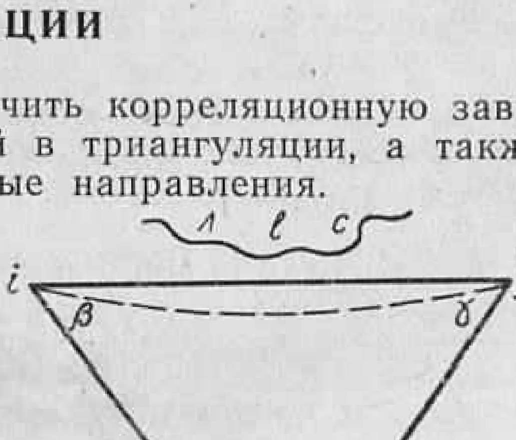
УДК 528.16

Ю. В. МОРКОТУН

О КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЯХ В ТРИАНГУЛЯЦИИ

В статье предпринята попытка изучить корреляционную зависимость взаимообратных направлений в триангуляции, а также углов, имеющих общие взаимообратные направления.

Значения взаимообратных направлений соседних пунктов триангуляции (на рисунке направления ij и ji, ik и ki, jk и kj) не будут статистически независимыми.



Треугольник триангуляции.

Корреляционная зависимость взаимообратных направлений обусловливается одинаковым воздействием аналогичной для них ситуации (см. рисунок). Причем ошибка за воздействие будет присутствовать во взаимообратных направлениях с разным знаком, что свидетельствует об отрицательной корреляционной зависимости.

В [1] разработаны правила моделирования сетей триангуляции 2 класса с введением случайных ошибок в направления именно с учетом однообразного воздействия общей ситуации для взаимообратных направлений. Правила эти научно обоснованы, исходя из данных астронаблюдений и двойных наблюдений в одной и той же сети. Используя эти правила, смоделировано 600 случайных ошибок δ, по 100 в направления ij и ji, ik и ki, jk и kj (см. рисунок).

Между векторами ошибок δ_{ij} и δ_{ji}, δ_{ki} и δ_{ik}, δ_{jk} и δ_{kj} вычислены корреляционные моменты и коэффициенты корреляции

$$K_{x,y} = \frac{\Sigma x \cdot y}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}, \qquad (1)$$

где $\bar{x}$, $\bar{y}$ — средние значения случайных величин, между которыми вычисляется корреляционный момент.

$$r_{x,y} = \frac{K_{x,y}}{m_x m_y}. \qquad (2)$$

Коэффициенты корреляции между случайными ошибками взаимообратных направлений оказались равными: $r_{ij,\,ji} \approx -0{,}27$, $r_{ik,\,ki} \approx$ $\approx -0{,}31$, $r_{jk,kj} \approx -0{,}30$. Критерий $|r| \geqslant t_q m_r$ показал, что с вероятностью не менее 0,99 корреляционную связь между взаимообратными направлениями можно считать установленной, где m_r — средняя квадратическая ошибка коэффициента корреляции, вычисляемая по (3).

$$m_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}; \quad n = 100; \quad m_{r ij,\,ji} \approx m_{r ik,\,ki} \approx m_{r jk,\,kj} \approx \pm 0{,}09. \qquad (3)$$

Таким образом можно говорить об отрицательной корреляционной зависимости взаимообратных направлений, которая характеризуется коэффициентом корреляции, приблизительно равным $-0{,}3$.

От корреляционной зависимости взаимообратных направлений можно перейти к корреляционной зависимости углов одного треугольника триангуляции (β и γ, γ и α, α и β) (см. рисунок):

$$\begin{cases} \beta = ik - ij, \\ \gamma = ji - jk; \end{cases} \quad \begin{cases} \beta = ik - ij, \\ \alpha = kj - ki; \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma = ji - jk, \\ \alpha = kj - ki. \end{cases} \qquad (4)$$

Коэффициенты корреляции $r_{\beta,\,\gamma}$, $r_{\beta,\,\alpha}$, $r_{\gamma,\,\alpha}$ можно определить из (4) с помощью теоремы [2]:

Если

$$y = a_1 x_1 + v; \qquad z = a_2 x_2 + u \qquad (5)$$

и коэффициент корреляции между x_1 и x_2 равен $r_{x_1,\,x_2}$, то

$$r_{y,z} = \frac{a_1 a_2 r_{x_1,\,x_2} m_{x_1} m_{x_2}}{m_y m_z}. \qquad (6)$$

В нашем случае всегда $a_1 \cdot a_2 = -1$, $m_y = m_z = m_н \sqrt{2} = m_\beta$, где m_β — средняя квадратическая ошибка измеренного угла; $m_н$ — средняя квадратическая ошибка измеренного направления. Поэтому (6) для нашего случая можно переписать

$$r_{x,y} = \frac{-r_{x_1,x_2}}{2}. \tag{7}$$

Используя (6) и коэффициенты корреляции взаимообратных направлений, получаем коэффициент корреляции измеренных углов одного треугольника триангуляции:

$$r_{\gamma,\beta} = -\frac{r_{ij,jl}}{2} \approx +0,14; \quad r_{\beta,\alpha} = -\frac{r_{lk,kl}}{2} \approx +0,15;$$

$$r_{\gamma,\alpha} = -\frac{r_{lk,kj}}{2} \approx +0,15.$$

Средним показателем корреляционной зависимости измеренных углов одного треугольника триангуляции является коэффициент корреляции, приблизительно равный $+0,15$.

Приведенные коэфициенты не означают, что все без исключения направления и углы треугольников находятся в корреляционной зависимости, характеризующейся такими показателями. Данные коэффициенты есть некоторые средние, наиболее вероятные показатели корреляционной зависимости взаимообратных направлений и измеренных углов треугольника триангуляции.

Некоторый предварительный анализ рельефа и ситуации в местах прохождения измеряемых направлений триангуляции покажет приблизительную тесноту корреляционной связи между значениями взаимообратных направлений. Так, в горных районах вследствие однообразного действия ситуации на взаимообратные направления коэффициент корреляции будет превышать значение $-0,30$, в равнинных районах с однообразной ситуацией будет стремиться к нулю.

1. *Гайдаев П. А.* Математическое моделирование геосети 2 класса. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1975, вып. 5, с. 5—12. 2. *Лукьянов В. Ф.* Расчеты точности инженерно-геодезических работ. — М.: Недра, 1981. — 380 с. 3. *Смирнов Н. В., Белугин Д. Н.* Теория вероятностей и математическая статистика в приложении к геодезии. — М.: Недра, 1969. — 379 с.

Статья поступила в редколлегию 15. 04. 85