

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ НИВЕЛИРНЫХ СЕТЕЙ

Кинематическими нивелирными сетями называют такие сети, для которых третья координата в системе прямоугольных координат является переменной. Подобная ситуация обусловлена процессами, вызванными различными природными и антропогенными факторами. Кинематические нивелирные сети учитывают пространственное изменение положений точек.

Кинематические нивелирные сети проектируются для выявления вертикальных движений земной коры, определения осадок зданий и сооружений и т. д. Особенность их по сравнению со статистическими сетями заключается в том, что в качестве неизвестных выступают не только высоты точек, но и их осадки или скорости осадок.

Уравнения поправок для кинематических нивелирных сетей имеют вид: для первого цикла

$$\varepsilon_i^{(1)} = \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + l_i^{(1)}; \quad i = \overline{1, n}; \quad (1)$$

для второго (или любого другого) цикла)

$$\varepsilon_i^{(2)} = \sum_{j=1}^m a'_{ij} x_j + \sum_{j=1}^m \Delta t_{ij} v_j + l_i^{(2)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где x_j — отметки точек (или поправки к ним); v_j — скорости осадок точек; $l_i^{(1)}, l_i^{(2)}$ — свободные члены уравнений поправок; a_{ij}, a'_{ij} — коэффициенты при неизвестных x_j , которые могут принять значения $+1, 0, -1$; Δt_{ij} — разность во времени между двумя циклами наблюдений.

В матричном виде уравнительную модель для двух циклов нивелирования кинематической сети представим в виде

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^{(1)} \\ \varepsilon^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^{(1)} \\ L^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Отметим, что матрицы A_1 и A_2 могут быть неодинаковыми из-за разного плана наблюдений в циклах.

Уравнивание кинематических нивелирных сетей и вычисление неизвестных обычно выполняют раздельно, т. е. в каждом цикле проводят уравнивание результатов измерений и получают отметки точек, а затем определяют осадки и скорости осадок точек по формулам

$$S_j = H_j^{(k)} - H_j^{(1)}; \quad (4) \quad v_j = S_j / \Delta t, \quad (5)$$

где S_j — абсолютная осадка точки с номером j ; $H_j^{(k)}$, $H_j^{(1)}$ — отметки точек в текущем и первом циклах; v_j — скорость осадки точки через определенный промежуток времени.

Корреляционную матрицу вектора осадок при таком порядке уравнивания получим по формуле

$$k_s = \sigma_0^2 (Q_x + Q_{x'}), \quad (6)$$

а корреляционную матрицу вектора скоростей осадок запишем

$$k_v = \frac{\sigma_0^2}{\Delta t^2} (Q_x + Q_{x'}), \quad (7)$$

где Q_x и $Q_{x'}$ — матрицы весовых коэффициентов отметок точек в циклах; σ_0^2 — дисперсия единицы веса.

Другой метод получения неизвестных основан на совместном уравнивании высот и скоростей осадок точек (или осадок точек) путем решения системы уравнений (3) по способу наименьших квадратов. Вектор неизвестных получим по формуле

$$\begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} = -N^{-1} \begin{bmatrix} A_1^T & A_2^T \\ 0 & B^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L^{(1)} \\ L^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где

$$N = \begin{bmatrix} A_1^T & A_2^T \\ 0 & B^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & B \end{bmatrix};$$

P_1 , P_2 — диагональные матрицы весов измеренных разностей высот в первом и втором циклах соответственно.

После перемножения матриц получим

$$N = \begin{bmatrix} (A_1^T P_1 A_1 + A_2^T P_2 A_2) & A_2^T P_2 B \\ B^T P_2 A_2 & B^T P_2 B \end{bmatrix}.$$

Путем обращения матрицы N имеем

$$Q_{\begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix}} = N^{-1} = \begin{bmatrix} Q_x & Q_{xv} \\ Q_{vx} & Q_v \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где Q_v — матрица весовых коэффициентов вектора скоростей осадок точек; Q_x — матрица вектора отметок.

Рассмотренные способы уравнивания предусматривают установление как вектора отметок определяемых точек, так и вектора

скоростей осадок (или осадок). Но поскольку главной задачей кинематических сетей является определение осадок точек или скоростей осадок, то представляет интерес такое уравнивание, при котором непосредственно получают только осадки или скорости осадок точек.

Согласно (3) имеем

$$\varepsilon^{(1)} = A_1 x + L^{(1)}; \quad (10) \quad \varepsilon^{(2)} = A_2 x + Bv + L^{(2)}. \quad (11)$$

Из (10) получаем

$$A_1 x = \varepsilon^{(1)} - L^{(1)}.$$

Если $A_1 = A_2$, то с учетом этого выражения матричное уравнение (11) запишем в виде

$$\varepsilon^{(2)} - \varepsilon^{(1)} = Bv + L^{(2)} - L^{(1)}, \quad (12)$$

или
$$\varepsilon^{(1,2)} = Bv + L^{(1,2)}, \quad (13)$$

где
$$\varepsilon^{(1,2)} = \varepsilon^{(2)} - \varepsilon^{(1)}; \quad L^{(1,2)} = L^{(2)} - L^{(1)}.$$

Веса уравнений (13), как веса разности двух независимых величин, получим по формуле

$$p_l^{(1,2)} = p_l^{(1)} p_l^{(2)} / (p_l^{(1)} + p_l^{(2)}). \quad (14)$$

Уравнения поправок (13) приводят к нормальным уравнениям

$$(B^T P B) v + B^T P L^{(1,2)} = 0. \quad (15)$$

$$v = - (B^T P B)^{-1} B^T P L^{(1,2)}; \quad (16) \quad k_v = \sigma_0^2 (B^T P B)^{-1}. \quad (17)$$

Таким образом, рассмотренный способ уравнивания дает возможность между любыми двумя циклами нивелирования непосредственно получить только вектор скоростей осадок точек (или осадок) и его корреляционную матрицу.

Аналогично задачу определения осадок решают и в [1].

Приведем небольшой производственный пример вычисления скоростей осадок точек 1 и 2 (см. рисунок) между двумя циклами нивелирования. Исходные данные (измеренные разности высот, м) приведены ниже:

Номер точки	09.06.1982	31.05.1983	Число станций n	Веса $p = c/n$
1				
2	-0,71367	-0,71845	1	1
3	-0,09085	-0,09316	2	0,5
3	+0,80419	+0,81187	3	0,33
1				

Так как время между двумя циклами нивелирования примерно равно одному году, то матричное уравнение (13) можно записать

$$\varepsilon^{(1,2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 4,78 \\ 2,31 \\ -7,68 \end{bmatrix}.$$

Веса, согласно (14), получим $p_1^{(1,2)} = 0,5$, $p_2^{(1,2)} = 0,25$, $p_3^{(1,2)} = 0,165$.
 Нормальное уравнение (15) имеет вид

$$\begin{bmatrix} 0,75 & -0,25 \\ -0,25 & 0,415 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1,81 \\ 1,84 \end{bmatrix} = 0.$$

Скорости осадок по формуле (16) составляют $v_1 = 4,87$ мм/год, $v_2 = 7,37$ мм/год.

Корреляционную матрицу вектора скоростей осадок имеем

$$k_v = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} 1,668 & 1,005 \\ 1,005 & 3,015 \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим теперь точность определения осадок. Отметим, что это вопрос большой важности, так как от правильного решения его зависит как геометрия сети, так и установление оптимальных пределов для точности нивелирования. При этом естественным желаемым вариантом является получение достоверных результатов при минимальных затратах времени или средств.

Для стандартных и типовых строительных конструкций, согласно СНиП III—2-75 [5], допускаемые ошибки определения осадок возводимых зданий и сооружений в зависимости от грунта должны быть порядка 1,2 или 5 мм, т. е. ошибки выражаются в абсолютных значениях. В некоторых работах (см., например, [8]) указывается, что ошибки определения осадок не должны превышать 10% самих осадок. Но поскольку осадки заранее нам неизвестны, трудно установить и точность наблюдений.

Приведенные допуски нельзя признать полностью приемлемыми во всех случаях наблюдений за осадками зданий и сооружений. Опыт показывает, что иногда незначительные, особенно неравномерные осадки фундаментов для оборудования и машин могут привести к их расстройству, в то время как значительные осадки не всегда опасны.

Поэтому для каждого объекта с учетом его эксплуатационных и конструктивных особенностей, специфики технологических процессов, происходящих внутри здания, и инженерно-геологического строения основания должна быть рассчитана точность определения осадок.

Точность должна быть задана или в виде полной критериальной матрицы для вектора осадок, или только диагональными ее элементами (дисперсиями). Критериальная матрица рассчитывается для фиксированной геометрии сети. В этом случае определяют весовую матрицу для измеряемых разностей высот. Но так как веса пропорциональны длинам ходов, то по полученной таким способом диагональной матрице весов можно рассчитать точность



Определение скоростей осадок.

нивелирования. Очевидно, что так как для данного проекта сети длины ходов фиксированы, $\mu_{км}$ (или $\mu_{ст}$) получают разными для каждого хода. Поскольку такая ситуация не встречается или редко встречается на практике, то этот путь задания точности определения осадок не вполне приемлем.

Таким образом, остается другой путь — задать точность определения осадок их дисперсиями. В этом случае, варьируя геометрией сети, можно получить осадки с рассчитанной точностью.

При решении данного вопроса будем исходить из предельных допустимых значений деформаций [6].

Согласно [7], если $S_{кр}$ — критическая для данного сооружения абсолютная осадка, то предельная ошибка ее определения Δ_s не должна превышать

$$\Delta_s = t m_s \leq S_{кр}/2. \quad (18)$$

Отсюда

$$m_s \leq S_{кр}/2t, \quad (19)$$

где m_s — средняя квадратическая ошибка осадки; t — нормированный коэффициент.

Для нормального распределения, если вероятность $p=0,95$, коэффициент $t=2$, а если $p=0,997$, коэффициент $t=3$ (для особо ответственных сооружений).

Опаснее равномерных являются неравномерные осадки, так как, чем больше разность осадок различных частей сооружений, тем большим напряжениям подвергаются несущие конструкции.

Известно, что неравномерные осадки вычисляют по формуле

$$\Delta S = S_A - S_B. \quad (20)$$

Среднюю квадратическую ошибку ΔS представим в виде

$$m_{\Delta S} = \mu \sqrt{Q_{\Delta S}}, \quad (21)$$

где μ — средняя квадратическая ошибка единицы веса, а

$$Q_{\Delta S} = f Q f^T; \quad (22)$$

f — вектор-строка; Q — матрица весовых коэффициентов осадок. Принимая, что,

$$m_s = \mu \sqrt{S p Q / n}, \quad (23) \quad m_s / m_{\Delta S} = \sqrt{S p Q} / \sqrt{n Q_{\Delta S}}. \quad (24)$$

$$\text{Отсюда} \quad m_s = m_{\Delta S} \sqrt{S p Q / n Q_{\Delta S}}. \quad (25)$$

Как в предыдущем случае, выразим $m_{\Delta S}$ через критическую неравномерную осадку $\Delta S_{кр}$:

$$m_{\Delta S} \leq \Delta S_{кр} / 2t. \quad (26)$$

С учетом (26) формулу (25) перепишем в виде

$$m_s \leq \frac{\Delta S_{кр}}{2t} \sqrt{\frac{S p Q}{n Q_{\Delta S}}}. \quad (27)$$

Принимая $Q_{\Delta S} \cong 2 \frac{S p Q}{n}$, получаем приближенную формулу

$$m_s \leq \Delta S_{кр} / 2t \sqrt{2}. \quad (28)$$

Формулы (19) и (27) или (28) можно принять исходными при расчетах точности нивелирования и проектирования кинематических сетей.

Математический аппарат планирования эксперимента позволяет получить максимум требуемой информации об объекте (процессе деформации сооружений) при минимальных затратах времени или средств. Таким образом, предварительный проект кинематической сети должен определить такую матрицу конфигурации сети, при которой

$$S p Q = \min. \quad (29)$$

Если геометрия предварительного проекта сети и рассчитанная точность наблюдений не удовлетворяют требуемой точности получения осадок всех точек или части их, то предстоит улучшить проект сети путем включения дополнительных связей в схему, увеличения точности измерения некоторых ходов и т. д.

Для решения этой задачи разработаны алгоритмы [2, 4].

Рассмотрим теперь, как периодичность наблюдений зависит от скорости осадок и точности измерений. Ранее отмечалось [7], что частоту измерений для строящихся зданий определяют по признаку роста нагрузки на основание. В период эксплуатации сооружения измерения продолжают 2—3 раза в год до стабилизации осадок, а для особо чувствительных к деформациям сооружений наблюдения выполняют и после стабилизации осадок с интервалом до 2—3 лет.

Как видим, в определении периодичности наблюдений имеется некоторая неопределенность. Так, в литературе нет сведений о периодичности в нестандартных случаях, для зданий и сооружений, которые в зависимости от особенности физико-механических свойств грунтов и под действием вибрации фундаментов, вызванной работой всевозможных машин, постоянно оседают.

Периодичность наблюдений, обусловленную скоростью осадок и точностью измерений, можно найти исходя из того, что осадка должна быть больше предельной ошибки определения осадки и меньше предельно допустимого (критического) ее значения (допуска), т. е.

$$S_{кр} > t (v_{\max} + \Delta_{v_{\max}}) > \Delta_s. \quad (30)$$

Отсюда

$$\frac{S_{кр}}{v_{\max} + \Delta_{v_{\max}}} > t > \frac{\Delta_s}{v_{\max} + \Delta_{v_{\max}}}, \quad (31)$$

где t — периодичность наблюдений (частота наблюдений); $S_{кр}$ — критическое значение абсолютной осадки (допуск); Δ_s — предельная ошибка определения осадки; v_{\max} — максимальная скорость осадок (например, мм в год); $\Delta_{v_{\max}}$ — предельная ошибка определения скорости осадок.

Для неравномерных осадок напомним

$$\Delta S_{\text{кр}} > t(v_{\text{max}} - v_{\text{min}}) > \Delta_{\Delta S}, \quad (32)$$

и

$$\frac{\Delta S_{\text{кр}}}{v_{\text{max}} - v_{\text{min}}} > t > \frac{\Delta_{\Delta S}}{v_{\text{max}} - v_{\text{min}}}, \quad (33)$$

где $\Delta S_{\text{кр}}$ — критическая неравномерная осадка (допуск); $\Delta_{\Delta S}$ — предельная ошибка определения разности осадок ($3m_{\Delta S} \geq \Delta_{\Delta S} \geq \geq 2m_{\Delta S}$); v_{min} — минимальная скорость осадок.

Выражения (31) и (33) имеют не только принципиальное значение при решении вопроса периодичности наблюдений за осадками инженерных сооружений. Нижний предел их ограждает от чересчур большого и ненужного числа повторения измерений. Но для получения полного спектра осадок от начала до конца процесса их консолидации необходимы дополнительные исследования по определению периодичности наблюдений, как, например, это показано в [3].

Научно обоснованная периодичность измерений позволяет не только предупредить аварийную ситуацию здания или сооружения, но и ведет к экономии государственных средств.

Список литературы: 1. Маркузе Ю. И., Пенев Пеньо Д., Костадинов Костадин Н. Определение деформаций инженерных сооружений по разностям наблюдений. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1983, № 6, с. 126—128. 2. Нейман Ю. М. Алгоритм проектирования геодезического построения на ЭВМ. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1966, № 6, с. 33—45. 3. Николаев С. А. Статистические исследования осадок инженерных сооружений. — М.: Недра, 1983. — 150 с. 4. Тамутис З. П. Оптимальные методы проектирования геодезических сетей. — М.: Недра, 1979. — 136 с. 5. СНиП III—2—75. Строительные нормы и правила. Геодезические работы в строительстве. — М.: Стройиздат, 1976. — 24 с. 6. СНиП II—15—74. Основания зданий и сооружений. Нормы проектирования. — М.: Стройиздат, 1975. — 40 с. 7. Справочное руководство по инженерно-геодезическим работам. — М.: Недра, 1980. — 782 с. 8. Kazakevičius S., Klimašauskas A., Kosčiauskas M. ir kt. Taikomoji geodezija. — Vilnius, Mokslas, 1979. — 328 p.

