

А. В. ГОЖИИ

## ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ДЕТАЛЬНОЙ РАЗБИВКИ КРУГОВОЙ КРИВОЙ СПОСОБОМ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ

При детальной разбивке круговых кривых различными способами ее точность оценивают обычно по значению погрешностей тех разбивочных элементов, построение которых на местности лежит в основе применяемого способа разбивки. Так, о точности разбивки круговой кривой по прямоугольным координатам от тангенса судят по погрешностям отложения на местности прямоугольных координат точек кривой.

Однако такой путь оценки точности детальной разбивки круговой кривой представляется недостаточно надежным, поскольку отмеченные погрешности разбивочных элементов могут служить характеристикой точности определения планового положения точек кривой лишь по отношению к начальной или предшествующей точкам разбивки, а не по отношению к самой круговой кривой заданного радиуса. Чтобы оценить, насколько отклоняются отдельные точки построенной кривой от действительной кривой выбранного радиуса, необходимо определить погрешности радиуса кривой в этих точках.

Если при выносе на местность точки  $n$  (рисунок) по ее прямоугольным координатам  $x$  и  $y$  отложение последних будет выполнено с погрешностями  $\delta x$  и  $\delta y$ , то вместо действительного положения точки  $n$  мы определим положение другой точки  $n'$ ,

координаты которой  $x' = x + \delta x$  и  $y' = y + \delta y$ . Такому смещению точки  $n$ , естественно, будет соответствовать изменение радиуса  $R$  кривой на величину  $\delta R$  и изменение интервала расположения точек вдоль кривой на величину  $\delta k$ . Собственно погрешность  $\delta R$  построения радиуса и является наиболее подходящим критерием, на основе которого можно объективно оценить качество построения круговой кривой. Что же касается погрешности  $\delta k$ , свидетельствующей о степени нарушения равномерного расположения точек вдоль кривой, то при оценке точности разбивки кривой она играет второстепенную роль.

Чтобы определить характер взаимосвязи между  $\delta R$ ,  $\delta x$  и  $\delta y$ , обратимся к рисунку, где  $HK$  — начало кривой;  $\beta$  — центральный угол, соответствующий дуге  $HKn$ ;  $\gamma$  — угол в точке  $n$  между направлениями на точку  $n'$  и на центр кривой  $O$ ;  $\theta$  — угол в точке  $n'$  между направлениями на точку  $n$  и на центр кривой  $O$ ;  $\delta\beta$  — изменение угла  $\beta$ , вызванное погрешностями  $\delta x$  и  $\delta y$  отложения координат  $x$  и  $y$  точки  $n$ ;  $r$  — угол между направлениями оси  $X$  и отрезка  $L$ , соединяющего точки  $n$  и  $n'$ .

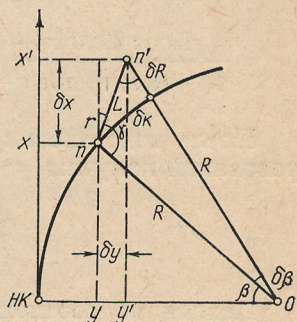


Схема выноса точки кривой способом прямоугольных координат.

Из решения по теореме синусов треугольника  $Onn'$ , в котором  $\theta = 90^\circ - [(\beta - r) + \delta\beta]$ , а  $\gamma = 90^\circ + (\beta - r)$ , следует, что:

$$\frac{R + \delta R}{\cos(\beta - r)} = \frac{L}{\sin \delta\beta} \quad (1) \quad \text{и} \quad \frac{\sin \delta\beta}{L} = \frac{\cos[(\beta - r) + \delta\beta]}{R} \quad (2)$$

Путем простых преобразований равенства (1) с учетом малости угла  $\delta\beta$  (даже при  $R = 100$  м и  $\delta k = 10$  см  $\delta\beta \approx 3,5'$ ) легко получить следующую формулу для определения  $\delta R$ :

$$\delta R = \frac{\rho}{\delta\beta} (L \cos \beta \cos r + L \sin \beta \sin r) - R, \quad (3)$$

где  $\rho$  — коэффициент перехода от градусной к радианной мере углов. Поскольку

$$L \cos r = \delta x; \quad L \sin r = \delta y, \quad (4) \quad \text{а} \quad R \cos \beta = R - y; \quad R \sin \beta = x, \quad (5)$$

то далее соотношение (3) можно привести к такому виду:

$$\delta R = \frac{\rho}{\delta\beta \cdot R} [(R - y) \delta x + x \delta y] - R. \quad (6)$$

Для того чтобы установить окончательный вид зависимости между  $\delta R$  и  $\delta x$  и  $\delta y$ , необходимо выразить  $\delta\beta$  через  $\delta x$ ,  $\delta y$  и



другие известные параметры. Для этого преобразуем равенство (2), учитывая соотношения (4), (5) и малость угла  $\delta\beta$ :

$$R \sin \delta\beta = L \cos(\beta - r) \cos \delta\beta - L \sin(\beta - r) \sin \delta\beta; \quad (7)$$

$$R \frac{\delta\beta}{\rho} = L \cos(\beta - r) - L \sin(\beta - r) \frac{\delta\beta}{\rho}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta\beta}{\rho} &= \frac{L \cos(\beta - r)}{R + L \sin(\beta - r)} = \\ &= \frac{L \cos \beta \cos r + L \sin \beta \sin r}{R + L \sin \beta \cos r - L \cos \beta \sin r} = \frac{(R - y) \delta x + x \delta y}{R^2 + x \delta x - (R - y) dy}. \end{aligned} \quad (9)$$

После подстановки равенства (9) в (6) и некоторых преобразований получим

$$\delta R = \frac{x}{R} \delta x - \frac{R - y}{R} \delta y. \quad (10)$$

Исходя из соотношения (10), соответствующую формулу для вычисления средней квадратической погрешности  $m_R$  построения радиуса  $R$  кривой в точке с координатами  $x$  и  $y$  можно представить в таком виде:

$$m_R^2 = \frac{x^2}{R^2} m_x^2 + \frac{(R - y)^2}{R^2} m_y^2, \quad (11)$$

где  $m_x$  и  $m_y$  — средние квадратические погрешности отложения на местности координат  $x$  и  $y$  соответственно. В каждом конкретном случае погрешности  $m_x$  и  $m_y$  следует рассчитывать по известным формулам с учетом применяемых способов построения линий и углов, закрепления точек, точности применяемых инструментов и т. п. [1, 2].

Формулу (11) можно использовать как для оценки точности построения круговой кривой радиуса  $R$ , имея конкретные значения  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $x$  и  $y$ , так и для предрасчета требуемой точности линейных и угловых построений на местности по заданным значениям  $m_R$ ,  $x$  и  $y$ .

Как было отмечено, погрешности, искажающие лишь равенства интервалов детальной разбивки кривой, имеют второстепенное значение для оценки качества построения кривой. Однако для полноты освещения рассматриваемого вопроса мы также приведем здесь формулы для вычисления и этих погрешностей.

Чтобы установить зависимость между погрешностями  $\delta k$ ,  $\delta x$ ,  $\delta y$ , координатами  $x$  и  $y$  и радиусом кривой  $R$ , необходимо учесть, что

$$\delta k = \frac{\delta\beta}{\rho} \cdot R, \quad (12)$$

■ принять во внимание (9). В итоге будем иметь

$$\delta k = \frac{R(R-y)\delta x + Rx\delta y}{R^2 + x\delta x - (R-y)\delta y}. \quad (13)$$

На основе зависимости (13) можно записать следующую формулу для вычисления средней квадратической погрешности  $m_k$  равномерности интервала разбивки:

$$m_k^2 = \frac{(R-y)^2 m_x^2 + x^2 m_y^2}{R^2 + \frac{x^2}{R^2} m_x^2 + \frac{(R-y)^2}{R^2} m_y^2} = \frac{(R-y)^2 m_x^2 + x^2 m_y^2}{R^2 + m_R^2}. \quad (14)$$

Поскольку в знаменателе формулы (14) величина  $m_R^2$  весьма мала по сравнению с  $R^2$  (в подавляющем большинстве случаев), то ею можно пренебречь и тем самым привести формулу к более простому виду

$$m_k^2 = \frac{(R-y)^2}{R^2} m_x^2 + \frac{x^2}{R^2} m_y^2. \quad (15)$$

Список литературы: 1. Лютц А. Ф. Разбивка крупных сооружений. — М.: Недра, 1969. 2. Чеботарев А. С. Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей. — М.: Геодиздат, 1958.

Работа поступила в редколлегию 1 марта 1979 года. Рекомендована кафедрой геодезии Полтавского инженерно-строительного института.