапазоне, на котором спектр сейсмограммы является эффективно ненулевым.

Если известно значение добротности неидеально-упругой среды $Q(\omega', r)$ на определенной частоте ω', то из уравнения (8) следует:

$$Q_0(r) = Q(\omega', r) + \frac{1}{\pi}\ln\frac{\omega'}{\omega_0}. \tag{9}$$

Если теперь предположить, что частота ω^* соответствует скорости первых вступлений в неидеально-упругой среде, т. е. соответствует скорости волн в моделях Земли, полученных путем обращения годографов, в том числе и в моделях, используемых нами, то фазовую скорость на частоте ω_0 легко определить по формуле

$$v_0(r) = \dot{v}^*\left(1 - \frac{1}{\pi Q_0}\ln\frac{\omega^*}{\omega_0}\right). \tag{10}$$

Подставляя значения $v_0(r)$, $Q_0(r)$, полученные для определенного типа волн по (10) и (9), в формулы (6)—(8), а те в свою очередь в (4), получаем с помощью (3) значения частотной характеристики $\theta(\omega, \Delta)$, описывающей затухание и дисперсию сейсмических волн в неидеально-упругой среде при их распространении от конкретного очага на эпицентральное расстояние Δ.

Частотные характеристики $H_i(\omega)$ для моделей верхней рыхлой части разреза земной коры под станцией ($i=1$) и площадкой ($i=2$) рассчитываем матричным методом Томсона-Хаскелла [7].

Методика пересчета для получения акселерограмм на строительной площадке $a(t)$ по записи, полученной на сейсмической станции $y(t)$, сводится к решению интегрального уравнения первого рода типа свертки

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t-\tau)\,a(\tau)\,d\tau = y(t), \tag{11}$$

где ядро интеграла $K(t) = F^{-1}\{K(\omega)\}$. Здесь оператор F^{-1} обозначает обратное преобразование Фурье. Прямое преобразование в дальнейшем обозначим F.

Из соотношения (1) легко видеть, что

$$K(\omega) = -\frac{S(\omega)\,\Theta_1(\omega)\,H_1(\omega)}{\beta\omega^2\,\Theta_2(\omega)\,H_2(\omega)}. \tag{12}$$

Решение (11) относится к некорректно поставленным задачам, поэтому будем искать его в регуляризованном виде. Если $y(t)$ является функцией, интегрируемой с квадратом, а $a(t)$ и $K(t)$ абсолютно интегрируемые функции, то, согласно [10], регуляризованное решение уравнения (11) можно получить следующим образом:

$$\bar{a}(t) = \mathrm{Re}\left\{F^{-1}\left\{\frac{f(\omega, q)\,Y(\omega)}{K(\omega)}\right\}\right\}. \tag{13}$$

Оператор Re обозначает выделение действительной части комплексного выражения в фигурных скобках: $Y(\omega) = F\{y(t)\}$. Функция $f(\omega, q)$ — стабилизирующий множитель. В общем случае ее подбирают, исходя из условий, представленных в [10]. Эффективно применение стабилизирующего множителя в виде

$$f(\omega, q) = \frac{L(\omega)}{L(\omega) + qM(\omega)},$$

где $L(\omega) = |K(\omega)|^2$. Функцию $M(\omega)$ удобно выбрать в виде $\omega^{2\eta}$, где η — произвольное положительное число. Тогда параметр q можно определить по заданной невязке путем минимизации функционала

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} |K(\omega)\,\bar{a}(\omega) - Y(\omega)|^2\,d\omega \leqslant \delta^2, \tag{14}$$

где δ^2 — интегральная квадратичная погрешность задания функции $y(t)$ на рассматриваемом участке.

Существующие алгоритмы расчета частотных характеристик моделей среды позволяют определить их только для случая падения волн одного определенного типа. В то же время на небольших эпицентральных расстояниях цуги колебаний, вызываемые отдельными типами волн, разделяются плохо. Эту трудность не удается преодолеть достаточно простыми и эффективными способами. Поэтому вместо строгого решения задачи, когда по трехкомпонентной записи определяется трехкомпонентная акселерограмма колебаний на площадке, мы предлагаем рассчитывать набор из пяти компонент эффективной акселерограммы, которые с избытком описывают все возможные эффекты резонансного усиления сейсмических колебаний на строительной площадке. Составляющие эффективной акселерограммы рассчитываются в предположении, что запись соответствует колебаниям, вызываемым волной одного типа: P, SV или SH. Ошибка такого предположения уменьшается тем, что для расчета компонент, соответствующих продольной волне, в качестве исходного материала используется начальная часть вертикальной составляющей записи от первых вступлений P-волны до момента прихода S-волны. Времена вступления волн различных типов определяются по годографам. Для расчета компонент, соответствующих SV-волне, используется горизонтальная радиальная, а для SH-волны — горизонтальная тангенциальная составляющая записи, начиная с времени вступления S-волны.

Благодаря разделению полного вектора сейсмических воздействий на компоненты, соответствующие определенному типу волн, знанию их величины и ориентации в пространстве, появляется возможность при расчете сооружений на прочность снизить стоимость проекта, выбирая наиболее безопасную ориентацию сооружений и их отдельных конструкций.

Описанный алгоритм реализован в вычислительных программах на ЭВМ ЕС-1020. Полученные с его помощью расчетные акселерограммы используются как исходный материал для расчета напряжений, вызываемых в различных сечениях сооружений, отдельных узлах и блоках.

1. *Берзон И. С., Пасечник И. П.* Строение Земли по динамическим характеристикам сейсмических волн. М., 1976. 2. *Гуревич Г. И.* Деформируемость сред и распространение сейсмических волн. М., 1974. 3. *Капитанова С. А., Яновская Т. Е.* Поглощение поверхностных волн и добротность коры и верхней мантии в районе Карпат // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 10. С. 78—82. 4. *Коган С. Я.* Сейсмическая энергия и методы ее определения. М., 1975. 5. *Лоссовский Е. К.* К вопросу о дисперсии фазовой скорости объемных сейсмических волн в поглощающей среде // Геофиз. журн. 1981. Т. 3. № 3. С. 33—39. 6. *Напетваридзе Ш. Г.* Требования, предъявляемые к методике сейсмического микрорайонирования новой редакцией норм сейсмического строительства // Сейсмическое микрорайонирование. Кишинев, 1979. С. 142—147. 7. *Ратникова Л. И.* Методы расчета сейсмических волн в тонкослоистых средах. М., 1973. 8. Справочник физических констант горных пород / Под ред. С. Кларка. М., 1969. 9. Строительные нормы и правила. Строительство в сейсмических районах. — II—7—81. М., 1982. 10. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М., 1979. 11. *Anderson D. L., Hart R.* S. Q of the Earth // J. of Geophys. Res. 1978. V. 83. № B 12. P. 5869—5882. 12. *Futterman W. I.* Dispersive body waves // J. Geophys. Res. 1962. V. 67. N 13. P. 5279—5291. 13. *Jeffreys H., Bullen K. E.* Seismological Tables // Brit. Assoc. Adv. Sci. 1940. N 48. P. 468.

Статья поступила в редколлегию 23.04.86

УДК 528.1

М. Д. ГЕРАСИМЕНКО

РЕКУРРЕНТНОЕ УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

В [3] рассмотрен рекуррентный коррелатный способ уравнивания, суть которого сводится к тому, что в геодезической сети по необходимым измерениям вычисляется вектор X_0 порядка m предварительных координат пунктов и строится соответствующая ему матрица весовых коэффициентов Q_0. Способ построения Q_0 указан в [2, 3], причем он рассмотрен с учетом зависимости ошибок координат исходных пунктов. Справедливость этого вывода подтверждена Ю. И. Маркузе [7] на основе параметрического способа уравнивания.

Все остальные измерения в сети, число которых равно r, избыточные и процесс уравнивания выполняется по формулам:

$$a_i \delta X_i - v_i + w_i = 0; \quad (1)$$

$$w_i = \tilde{l}_i - l_i; \quad (2)$$

$$R_i = p_i^{-1} + a_i Q_{i-1} a_i^T; \quad (3)$$

$$k_i = -R_i^{-1} w_i; \quad (4)$$

$$\delta X_i = Q_{i-1} a_i^T k_i; \quad (5)$$

$$X_i = X_{i-1} + \delta X_i; \quad (6)$$

$$Q_i = Q_{i-1} - R_i^{-1} (a_i Q_{i-1})^T (a_i Q_{i-1}), \quad (7)$$

где $i=1, 2, \dots, r$. На последнем шаге получают вектор уравненных координат $\bar{X}=X_r$ и соответствующую ему матрицу весовых коэффициентов $Q_{\bar{X}}=Q_r$.

В формулах (1)—(7) a_i — строка коэффициентов i-го условного уравнения, тождественно совпадающая со строкой коэффициентов обычного уравнения поправок параметрического способа уравнивания; δX_i — вектор поправок в координаты за решение i-го уравнения; v_i и p_i — поправка и вес измерения l_i; $\tilde{l}_i$ — вычисленное по вектору координат X_{i-1} значение избыточно измеряемой величины.

Рекуррентная формула (7) в настоящее время хорошо известна в геодезической литературе. Ранее ее использовали для оптимального проектирования Ю. М. Нейман [10] и З. П. Тамутис [11]. Алгоритмы уравнивания геодезических сетей, основанные на формуле (7) и параметрическом способе, стали широко разрабатываться после предложения Ю. И. Маркузе [8] использовать в качестве начальной матрицу

$$Q_0 = 10^q E, \quad (8)$$

где E — единичная матрица, а q — максимальное число, не превышающее числа разрядов в разрядной сетке ЭВМ. Тогда после преобразования по (7) для всех n измерений, а не только избыточных, на последнем шаге получаем матрицу Q_n.

В случае уравнивания несвободной сети матрица $Q_n \approx N^{-1} = Q_{\bar{X}}$. Для свободной сети матрица Q_n преобразуется в псевдообратную

$$N^+ = Q_{\bar{X}} \approx Q_{n+d} - B^T (BB^T BB^T)^{-1} B, \quad (9)$$

где B — известная матрица ограничений [4, 6] порядка $d \times m$; d — дефект сети, равный $d=m-\rho$; $\rho = \operatorname{rang} N$; $N=A^T PA$ — матрица коэффициентов системы нормальных уравнений параметрического способа уравнивания. Формирование матрицы $Q_{n+d} = (Q_n^{-1} + B^T B)^{-1}$ также можно выполнить [9] по формуле (7) последовательным введением строк b_j матрицы B, $j=1, 2, \dots, d$. В случае необходимости матрицу B следует привести к центру тяжести сети и, по предложению Ю. И. Маркузе [6], соответствую-