

Ю. В. СУРНИН

## ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КРУГОВЫХ ОРБИТ ИСЗ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ С ОДНОЙ СТАНЦИИ

Излагается первая (вспомогательная) часть общего метода \* определения оскулирующих элементов эллиптических орбит геодезических ИСЗ по результатам наблюдений топоцентрических направлений на спутник с одной или нескольких станций, расположенных на ограниченной территории, а именно — определение элементов круговых орбит  $a, i, \Omega, T_{\Omega}$  ( $a$  — радиус орбиты,  $i$  — наклонение ее,  $\Omega$  — долгота восходящего угла,  $T_{\Omega}$  — момент прохождения через узел).

На примере круговой орбиты обрабатывается и проверяется новый принцип получения параметров движения искусственного спутника Земли для некоторого класса орбит ( $7000 \text{ км} < a < 8000 \text{ км}$ ,  $\varphi < i < \pi - \varphi$ ;  $\varphi$  — широта наблюдателя).

Вывод элементов  $a, i, \Omega, T_{\Omega}$  необходим для получения первоначальных сведений (если их нет) о траектории спутника, на основе чего может быть построена теория общего метода определения мгновенных элементов эллиптической орбиты, так нужной для решения некоторых задач космической геодезии. Кроме того, знание круговой орбиты ИСЗ позволяет оперативно осуществлять автономное прогнозирование движения спутника.

В дальнейшем изложении будем считать, что, во-первых, гравитационное поле Земли создается сжатым сфероидом вращения, причем в случае небольших интервалов времени (в течение одного прохождения ИСЗ над станцией) гравитационное поле даже полагается центральным; во-вторых, реальный небесный объект движения в пустоте строго по круговой орбите.

В основе метода определения круговой орбиты лежит нахождение ее радиуса  $a$  способом А. М. Лозинского [2] и вычисление остальных элементов  $i, \Omega, T_{\Omega}$  по положению  $\vec{a}$  и скорости  $\vec{V}$  спутника в момент  $T_Q$  его кульминации над горизонтом данной станции.

Под кульминацией спутника понимается то его положение  $Q$  на орбите, в котором вектор скорости  $\vec{V}$  параллелен плоскости горизонта. Направление на спутник в точке  $Q$  определяется из наблюдений объекта вблизи кульминации  $Q$  и двух вспомогательных точек  $q$  и  $p$ , в которых он пересекает поверхность топоцентрического конуса  $h_0 = \text{const}$

\* Теорию метода автор намерен опубликовать в одном из следующих номеров нашего журнала.

\*\* Топоцентрический конус  $h_0 = \text{const}$  имеет вершину в точке стояния наблюдателя, ось симметрии, направленную в зенит места, и образующую, наклоненную к этой

оси на угол  $\frac{\pi}{2} - h_0$ .

( $h_0$  — заданная угловая высота) на восходящей и нисходящей ветвях видимого участка орбиты (рис. 1). По найденным направлению и радиусу орбиты находятся составляющие  $x, y, z$  (экваториальные координаты) вектора  $\vec{a}$ . Компоненты  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  скорости спутника выводятся по известному значению  $a$  и двум геометрическим условиям, вытекающим из определения понятия кульминации и соотношений в треугольнике «объект, наблюдатель, центр инерции Земли».

Пусть из наблюдений одного прохождения спутника над станцией с геодезическими координатами  $B, L, H$  имеем серию положений его

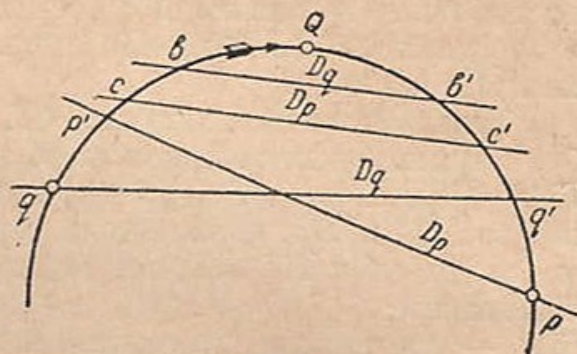
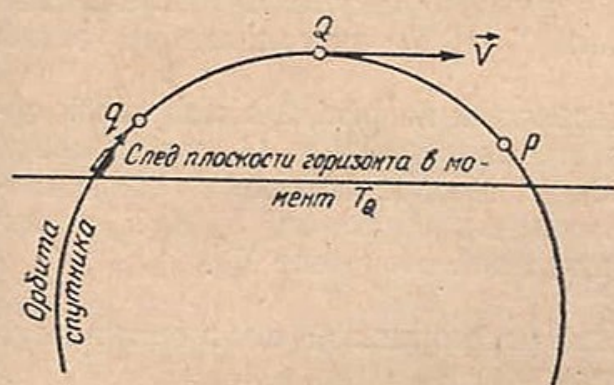


Рис. 1. Распределение наблюдений по орбите ( $q, Q, p$  — точки орбиты, вблизи которых измеряется серия направлений на спутник).

Рис. 2. Орбита спутника и следы пересечения плоскости орбиты альмуkantаратами  $D_q$  и  $D_p$  в определенные моменты.

вблизи точек  $q, Q, p$  и небесного экватора (допустим для определенности) \* в горизонтальной системе сферических координат

$$A_i, h_i, T_i \quad (i = 1, 2, \dots), \quad (1)$$

где  $A_i$  — азимут, отсчитываемый от направления на север по ходу часовой стрелки;

$h_i$  — высота;

$T_i$  — момент наблюдения, выраженный во всемирном времени.

Решение задачи осуществляем по следующим этапам.

1. **Определение радиуса орбиты  $a$ .** Методом А. М. Лозинского находим квазидраконический период обращения спутника  $P_{\Omega'}$  и вычисляем радиус орбиты при помощи соотношения [1, форм. (36)], решенного относительно  $a$ :

$$a^3 = fM \left( \frac{P_{\Omega'}}{2\pi} \right)^2 \left[ 1 - 9C_{20} \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \left( 1 - \frac{5}{6} \sin^2 i \right) \right], \quad (2)$$

здесь  $fM = 398\,603 \text{ км}^3/\text{сек}^2$  — гравитационный параметр Земли;

$a_0$  — ее экваториальный радиус;

$C_{20} = -0,0010825$  — безразмерный коэффициент при зональной гармонике второго порядка в разложении гравитационного потенциала в ряд шаровых функций.

2. **Определение момента кульминации  $T_Q$ .** Условимся в дальнейшем снабжать индексами  $q, Q, p$  различные величины, относящиеся к положению спутника в точках  $q, Q, p$ , а точки  $q$  и  $p$  для краткости назы-

\* Хотя все последующие рассуждения можно было бы провести и для любой другой топоцентрической системы отсчета.

вать соответственно восходящей и нисходящей. Поскольку эти точки примерно симметричны по отношению к кульминации  $Q$ , то

$$T_Q = T_m + \delta T, \quad (3)$$

где  $\delta T$  — небольшая поправка в средний момент

$$T_m = \frac{1}{2} (T_p + T_q). \quad (4)$$

Моменты  $T_q$  и  $T_p$  находим любым из известных методов интерполяции по таблице (1) значений  $T_i$ ,  $h_i$  для заданного аргумента  $h_0$ , лежащего в пределах  $10^\circ < h_0 < h_Q$ . По значениям  $T_q$  и  $T_p$  интерполируем также азимуты  $A_q$  и  $A_p$ .

Теперь находим поправку  $\delta T$ . Изобразим на рис. 2 в плоскости орбиты траекторию спутника  $qQp$ , три его положения  $q$ ,  $Q$ ,  $p$  в моменты  $T_q$ ,  $T_Q$ ,  $T_p$ , следы  $qq'$  и  $pp'$  пересечения с плоскостью орбиты альмукуантаратов  $D_q$  и  $D_p$ , проходящих через спутник в моменты  $T_q$  и  $T_p$ , а также следы  $ss'$  и  $bb'$  этих же альмукуантаратов в момент  $T_Q$ .

Обозначим:

$F, R$  — соответственно геоцентрические расстояния до плоскости альмукуантарата и до наблюдателя;

$\Phi$  — его геоцентрическая широта;

$N$  — радиус кривизны земного эллипсоида (с параметрами  $a_3, e_3$ ) в направлении первого вертикала;

$\rho$  — топоцентрическое расстояние до спутника;

$\tilde{h}$  — его угловая высота, отсчитываемая от плоскости, проходящей через станцию перпендикулярно ее геоцентрическому радиусу-вектору  $\vec{R}$ ;

$n$  — угловая скорость движения спутника по орбите;

$U$  — угол, отсчитываемый в плоскости орбиты от направления на узел  $\Omega$  до направления на точку пересечения альмукуантарата с орбитой спутника;

$t_2$  — часовой угол восходящего узла;

$S_0$  — звездное время на Гринвиче в полночь;

$\mu = 0,00273$  — коэффициент перевода среднего времени в звездное;

$s$  — местное звездное время;

$$\Delta U_q = \frac{1}{2} \widetilde{qb}; \quad \Delta U_1 = \frac{1}{2} \widetilde{bQ}; \quad \Delta U_p = \frac{1}{2} \widetilde{c'p}; \quad \Delta U_2 = \frac{1}{2} \widetilde{Qb'}; \quad \Delta U_c = \frac{1}{2} \widetilde{b'c} -$$

— отрезки дуг орбиты.

Из рис. 2 имеем

$$T_Q = T_q + \frac{2}{n} (\Delta U_q + \Delta U_1);$$

$$T_Q = T_p - \frac{2}{n} (\Delta U_p + \Delta U_c + \Delta U_2).$$

Отсюда

$$\delta T = \frac{1}{n} (\Delta U_q - \Delta U_p - \Delta U_c), \quad (5)$$

где

$$n = \sqrt{fM/a^3}. \quad (6)$$

Для определения дуг  $\Delta U$ ,  $\Delta U_p$ ,  $\Delta U_c$ , следуя А. С. Соколиной [3], найдем закон движения по орбите точек  $q$  и  $p$  в следующей форме:

$$\cos(U-K) = F/ka, \quad (7)$$

где

$$K = \text{arctg}[(\cos B \cos i \sin t_\Omega + \sin B \sin i) / \cos B \cos t_\Omega] \quad (8)$$

$$k = |\sin \Theta|, \quad \cos \Theta = \sin B \cos i - \cos B \sin i \sin t_\Omega; \quad (9)$$

$$F = N(1 - e_s^2 \sin^2 B) + H + \rho \sin h_0, \quad (10)$$

причем

$$t_\Omega = T(1 + \mu) + S_0 + L - \Omega; \quad (11)$$

$$N = a_s (1 - e_s^2 \sin^2 B)^{-\frac{1}{2}}, \quad (B - \Phi) = \text{arc sin} \frac{e_s^2 \sin(B + \Phi)}{2 - e_s^2 + 2H/N}; \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho &= R \left[ \sqrt{\left(\frac{a}{R}\right)^2 - \cos^2 \tilde{h}} - \sin \tilde{h} \right] \\ R &= [N(1 - e_s^2 \sin^2 B) + H] / \cos(B - \Phi) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\sin \tilde{h} = \sin h_0 \cos(B - \Phi) - \sin(B - \Phi) \cos h_0 \cos A. \quad (14)$$

Поскольку плоскость альмукуантарата постоянно меняет свою ориентацию по отношению к орбите, то за некоторый промежуток времени (например, от  $T_0$  до  $T$ ) восходящая (или нисходящая) точка пройдет по орбите некоторую дугу  $\Delta U$ . Для определения этой дуги  $\Delta U$  на основании выражений (7)–(9) будем иметь следующую систему формул:

$$\left. \begin{aligned} \text{tg}(\Delta U - \Delta K) &= (\Delta k/k_m) \text{ctg}(U - K)_m, \\ \sin 2\Delta K &= (kk_0)^{-1} \sin \Delta t_\Omega (2 \cos^2 B \cos i \cos \Delta t_\Omega - \\ &\quad - \sin 2B \sin i \sin t_{\Omega m}), \\ \Delta k &= (4k_m)^{-1} \sin \Delta t_\Omega (\sin 2B \sin 2i \cos t_{\Omega m} - \\ &\quad - 2 \cos^2 B \sin^2 i \sin 2t_{\Omega m} \cos \Delta t_\Omega), \\ (U - K)_m &= \pm \frac{1}{2} [\text{arc cos}(F/ka) + \text{arc cos}(F/k_0 a)] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$k_m = \frac{1}{2}(k + k_0), \quad t_{\Omega m} = \frac{1}{2}(t_\Omega + t_{\Omega 0}), \quad \Delta t_\Omega = \frac{1}{2}(T - T_0)(1 + \mu), \quad (16)$$

где величины  $k$ ,  $k_0$ ,  $t_\Omega$ ,  $t_{\Omega 0}$  вычисляются по формулам (9), (11) для моментов  $T$  и  $T_0$ ; знак «+» в последней формуле (15) берется для нисходящей точки, а «-» — для восходящей; углы  $\Delta U$ ,  $\Delta K$  лежат в пределах  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

Заменяя в формулах (15), (16) величины  $T_0$ ,  $T$ ,  $F$  соответственно на  $T_q$ ,  $T_p$ ,  $F_q$ , или на  $T_q$ ,  $T_p$ ,  $F_p$ , находим дугу  $\Delta U_q$  или  $\Delta U_p$ . Причем  $F_q$  и  $F_p$  вычисляем для моментов  $T_q$  и  $T_p$  по формулам (10)–(14).

Далее, используя зависимости (7)–(14), получаем для определения дуги  $\Delta U_c$  следующие выражения:

$$\text{tg} \Delta U_c = -(\Delta F/F_m) \text{ctg}(U - K)_{mc}; \quad (17)$$

$$\Delta F = -\frac{1}{2} \rho_m R (\rho_m + R \sin \tilde{h}_m)^{-1} \sin(B - \Phi) \sin \Delta A \sin A_m \sin 2h_0; \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \tilde{h}_m &= \frac{1}{2} (\sin \tilde{h}_p + \sin \tilde{h}_q), \quad \Delta A = \frac{1}{2} (A_p - A_q), \\ \rho_m &= \frac{1}{2} (\rho_p + \rho_q), \quad F_m = \frac{1}{2} (F_p + F_q), \quad A_m = \frac{1}{2} (A_p + A_q). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$(U - K)_{mc} = \frac{1}{2} [\arccos(F_p/k_Q a) + \arccos(F_q/k_Q a)], \quad (20)$$

где величина  $k_Q$ , входящая в равенство (20), вычисляется для момента  $T_Q$  по формулам (9) — (11).

Таким образом, выражения (5) — (20) дают возможность найти поправку  $\delta T$  к среднему моменту  $T_m$  по координатам станции  $B, L, H$ , результатам наблюдений спутника  $h_0, A_p, A_q, T_p, T_q$ , элементам орбиты  $a, i, \Omega$  и моменту кульминации  $T_Q$ . Но элементы  $i, \Omega$  и момент  $T_Q$  нам пока не известны. Однако величина  $\delta T$  для большинства ИСЗ не превышает, как правило,  $10^s$ , что следует из приведенных формул (5) — (20). Поэтому небольшую поправку  $\delta T$  можно вычислять итерационным методом, описанным ниже (стр. 61).

**3. Определение положения спутника в точке кульминации  $Q$ .** По таблице значений угловых координат (1) интерполируем для момента кульминации  $T_Q$  величины  $h_Q, A_Q$ , с помощью которых по формулам (12), (13) находим  $\rho_Q$ . Для определения экваториальных координат спутника  $x, y, z$  применяем известные выражения:

$$\left. \begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos s, \\ Y &= (N + H) \cos B \sin s, \\ Z &= [N(1 - e^2) + H] \sin B, \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \\ &+ \rho_Q \begin{pmatrix} -\sin s & -\cos s & 0 \\ \cos s & -\sin s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin B & -\cos B \\ 0 & \cos B & \sin B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos h_Q \sin A_Q \\ \cos h_Q \cos A_Q \\ \sin h_Q \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$s = T_Q(1 + \mu) + S_0 + L.$$

**4. Определение составляющих вектора скорости спутника  $\vec{V}$ .** Из дифференцирования по времени векторного равенства  $\vec{a} = \vec{R} + \vec{\rho}$  следует

$$\vec{a} = \vec{V} = \dot{\vec{R}} + \dot{\vec{\rho}}. \quad (22)$$

Проектируя векторы  $\vec{V}, \dot{\vec{R}}, \dot{\vec{\rho}}$  на оси координатного триэдра  $m_1, m_2, m_3$ , выбранного так, что орт  $\vec{m}_3$  направлен в зенит наблюдателя,  $\vec{m}_2$

расположен в плоскости вертикала к спутнику, а  $\vec{m}_1$  удовлетворяет равенству  $\vec{m}_1 = \vec{m}_2 \times \vec{m}_3$ , и обозначая

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \omega R \cos \Phi \cos A_Q + \omega \rho_Q (\cos B \sin h_Q \cos A_Q - \\ &\quad - \sin B \cos h_Q), \\ W_2 &= \omega R \cos \Phi \sin A_Q + \omega \rho_Q \cos B \sin h_Q \sin A_Q, \\ W_3 &= \omega \rho_Q \cos B \cos h_Q \sin A_Q, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$\omega$  — угловая скорость вращения Земли, получим компоненты  $V_1, V_2, V_3$  вектора  $\vec{V}$  в этих осях:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= W_1 + \dot{A}_Q \rho_Q \cos h_Q, \\ V_2 &= W_2 + \dot{\rho}_Q \cos h_Q - \dot{h}_Q \rho_Q \sin h_Q, \\ V_3 &= W_3 + \dot{\rho}_Q \sin h_Q + \dot{h}_Q \rho_Q \cos h_Q, \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где  $\dot{A}_Q, \dot{h}_Q, \dot{\rho}_Q$  — скорости движения спутника по азимуту, высоте и лучу зрения в точке кульминации  $Q$ .

Три уравнения (24) содержат шесть неизвестных  $V_1, V_2, V_3, \dot{A}_Q, \dot{\rho}_Q, \dot{h}_Q$ . Поэтому дополним систему (24) тремя следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} V_3 &= 0, \\ \dot{\rho}_Q &= \frac{\partial \rho}{\partial h} \dot{h}_Q + \frac{\partial \rho}{\partial A} \dot{A}_Q, \\ V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 &= V^2 = fM/a, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial h} &= -\rho_Q \cos h_Q [\cos(B - \Phi) + \\ &\quad + \sin(B - \Phi) \operatorname{tg} h_Q \cos A_Q] \left[ \left( \frac{a}{R} \right)^2 - \cos^2 \tilde{h}_Q \right]^{-\frac{1}{2}}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial A} &= -\rho_Q \cos h_Q \sin(B - \Phi) \sin A_Q \left[ \left( \frac{a}{R} \right)^2 - \cos^2 \tilde{h}_Q \right]^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Уравнения (25) вытекают из геометрических и динамических условий задачи. 1) в точке  $Q$  вектор  $\vec{V}$  ортогонален орту  $\vec{m}_3$ , 2) величины  $A, h, \rho$  связаны между собой геометрическими соотношениями (13) и (14), 3) интеграл энергии дает модуль вектора  $\vec{V}$ .

Решая систему уравнений (24), (25), получим

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= d_1 + c_1 [\pm \sqrt{(\xi/2)^2 - \eta} - \xi/2], \\ V_2 &= d_2 + c_2 [\pm \sqrt{(\xi/2)^2 - \eta} - \xi/2], \\ V_3 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 \xi &= 2(d_1 c_1 + d_2 c_2)(c_1^2 + c_2^2)^{-1}, \quad \eta = (d_1^2 + d_2^2 - fM/a)(c_1^2 + c_2^2)^{-1}, \\
 c_1 &= \rho_Q, & c_2 &= \beta_2 - \gamma_2 \rho_Q \operatorname{tg} h_Q, \\
 d_1 &= W_1, & d_2 &= W_2 + \beta_1 \cos h_Q - \gamma_1 \rho_Q \sin h_Q, \\
 \beta_1 &= -\frac{\partial \rho}{\partial h} \cdot \frac{W_3}{D}, & \beta_2 &= \frac{\partial \rho}{\partial A} D^{-1} \rho_Q \cos h_Q, \\
 \gamma_1 &= -W_3 D^{-1}, & \gamma_2 &= -\frac{\partial \rho}{\partial A} D^{-1} \sin h_Q, \\
 & & D &= \rho_Q \cos h_Q + \frac{\partial \rho}{\partial h} \sin h_Q.
 \end{aligned} \right\} (28)$$

Таким образом, мы нашли компоненты  $V_1, V_2, V_3$  вектора скорости спутника  $\vec{V}$  в системе осей  $m_1, m_2, m_3$ . В экваториальной системе отсчета составляющие скорости спутника  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  будут иметь вид

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin s & -\cos s & 0 \\ \cos s & -\sin s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin B & -\cos B \\ 0 & \cos B & \sin B \end{pmatrix} \times \\
 \times \begin{pmatrix} \cos A_Q & \sin A_Q & 0 \\ -\sin A_Q & \cos A_Q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

5. Определение элементов орбиты  $i, \Omega, T_Q$  по положению  $(x, y, z)$  и скорости  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  спутника в точке кульминации  $Q$ . Из интеграла площадей имеем два уравнения

$$xf - yg + z = 0, \quad \dot{x}f - \dot{y}g + \dot{z} = 0, \quad (30)$$

где

$$f = \operatorname{tg} i \sin \Omega, \quad g = \operatorname{tg} i \cos \Omega. \quad (31)$$

Решив систему (30) относительно  $f$  и  $g$ , находим

$$\operatorname{tg} \Omega = f/g, \quad \operatorname{tg} i = \pm \sqrt{f^2 + g^2}, \quad (32)$$

причем знак перед корнем выбираем в соответствии со знаком величины  $\dot{x}y - y\dot{x}$ .

Аргумент широты спутника  $u_Q$  в эпоху  $T_Q$  и момент прохождения спутника через восходящий узел  $T_Q$  вычисляем при помощи известных равенств

$$\operatorname{tg} u_Q = z \operatorname{cosec} i (x \cos \Omega + y \sin \Omega)^{-1}, \quad T_Q = T_Q - u_Q/n. \quad (33)$$

Остановимся на процессе итерации при определении момента  $T_Q$  и элементов  $a, i, \Omega$ . Нам требуется найти решение системы трансцендентных уравнений следующего вида:

$$a = \varphi_1(a, i) \quad \text{— уравнение (2),}$$

$$\left. \begin{aligned} i &= \varphi_2(a, A_Q, h_Q, T_Q) \\ \Omega &= \varphi_3(a, A_Q, h_Q, T_Q) \end{aligned} \right\} \text{— уравнения (32)—(21),}$$

$$T_Q = \varphi_4(a, i, \Omega, T_Q) \quad \text{— уравнения (3)—(20).}$$

Можно поступить, например, так: полагая  $T_Q^\circ = T_m, a_0 = R, i_0 = B$  и интерполируя на момент  $T_Q^\circ$  координаты  $A_Q^\circ, h_Q^\circ$ , выполняем первое приближение по формулам

$$\begin{aligned} a_1 &= \varphi_1(a_0, i_0); & i_1 &= \varphi_2(a_1, A_Q^\circ, h_Q^\circ, T_Q^\circ); & \Omega_1 &= \varphi_3(a_1, A_Q^\circ, h_Q^\circ, T_Q^\circ); \\ T_Q^1 &= \varphi_4(a_1, i_1, \Omega_1, T_Q^\circ). \end{aligned}$$

По найденному значению  $T_Q^1$  уточняем  $A_Q, h_Q$  и производим второе приближение по аналогичным формулам. Процесс приближений выполняем до тех пор, пока два последовательных значения  $T_Q$  не будут совпадать с заданной точностью.

Итак, получены все необходимые формулы для определения круговой орбиты из серии угловых измерений, выполненных на одной станции. Из рассмотрения этих формул следует, что точность вычисления элементов  $i, \Omega, T_Q$  практически не зависит от длины наблюдаемого участка орбиты и оказывается, примерно, того же порядка, что и точность измерений (1), при условии, что плотность наблюдений вблизи точек  $q, Q, p$  достаточна для уверенной интерполяции и что  $h_Q \gg h_0, w \ll n$ .

Экспериментальная проверка метода была произведена на модели с целью исключения ряда ошибок, не присущих данному способу. Для модели были заданы параметры «Земли» ( $fM, C_{20}, a_3, e_3, w, S_0$ ), положение «наблюдателя» на ней ( $B, L, H$ ) и элементы орбиты ( $a, i, \Omega, T_Q$ ) фиктивного «спутника» (табл. 1).

По указанным выше параметрам модели были рассчитаны на ЭВМ «Проминь» с необходимой точностью и плотностью координаты спутника ( $A_i, h_i, T_i$ ) вблизи точек  $q, Q, p$  и небесного экватора, т. е. получены как бы результаты наблюдений (табл. 2). Далее считались известными

Таблица 1

Параметры модели

Параметры „Земли“	Координаты „Наблюдателя“	Элементы „Орбиты“
$fM = 398\,603 \text{ км}^3/\text{сек}^2$	$B = 54,997$	$a = 7524,4 \text{ км}$
$C_{20} = -0,0010825$	$L = 5^h, 549$	$i = 81,47$
$a_3 = 6378,2 \text{ км}$	$H = 0,2 \text{ км}$	$\Omega = 286,70$
$e_3^2 = 0,0066945$		$T_Q = 16^h, 347$
$w = 72921 \cdot 10^{-3} \text{ рад/сек}$		
$S_0 = 22,^h 07200$		



## Результаты «наблюдений»

Наблюд. участок орбиты	$T$	$h$	$A$	Наблюд. участок орбиты	$T$	$h$	$A$
Небес- ный экватор	14, <sup>h</sup> 76447	21, <sup>°</sup> 1	125, <sup>°</sup> 8	$q$	16, <sup>h</sup> 55379	24, <sup>°</sup> 0	206, <sup>°</sup> 4
	537	21, 4	125, 3		492	24, 5	206, 5
	650	21, 7	124, 7		549	24, 8	206, 6
	755	21, 9	124, 1		677	25, 4	206, 8
	861	22, 2	123, 5		800	25, 9	207, 0
Небес- ный экватор	16, 56773	30, 6	208, 9	$Q$	16, 63080	72, 0	289, 0
	831	30, 9	209, 0		124	72, 0	290, 6
	897	31, 3	209, 2		167	71, 9	292, 3
	984	31, 7	209, 3		203	71, 9	293, 9
	16, 57107	32, 4	209, 6		239	71, 8	295, 2
			$p$	16, 70345	25, 7	6, 8	
				429	25, 4	6, 9	
				513	25, 0	7, 1	
				600	24, 6	7, 2	
				711	24, 2	7, 4	

Таблица 3

## Вычисленные элементы «орбиты»

№ итера- ции	$a$ , км	$i$	$\Omega$	$T_{\Omega}$	$T_Q$
0	6 378,2	54, <sup>°</sup> 997	—	—	16, <sup>h</sup> 63054
1	7 528,2	83, 61	290, <sup>°</sup> 18	16, <sup>h</sup> 349	16, 63163
2	7 524,4	81, 43	286, 88	16, 347	16, 63161
3	7 524,4	81, 48	286, 96	16, 347	16, 63161

только величины  $A_i$ ,  $h_i$ ,  $T_i$ ,  $B$ ,  $L$ ,  $H$ ,  $fM$ ,  $C_{20}$ ,  $a_{\Sigma}$ ,  $\omega$ ,  $S_0$  и определялись элементы орбиты  $a$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ,  $T_{\Omega}$  (табл. 3) при условии, что  $h_0 = 25^{\circ}, 00$ .

Сравнение определенной и заданной орбиты показывает хорошее совпадение элементов  $a$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ,  $T_{\Omega}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Жоңголович И. Д. Некоторые формулы, относящиеся к движению материальной точки в поле тяготения уравненного эллипсоида вращения. Бюлл. ИТА, т. VII, № 790, М.—Л., 1960.
2. Лозинский А. М. Метод определения большой оси орбиты искусственных спутников Земли из немногих наблюдений. Бюлл. ст. оптич. набл. ИСЗ, № 43, М., 1965.
3. Социлина А. С. О вычислении эфемерид искусственных спутников Земли. Бюлл. ИТА, т. VIII, 295, М.—Л., 1961.

Работа поступила  
5 мая 1968 года.