

К. Р. ТРЕТЯК

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ В ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫХ СЕТЯХ ИНЖЕНЕРНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

В настоящее время в геодезической литературе рекомендуется широкое внедрение линейно-угловых сетей при создании планового обоснования специальных инженерных объектов, в частности при строительстве и наблюдении за деформациями крупных гидротехнических комплексов и уникальных сооружений.

Несомненно преимущество линейно-угловых построений перед обычной триангуляцией или трилатерацией. Оно заключается в возможности компенсации их недостатков, удешевлении стоимости сети и достижении большей гибкости в проектировании схемы измерений.

Однако в практике линейно-угловые сети применяются не очень широко. Основным препятствием внедрения является ряд нерешенных вопросов, связанных с их проектированием. В частности, возникают затруднения с предрасчетом точности таких построений. Известные формулы априорной оценки точности верны только для сетей из правильных геометрических фигур (треугольники, четырехугольники, центральные системы). В большинстве же случаев схемы измерений в высокоточных инженерных сетях имеют сложную геометрическую конфигурацию за счет избыточных измерений. Поэтому применение таких формул не всегда возможно.

Остается открытым вопрос отбора избыточных измерений с учетом их информативности и стоимости. Решение его позволит выполнить совместную оптимизацию линейно-угловых сетей в точностном и экономическом смысле.

В связи с этим нами разработана методика, позволяющая с помощью ЭВМ выполнять оптимальное экономико-точностное проектирование линейно-угловых сетей по известным критериям A -, D -, E -, I -, G -оптимизации.

Методика разработана на базе алгоритма оптимизации схем измерения в сетях трилатерации [2].

Оптимальное проектирование схемы измерений состоит в нахождении такой схемы для сети с жестко закрепленными пунктами и заданными средними квадратическими ошибками измерений, которая удовлетворяет минимальной стоимости и заданным условиям точности

$$f_i^T K f_i \leq a_i, \quad (1)$$

где f_i — весовые функции; K — ковариационная матрица; a_i — заданные точностные характеристики.

Первый шаг разработанного алгоритма состоит в вычислении ковариационной матрицы всех допустимых измерений

$$K_g = \mu (A^T P A)^{-1} \quad (2)$$

и проверке выполнения неравенств

$$f_i^T K_g f_i \leq a_i, \quad (3)$$

где μ — ошибка единицы веса, приравниваемая к средней квадратической ошибке измерения направления; A — матрица уравнений погрешностей всех допустимых измерений; P — весовая матрица.

При невыполнении неравенств заданная точность в сети не достигается. В ином случае оптимизация выполняется путем последовательного исключения малоэффективных измерений при условии

$$\frac{F(K_m) - F(K_{m-1})}{C_m} = \min; \quad (4) \quad f_i^T K_m f_i \leq a_i, \quad (5)$$

где K_m, K_{m-1} — ковариационная матрица до и после исключения очередного измерения; F — функция соответствующего критерия оптимизации; $A = \text{Sp}(K_m)$, $D = \det(K_m)$, $E = \lambda_{\max}(K_m)$, $I = \lambda_{\max}(K_m) / \lambda_{\min}(K_m)$, G — погрешности (длины стороны, направления, угла) в наиболее слабом месте сети, символами Sp , \det , λ_{\max} , $\lambda_{\max} / \lambda_{\min}$ обозначены след, детерминант, максимальное собственное число и число Тодда ковариационной матрицы; C_m — стоимость измерения.

Решение (4) на каждом этапе отбора выполняется перебором всех допустимых измерений. Измерения, удовлетворяющие условию (4), из группы возможных измерений исключаются. Если при отборе измерений обнаружено невыполнение условия (5), то эти измерения тоже исключаются из группы возможных измерений и

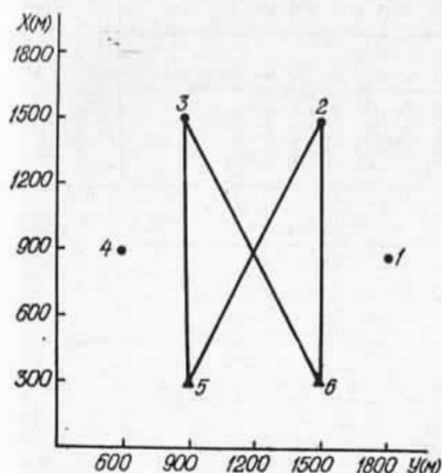


Рис. 1. Схема измерения линий в A -оптимальной модели линейно-угловой сети.

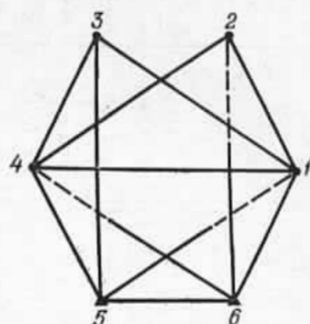


Рис. 2. Схема измерения направлений в A -оптимальной модели линейно-угловой сети.

переходят в группу необходимых для получения оптимальной модели.

Приведем пример оптимизации измерений на конкретной сети. Для сети из шести жестко закрепленных пунктов (рис. 1) требуется составить оптимальные модели измерений по $A, D, E, I, G(\max A_i = \min)$, $G(\max m_i \alpha = \min)$, $G(\max \frac{m_s}{S_i} = \min)$ критериям

оптимизации; где A_i — большая полуось максимального эллипса погрешностей, $m_i \alpha$ — максимальная погрешность направления, m_s / S_i — максимальная относительная погрешность длины линии. Средние квадратические ошибки измерения направлений и линий соответственно равны $m_\beta = 5''$ и $m_s = 1,0$ см. Направления будут измеряться с весом, равным 1, тогда вес измеренной линии будет m_β^2 / m_s^2 . Линии будут измеряться светодальномером ЕОК-2000, а углы — теодолитом Т-2 тремя приемами. Согласно [1], на измерение одной линии бригада затратит в среднем 30 мин. Для измерения углов [1] регламентируется расход времени бригадой на один пункт в зависимости от класса сети и категории трудности.

Характеристики оптимальных моделей

| Оптимальная модель | Наименование необходимых линий, направлений | $\max A$ (см) $\max m_\alpha$ $\max m_s/S$ Стоимость модели, руб. |
|-----------------------------|--|--|
| A | 2-5, 2-6, 3-5, 3-6 | 1,99 |
| | 5-4, 1-4, 4-1, 6-1, 5-1, 6-4, 2-4 2-1, 3-1, 3-4, 5-6, 6-5, 1-3, 4-2 4-3, 5-3, 1-6, 4-5, 1-2, 3-5, 6-2 | 5,5 1/28000 27,5 |
| D | 1-3, 1-6, 2-3, 2-4, 2-6, 3-4, 4-5 | 2,00 |
| | 5-6, 6-5, 1-5, 1-6, 2-6, 3-5, 4-1 4-2, 4-5, 4-6, 5-1, 5-3, 5-4, 6-1 6-2, 6-3, 2-4, 1-4, 3-2, 1-3, 3-4 | 4,6 1/57000 37,1 |
| E | 2-6, 3-5, 2-5, 3-6 | 2,00 |
| | 6-1, 1-4, 4-1, 5-4, 5-6, 2-4, 3-1 5-2, 5-3, 6-2, 6-3, 6-5, 2-1, 2-3 3-2, 3-4, 6-4, 5-1, 4-5, 1-6, 1-5, 4-6 | 5,7 1/27000 28,2 |
| I | 2-6, 3-5, 2-5, 3-6 | 2,00 |
| | 6-1, 1-4, 4-1, 5-4, 1-5, 3-4, 5-6, 6-4 6-5, 1-2, 1-3, 1-6, 2-1, 2-5, 2-6, 3-5 3-6, 4-2, 4-3, 4-5, 4-6, 5-1, 5-2, 6-3 | 5,1 1/28000 29,6 |
| G($\max A_i = \min$) | 2-5, 2-6, 3-5, 3-6 | 1,98 |
| | 6-1, 1-4, 4-1, 5-4, 2-1, 2-4, 3-1, 6-4 3-4, 5-1, 5-6, 6-5, 2-5, 3-6, 1-2, 4-6 5-2, 5-3, 6-2, 1-3, 1-5, 6-3 | 6,0 1/28000 28,2 |
| G($\max m_\alpha = \min$) | 1-2, 1-6, 3-6, 2-5, 3-5 | 2,00 |
| | 5-6, 6-5, 5-4, 6-1, 1-6, 3-2, 4-2, 5-2 1-3, 1-4, 5-3, 1-2, 6-3, 2-4, 6-4, 4-6 2-1, 3-4, 4-3, 4-5 | 5,0 1/31000 30,0 |
| G($\max m_s/S = \min$) | 2-3, 3-4, 3-6, 4-5, 1-2, 1-6 | 2,00 |
| | 5-6, 6-5, 1-5, 4-5, 5-3, 5-4, 6-1, 6-3 1-6, 5-1, 6-2, 1-2, 1-3, 1-4, 2-5, 3-4 3-5, 4-1, 4-2, 4-6, 5-2, 2-1, 2-3 | 4,9 1/67000 35,3 |

В нашем примере такой подход к подсчету расхода времени применить нельзя. Исходя из опыта наблюдений триангуляций, примем, что добавление одного направления на пункте увеличит время наблюдений в среднем на 15 мин. Исходя из [1] и учитывая расходы на содержание производственного персонала и нормы времени на производство обоих видов работ, определена стоимость измерения одной линии $C_{л}=3,20$ руб. и стоимость наблюдения

одного направления $C_n=0,70$ руб. Допустимые точностные параметры сети $A=2,0$ см, $m_{\alpha \text{ доп}}=6''$, $\frac{m_s}{S_{\text{доп}}} = 1/25\ 000$.

Результаты работы алгоритма приведены в табл. 1 и 2. Для поставленной задачи наиболее экономичной является модель, полученная по A -критерию оптимизации (рис. 1, 2). Близкие по экономичности к ней E -, I -, $G(\max A_i = \min)$ -модели.

Таблица 2

Элементы эллипсов погрешностей в оптимальных моделях

| Номер пункта | Критерий оптимизации | | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------------------------|----------|----------------|----------|----------|----------------|----------|----------|----------------|----------|----------|----------------|
| | A | | | D | | | E | | | I | | |
| | Элементы эллипсов погрешностей | | | | | | | | | | | |
| | A , см | B , см | θ° | A , см | B , см | θ° | A , см | B , см | θ° | A , см | B , см | θ° |
| 1 | 1,97 | 1,21 | 178 | 1,43 | 0,93 | 121 | 1,91 | 1,41 | 177 | 2,00 | 1,19 | 179 |
| 2 | 1,99 | 0,70 | 104 | 1,98 | 0,84 | 97 | 2,00 | 0,67 | 104 | 1,97 | 0,71 | 104 |
| 3 | 1,99 | 0,70 | 76 | 2,00 | 0,97 | 72 | 2,00 | 0,67 | 76 | 1,97 | 0,71 | 77 |
| 4 | 1,98 | 1,18 | 3 | 1,49 | 0,86 | 52 | 1,91 | 1,41 | 3 | 2,00 | 1,19 | 1 |

Продолжение табл. 2

| Номер пункта | Критерий оптимизации | | | | | | | | |
|--------------|--------------------------------|----------|-----------|----------------------|----------|----------------|--------------------------|----------|----------------|
| | $G(\max A_i = \min)$ | | | $G(\max m_i = \min)$ | | | $G(\max m_s/S_i = \min)$ | | |
| | Элементы эллипсов погрешностей | | | | | | | | |
| | A , см | B , см | θ' | A , см | B , см | θ° | A , см | B , см | θ° |
| 1 | 1,92 | 1,43 | 4 | 1,39 | 0,87 | 129 | 1,40 | 0,91 | 123 |
| 2 | 1,95 | 0,71 | 105 | 2,00 | 0,77 | 107 | 1,98 | 1,08 | 97 |
| 3 | 1,98 | 0,71 | 77 | 1,93 | 0,68 | 76 | 2,00 | 0,80 | 70 |
| 4 | 1,86 | 1,56 | 178 | 1,98 | 1,25 | 2 | 1,53 | 0,87 | 54 |

Менее эффективной получилась модель по D -критерию. Следует отметить, что неоднозначный набор измерений в разных моделях позволит более эффективно применять разработанный алгоритм для конкретных условий местности и рельефа.

Список литературы: 1. Единые нормы выработки (времени) на геодезические и топографические работы. — М.: Недра, 1982. — 231 с. 2. Третьяк К. Р. Оптимальное проектирование схем измерений в сетях трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1985, вып. 42, с. 79—85.