

зических построений способом условий и учет ошибок зависимых исходных данных. Владивосток, 1975. С. 8. Рукопись деп. ВИНТИ № 3707-75 деп. 3. Герасименко М. Д. Многогрупповой коррелятивный способ для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогосъемка. 1977. № 5. С. 57—60. 4. Герасименко М. Д., Шарогазова Г. А. Определение современных движений земной коры из повторных измерений // Геодезия и картография. 1985. № 7. С. 25—29. 5. Гордеев Ю. А. О применении принципа наименьших квадратов при уравнивании зависимых результатов измерений // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогосъемка. 1960. № 2. С. 19—40. 6. Маркузе Ю. И. Взаимосвязь процедур уравнивания свободных и несвободных геодезических сетей // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогосъемка. 1984. № 3. С. 3—14. 7. Маркузе Ю. И. Способы формирования исходной матрицы при рекуррентном уравнивании // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогосъемка. 1985. № 5. С. 18—27. 8. Маркузе Ю. И., Уравианин Ю. И., Ходяк Н. С. Два способа получения псевдообратной матрицы при уравнивании свободных геодезических сетей с применением рекуррентной формулы // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогосъемка. 1985. № 1. С. 14—23. 10. Нейман Ю. М. Алгоритм проектирования геодезических построений на ЭВМ // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогосъемка. 1966. № 6. С. 33—45. 11. Тамбулис З. П. Оптимальные методы проектирования геодезических сетей. М., 1979.

Статья поступила в редакцию 12.03.86

УДК 528.482

Ю. П. ДЕЙНЕКА, Н. Ф. ШАПИРО

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ ПЛОТИНЫ ДОБРОТВОРСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

С 1984 г. возобновлены геодезические наблюдения за состоянием водосливной плотины Добротворского водохранилища во Львовской области. Это было вызвано тем, что со стороны верхнего бьефа водохранилища в бетонной обшивке плотины раскрылись температурно-осадочные швы, а между первым и вторым блоками произошел скол части бетона.

За полгода до начала наблюдений в районе плотины создано плано-высотное геодезическое обоснование (см. рисунок), единое для наблюдений за горизонтальными смещениями и осадками марок в теле плотины [2, 5].

В каждом бетонном блоке плотины заложены контрольные марки 1, 2, ..., 8. Горизонтальные смещения которых определяли створным методом. Первый створ задавали с помощью теодолита OT-02 визирующим с п. Ia на п. I, а второй — визирующим с п. II а на п. II. На продолжении первого створа наблюдались отклонения марок 1, ..., 4, а на продолжении второго — марок 5, ..., 8. Такая схема створных измерений была выбрана потому, что задать единый створ по всей плотине между пунктами I и II не было возможности из-за отсутствия прямой видимости между этими пунктами. При этом предусматривалось принудительное центрирование на пунктах Ia и IIа теодолита OT-02, а на марках 1, 2, ..., 8 специально сконструированной неподвижной марки, от-

считывание по которой производилось с точностью 0,5 мм. Наконец, методика работ учитывала [2] возможные смещения пунктов, задающих створы Ia—I и IIа—II. Для этого перед каждым циклом створных измерений плано-высотное положение этих пунктов определяли путем измерения всех углов и линий в треугольниках, включающих соответственно опорные III, IV и V, VI, а также створные IIа, II и Ia, I пункты (см. рисунок).

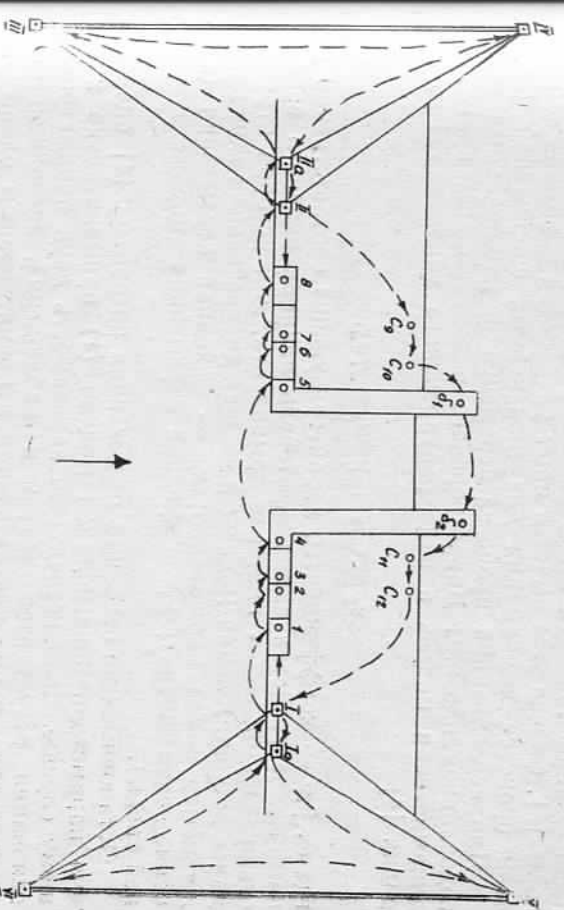


Схема плано-высотного обоснования в районе плотины водохранилища:
III — VI — опорные пункты обоснования, I, Ia и II, IIа — створные пункты,
1, 2, ..., 8 — контрольные марки, с₁, ..., с₈, в₁, в₂ — осадочные марки.

При определении осадок водосливной плотины периодически наблюдались высотное положение марок 1, 2, ..., 8, заложённых в бетонной части плотины со стороны верхнего бьефа, марок в₁ и в₂, заложённых на крайних бетонных быках плотины со стороны нижнего бьефа, а также марок с₁, ..., с₁₂, заложённых в качестве осадочных марок использовано 14 точек, которые в каждом цикле наблюдений включали в исходную нивелирную сеть, состоящую из пяти полигонов (см. рисунок), причем за начало условной системы принимали пункт IV. Измерение превышений между всеми точками сети выполняли высокоточным геометрическим нивелированием короткими лучами по программе II класса [2].

Результаты геодезических наблюдений о перемещениях точек сооружения наиболее полно и точно характеризуют взаимодействия вне его с основанием и внешней средой. Степень влияния различных факторов на перемещения можно определить с помощью корреляционно-регрессионных моделей [1], которые, однако, не

учитывают инерционное запаздывание реакции сооружения на воздействующие факторы. Более объективно анализировать процесс перемещения наблюдаемых точек позволяют динамические модели, которые лишены отмеченного выше недостатка и поэтому представляют более высокий уровень исследования зависимости состояния наблюдаемого объекта от параметров внешней среды. Впервые в геодезии теория динамических систем применена к исследованию точности измерений современных движений земной коры [6]. Сейчас уже имеется опыт разработки динамической модели процесса деформации для инженерных сооружений [3].

Для исследования процесса перемещения наблюдаемых точек водосливной плотины Доброворского водохранилища применена динамическая модель в виде рекуррентного уравнения 1-го порядка [4]

$$x_k = \varphi x_{k-1} + \mu \xi_k + \gamma \omega_k \quad (1)$$

где φ, γ, μ — коэффициенты, характеризующие соответственно динамические свойства системы, степень влияния входного воздействия и шума; ω_k — шумовая компонента, для которой строится далее дополнительная модель; k — шаг дискретизации модели, он же номер цикла наблюдений; x_k — выходная переменная (значение перемещения); $\mu \xi_k$ — входная переменная (параметр внешней среды).

Остановимся на основных положенных алгоритма [4] оценивания параметров динамической модели (1) применительно к нашему случаю. Если исследуется зависимость двух параметров на основании результатов натурных наблюдений, выполненных в течение года, и шаг дискретизации k принят равным одному месяцу, то в модели (1) следует выделить составляющую x_0 , отражающую среднегодовое влияние входного воздействия. Оценка x_0 выражается формулой

$$\hat{x}_0 = \hat{x} (1 - \varphi) - \hat{\beta} \mu, \quad (2)$$

где $\hat{x}, \hat{\mu}$ — средние величины входа и выхода; $\hat{\varphi}, \hat{\beta}$ — оценки параметров, определяемые по централизованным значениям $\hat{x}_k = x_k - \hat{x}$ и $\hat{\mu}_k = \mu_k - \hat{\mu}$ за весь период наблюдений.

Для определения порядка модели авторегрессии вычисляются [4] асимптотически несмещенные оценки корреляционной функции. В зависимости от вида корреляционной шумовой компоненты ω_k имеет вид одного из двух приведенных ниже выражений:

$$\omega_k = \rho \omega_{k-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_k \quad (3)$$

или

$$\omega_k = \lambda \omega_{k-1} + \mu (\omega_{k-2} + \xi_k) \quad (4)$$

где ρ, λ, μ — оцениваемые параметры; ξ_k — белый шум с дисперсией $D_\xi = 1$.

Если шумовая компонента представляет собой некоррелированный процесс, т. е. белый шум, то ее исследование не имеет смысла.

Оценки $\hat{\rho}, \hat{\lambda}, \hat{\mu}$ параметров ρ, λ, μ , как и оценка $\hat{\gamma}$ коэффициента γ из (1), находятся [4] по асимптотически несмещенным характеристикам корреляционной функции.

После выполнения оценки параметров получим модель процесса перемещения, которая будет зависеть от выражения шумовой компоненты. Условное математическое ожидание от уравнения (1) является прогнозной моделью:

$$\hat{x}_{N+1/N} = \hat{\varphi} \hat{x}_{N+1-1/N} + \hat{\beta} \hat{\mu}_{N+1/N} + \hat{x}_0 + \hat{\gamma} \hat{\omega}_{N+1-1/N}, \quad (5)$$

при этом $\hat{x}_{N/N} = x_N$,

где N — последний цикл основания прогноза; i — цикл, по которому составляется прогноз ($i = 1, 2, \dots$).

Для шумовой компоненты в первом случае

$$\hat{\omega}_{N+1/N} = \hat{\rho} \hat{\omega}_{N+1-1/N}, \quad (6)$$

а во втором —

$$\hat{\omega}_{N+1/N} = \hat{\lambda} \hat{\omega}_{N+1-1/N} + \hat{\mu} \hat{\omega}_{N+1-2/N}. \quad (7)$$

Вычисления по формулам (5) — (7) выполняем последовательно по шаг за шагом, начиная с последних значений перемещения и остаточных ошибок на периоде основания прогноза.

В наших исследованиях в качестве входного воздействия выбран уровень воды и его изменения за 1985 г., т. е. периодом основания прогноза служил 1985 г. По среднемесячным значениям уровня N_k воды и горизонтальных поперечных смещений x_k рассчитаны прогнозные модели для контрольных марок. На основании графиков результатов измерений x и N период инерционного запаздывания реакции плотины при воздействии на нее изменения уровня воды принят продолжительностью в один месяц.

Прогнозная модель для марки 1 имеет вид

$$\hat{x}_{N+1/N} = 0,7907 \hat{x}_{N+1-1/N} - 0,0180 N_{N+1-1/N} + 6,9908 + 0,3459 \hat{\omega}_{N+1-1/N},$$

$$\hat{\omega}_{N+1/N} = 1,0612 \hat{\omega}_{N+1-1/N} - 0,4213 \hat{\omega}_{N+1-2/N}.$$

В табл. 1 приведены значения коэффициентов прогнозных моделей для контрольных марок.

В табл. 2 приведены значения коэффициентов прогнозных моделей для осадочных марок, полученные на основании анализа зависимости величин осадок N_k этих марок от изменения уровня N_k воды в водохранилище.

В табл. 1 и 2 не приведены прогнозные модели марок, для которых исследование влияния входного воздействия N на их перемещения x или h показало, что эти зависимости нельзя описать линейным уравнением (1).

Таблица 1
Значения коэффициентов и оценка точности прогнозных моделей
зависимости x от N для наблюдаемых марок

Марки	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\delta}$	$\hat{\epsilon}$	$\hat{\zeta}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\kappa}$	Δ_{\max} мм	$2m$, мм
1	0,7907	-0,0180	0,3459	1,0612	-0,4213	6,9908	-0,71	1,12			
3	0,4904	0,1446	0,5551	0,3782	-0,3963	29,2498	-0,57	1,54			
5	0,4747	0,0558	1,3787	0,4242	-0,3010	4,9410	1,69	3,14			
6	0,6116	0,1372	0,8962	0,6109	-0,3596	1,4502	0,33	2,44			
7	0,5307	0,0902				0,7064	0,85	2,38			
8	0,5638	0,0789	1,0065	0,29046	0,0264	-19,6686	0,43	2,16			

Таблица 2
Значения коэффициентов и оценка точности прогнозных моделей
зависимости h от N для наблюдаемых марок

Марки	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\delta}$	$\hat{\epsilon}$	$\hat{\zeta}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\kappa}$	Δ_{\max} мм	$2m$, мм
1	0,8117	0,0409	0,2387	0,5105	-0,2199	1,6701	-0,60	0,64			
2	0,8117	0,0409	0,2387	0,5105	-0,2199	3,0374	-0,54	0,64			
3	0,9110	0,0252	0,2289			1,2577	0,32	0,54			
4	0,9110	0,0252	0,2289			0,0117	0,74	0,54			
5	0,3221	0,0600	0,2834	0,9157	-0,3622	2,2522	1,18	0,92			
6	0,7806	0,0390	0,2235	0,6852	-0,3267	2,9569	0,85	0,70			
7	0,2498	0,0786	0,6492	-0,2267	0,0452	58,3040	0,66	1,70			
8	0,8005	0,0539	0,2612	0,4703	-0,3585	5,4852	0,38	0,88			
δ_1	0,8864	0,0087	0,2756	0,5835	-0,0499	0,9513	-0,59	1,18			
C_9	0,9266	0,0088	0,4771	0,9222	-0,2935	5,4106	0,32	1,74			
C_{10}	0,8781	0,0563	0,3624	0,9227	-0,3996	2,2866	0,79	1,62			
C_{11}	0,9353	0,0233	0,2608	0,8230	-0,3696	3,5831	-0,25	0,88			
C_{12}	0,9416	0,0364	0,2533	0,9792	-0,4650	1,9137	0,48	1,02			

В прогнозных моделях зависимости h от N для марок 3 и 4 закономерность изменения процесса шумовой компоненты ω_k выражается уравнением (6), в остальных случаях — уравнением (7), за исключением прогнозной модели зависимости x от N для марки 7, шумовая компонента которой представляется белой шумом. Качество полученных прогнозных моделей оценено путем контрольного прогнозирования на 1986 г. по трем циклам наблюдений. Рассчитанные по прогнозным моделям значения x_k и h_k сопоставлены с измеренными значениями. Результаты оценки качества прогнозных моделей представлены в двух последних графах табл. 1 и 2. В предпоследней графе приведены максимальные разности Δ_{\max} наблюдаемых и расчетных значений x_k и h_k , а последней — удвоенная средняя квадратическая ошибка m прогнозной модели, найденная по результатам наблюдений 1985 г. Величины, приведенные в последней графе табл. 1 и 2, говорят о том, что зависимости h от N лучше описываются уравнением (1), чем зависимости x от N . Результаты контроля прогнозирований показывают, что в случае зависимости x от N максимальные ошибки прогноза для марок 3, 6, 7 и 8 не превышают

значений m , а для марок 1 и 5 не выходят за пределы $2m$; в случае зависимости h от N максимальные ошибки прогноза для марок 7, 8, δ_1 , C_9 , C_{10} , C_{11} и C_{12} не превышают значений m , за пределы $2m$ не выходят ошибки для марок 1, 2, 3 и за пределы $3m$ — для марок 4, 5 и 6.

Таким образом, результаты оценки качества полученных нами прогнозных моделей указывают на надежность этих моделей, что дает основание использовать их как для предвычисления ожидаемых горизонтальных поперечных смещений и осадок марок, заложённых в теле водосливной плотины, в зависимости от изменения уровня воды в водохранилище, так и для определения критериев нормальной работы плотины при данном ее состоянии.

1. *Большаков В. Д., Маркузе Ю. И.* Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. М., 1984. 2. *Бридж П. И.* Геодезические методы измерения деформаций оснований и сооружений. М., 1965. 3. *Гудес Ю. П.* Прогнозирование деформаций инженерных сооружений по геодезическим данным на основании теории динамических систем // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогеодезия. 1981. № 5. С. 64—69. 4. *Гудес Ю. П.* Алгоритм оценивания параметров динамической модели и прогнозирования процесса перемещений наблюдаемых точек сооружений // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогеодезия. 1984. № 3. С. 26—32. 5. Методические рекомендации к составлению проекта размещения контрольно-измерительной аппаратуры в бетонных гидротехнических сооружениях (П14—70). Л., 1972. 6. *Лаврушин В. К.* Моделирование и исследование точности систем геодезических наблюдений современных движений земной коры // Современные движения земной коры. Тарту, 1973. № 5. С. 364—370.

Статья поступила в редакцию 14.04.86

УДК 528.35

В. Е. ДЕМЕНТЬЕВ

ОЦЕНКА ОШИБОК, ВЫЗЫВАЕМЫХ ДИСКРЕТНОСТЬЮ ИЗМЕРЕНИЙ

В последние годы в геодезических работах все чаще начинают применяться автоматические приборы.

С помощью этих приборов измерения выполняются, как правило, в дискретные моменты времени. Если наблюдаемая величина цель движется, а траектория движения изменяется нелинейно, то кроме погрешностей измерений имеют место и погрешности, вызванные дискретностью воспроизведения закона изменения траектории. Назовем их погрешностями за дискретность измерений. Эти погрешности зависят от частоты измерений, скорости и закона движения объекта. В свою очередь, частота измерений обусловлена частотой сканирования, быстротой действия фотоприемных устройств, инерционностью механических узлов приборов и т. д. Из-за дискретности измерений возникают погрешности аппроксимации функции, характеризующей траекторию движения наблюдаемого объекта.