УДК 528.281

А. В. ГОЖИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ШИРОТЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ПАРЫ ЗВЕЗД НА ОДНОМ ЧАСОВОМ КРУГЕ

В настоящее время число как точных, так и приближенных способов астрономических определений настолько велико, что вопрос определения географических широт, долгот и азимутов на первый взгляд может показаться почти решенным, а изыскание новых вариантов способов астрономических определений нецелесообразным. Однако это не совсем так. В низких и средних широтах действительно практически не существует трудностей при выборе способов астрономических определений. В этих широтах всегда можно подобрать достаточное число способов, позволяющих при наличии соответствующих инструментов получить широту, долготу и азимут с необходимой точностью.

По-иному обстоит дело в высоких широтах. Большинство способов астрономических определений, дающих прекрасные результаты в низких и средних широтах, не пригодны для использования в высоких широтах. Одни способы не пригодны вследствие уменьшения их точности с увеличением широты, а другие — из-за невозможности составить подходящую программу наблюдений в условиях незаходящего Солнца или полярных сумерек. Так что в настоящее время вопрос об астрономических определениях в высоких широтах еще нельзя считать окончательно решенным.

При изыскании новых способов астрономических определений в высоких широтах важно, чтобы, во-первых, такие способы теоретически были выгодны для высоких широт, и, во-вторых, чтобы программа наблюдений способа могла быть составлена из небольшого числа ярких звезд, более или менее равномерно распределенных по всем часам суток.

Изложенный ниже способ определения географической широты по наблюдениям двух звезд на одном часовом круге не лишен этих качеств. Данный способ относится к группе способов астрономических определений, основанных на наблюдениях двух или нескольких звезд на одном часовом круге [1, 3, 5, 6, 7]. Основная идея таких наблюдений состоит в выполнении условия

$$(\alpha_2 - \alpha_1) - (T_2 - T_1) = 0, \tag{1}$$

если наблюдаемые звезды расположены по одну сторону от полюса, или

$$[\alpha_2 - (\alpha_1 \pm 12^h)] - [T_2 - T_1] = 0, \tag{2}$$

если звезды расположены по разные стороны от полюса. В формулах (1) и (2) α_1, α_2 — прямые восхождения, а T_1, T_2 — моменты наблюдения первой и второй звезд.

Как способы астрономических определений, изложенные в [1, 3, 5, 6] и основанные на измерении зенитных расстояний (или высот) двух звезд на одном часовом круге, так и способ одновременного определения широты, долготы и азимута по наблюдениям трех звезд на одном часовом круге [7] пригоден для приближенных определений только в низких и средних широтах. В отличие от них, при разработке данного способа мы предусматривали, чтобы: 1) точность определения широты этим способом возрастала с увеличением широты; 2) в основную формулу способа входили не зенитные расстояния z_1 и z_2 или азимуты A_1 и A_2 наблюдаемых звезд, а разности $\Delta z = z_2 - z_1$ и $\Delta A = A_2 - A_1$.

Основную рабочую формулу предлагаемого способа можно получить из совместного решения сферических треугольников $\sigma_1 Z \sigma_2$, $PZ\sigma_1$ и $PZ\sigma_2$ (рисунок).

На рисунке P — полюс мира, Z — зенит, φ — географическая широта, ΔA — горизонтальный угол (разность азимутов) между наблюдаемыми звездами σ_1 и σ_2, а z, q, t, δ — зенитные расстояния, параллактические углы, часовые углы и склонения звезд.

Из сферического треугольника $PZ\sigma_1$ можно найти

$$\cos\varphi = \sin q_1 \frac{\sin z_1}{\sin t_1}, \tag{3}$$

а из сферического треугольника $\sigma_1 Z \sigma_2$

$$\sin q_1 = \sin z_2 \frac{\sin \Delta A}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}. \tag{4}$$

Подставив выражение (4) в (3), получаем

$$\cos\varphi = \sin z_1 \sin z_2 \frac{\sin \Delta A}{\sin(\delta_1 + \delta_2)\sin t_1}. \tag{5}$$

Чтобы перейти от z_1 и z_2 к их разности Δz, следует определить выражения для $\sin z_1 \sin z_2$ и $\cos z_1 \cos z_2$ как функций величин φ, t, δ_1, δ_2 и ΔA и взять их сумму. Выражение для $\sin z_1 \sin z_2$ легко находится из (5)

$$\sin z_1 \sin z_2 = \frac{\cos\varphi \sin t_1 \sin(\delta_1 + \delta_2)}{\sin \Delta A}. \tag{6}$$

Для определения $\cos z_1 \cos z_2$ запишем формулу косинуса стороны $\sigma_1 P \sigma_2$ треугольника $\sigma_1 Z \sigma_2$:

$$-\cos(\delta_1 + \delta_2) = \cos z_1 \cos z_2 + \sin z_1 \sin z_2 \cos \Delta A, \tag{7}$$

из которой с учетом (6) находим

$$\cos z_1 \cos z_2 = -\cos(\delta_1 + \delta_2) - \cos\varphi \sin t_1 \sin(\delta_1 + \delta_2) \operatorname{ctg} \Delta A. \tag{8}$$

Взяв сумму выражений (6) и (8), получаем

$$\cos \Delta z = \sin(\delta_1 + \delta_2)[-\operatorname{ctg}(\delta_1 + \delta_2) - \cos\varphi \sin t_1 \operatorname{ctg} \Delta A + \\ + \cos\varphi \sin t_1 \csc \Delta A], \tag{9}$$

или

$$\frac{\cos \Delta z}{\sin(\delta_1 + \delta_2)} = -\operatorname{ctg}(\delta_1 + \delta_2) + \cos\varphi \sin t_1 (\csc \Delta A - \operatorname{ctg} \Delta A), \tag{10}$$

или

$$\frac{\cos \Delta z + \cos(\delta_1 + \delta_2)}{\sin(\delta_1 + \delta_2)} = \cos\varphi \sin t_1 \left(\frac{1 - \cos \Delta A}{\sin \Delta A}\right). \tag{11}$$

Отсюда можно прийти к выражению

$$\frac{2\cos\dfrac{\delta_1+\delta_2+\Delta z}{2}\cos\dfrac{\delta_1+\delta_2-\Delta z}{2}}{\sin(\delta_1+\delta_2)}=\cos\varphi\sin t_1\operatorname{tg}\frac{\Delta A}{2},\qquad(12)$$

из которого легко определяется

$$\cos\varphi=\frac{2\cos\dfrac{\delta_1+\delta_2+\Delta z}{2}\cos\dfrac{\delta_1+\delta_2-\Delta z}{2}}{\sin t_1\operatorname{tg}\dfrac{\Delta A}{2}\sin(\delta_1+\delta_2)}.\qquad(13)$$

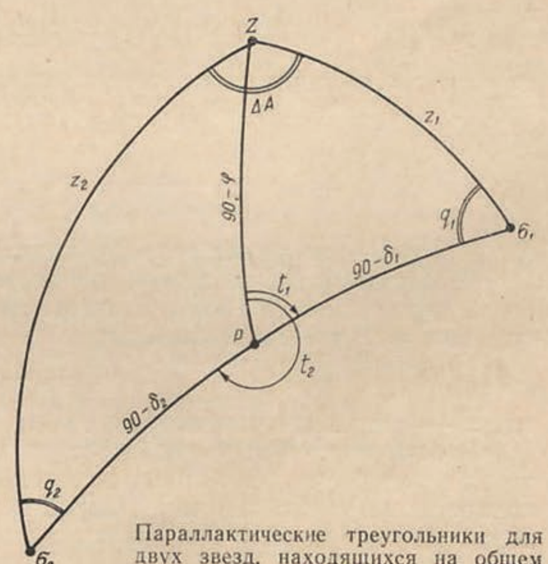
Выражение (13) и является основной рабочей формулой. Ее можно получить и другими путями.

Чтобы определить выгоднейшие условия для определения широты на основе фомулы (13), продифференцируем ее по переменным φ, t, Δz и ΔA. В результате после некоторых преобразований и замены дифференциалов ошибками получим формулу

$$\delta\varphi=\operatorname{ctg}\varphi\operatorname{ctg}t\cdot\delta t+\frac{\operatorname{ctg}\dfrac{\Delta A}{2}\sin\Delta z}{\sin t\sin\varphi\sin(\delta_1+\delta_2)}\cdot\delta z+\operatorname{ctg}\varphi\csc\Delta A\cdot\delta A,\qquad(14)$$

где $\delta\varphi$, δt, δz, δA — ошибки в широте, часовом угле, разности зенитных расстояний и разности азимутов соответственно.

Анализируя формулу (14), легко установить, что ошибка δt оказывает наименьшее влияние на широту, когда последняя близка к 90° или часовой угол близок к 6^h. Ошибка δz меньше всего искажает определяемую широту, когда разность азимутов звезд близка к 180° или разность зенитных расстояний невелика. Вклад ошибки δz в $\delta\varphi$ также уменьшается при $t\to6^h$, $\varphi\to90°$ и $\delta_1+\delta_2\to90°$. Влияние ошибки δA на широту будет минимальным, если φ и ΔA близки к 90°.



Параллактические треугольники для двух звезд, находящихся на общем часовом круге.

Таким образом, данный способ определения широты выгоднее всего применить в высоких широтах. При этом для уменьшения влияния ошибок δt, δz и δA целесообразно программу наблюдений составлять так, чтобы разность зенитных расстояний пары звезд была малой, а разность азимутов большой. Составление такой программы не вызовет особых затруднений, если в пару включать звезды, расположенные по разные стороны от полюса и имеющие примерно одинаковые склонения, сумма которых близка к 90°, и наблюдать эту пару, когда ее часовой угол близок к 6^h или 18^h.

Чтобы получить величины t, Δz и ΔA, входящие в основную формулу (13), в процессе наблюдений пары звезд на одном часовом круге мы должны зарегистрировать моменты T_1 и T_2 прохождений обеих звезд через определенную точку поля зрения трубы инструмента и снять отсчет по горизонтальному и вертикальному кругам в эти моменты. Кроме того, регистрируя моменты T_1 и T_2, мы должны выполнить условие (2). Однако вследствие инструментальных погрешностей, несовершенства наблюдений, неточности установки инструмента по азимуту и по высоте в процессе наблюдений не удастся абсолютно строго выполнить основное условие способа (2). Вместо нуля в условии (2) в действительности мы будем иметь

$$\Delta T_{н} = [\alpha_2 - (\alpha_1 \pm 12^h)] - [T_2 - T_1]. \tag{15}$$

Следовательно, для приведения результатов наблюдений к одному часовому кругу необходимо учесть влияние $\Delta T_{н}$ на измеренные разности $\Delta z_{н} = (z_2 - z_1)_{н}$ и $\Delta A_{н} = (A_2 - A_1)_{н}$, исправленные за влияние наклонности горизонтальной оси. Соответствующие поправки (ΔA) и (Δz) вычисляются по известным дифференциальным формулам:

$$\begin{aligned} (\Delta A) &= 15\left(\sin\varphi + \cos\varphi\,\frac{\cos A_2}{\operatorname{tg} z_2}\right)\cdot \Delta T_A, \\ (\Delta z) &= 15 \sin A_2 \cos\varphi \cdot \Delta T_z \end{aligned} \tag{16}$$

и прибавляются к наблюденным разностям $\Delta A_{н}$ и $\Delta z_{н}$. Так что

и

$$\begin{aligned} \Delta A &= \Delta A_{н} + (\Delta A) \\ \Delta z &= \Delta z_{н} + (\Delta z). \end{aligned} \tag{17}$$

Использование в формулах (16) не одного и того же значения $\Delta T_{н}$, а разных значений

и

$$\begin{aligned} \Delta T_A &= \Delta T_{н} \\ \Delta T_z &= \Delta T_{н} - \Delta T_{\rho} \end{aligned} \tag{18}$$

связано с необходимостью учета влияния рефракции, которая искажает только $\Delta z_{н}$ и не влияет на $\Delta A_{н}$. Член ΔT_{ρ} из (18) определяется по формуле

$$\Delta T_{\rho} = \frac{\rho_2}{15 \sin A_2 \cos\varphi} - \frac{\rho_1}{15 \sin A_1 \cos\varphi}, \tag{19}$$

где ρ_1 и ρ_2 — поправки за рефракцию, вычисляемые по таблицам [4].

Чтобы вычислить широту φ по формуле (13), нужно знать еще часовой угол одной из наблюдавшихся звезд (t_1, например). Его можно подсчитать по известной формуле

$$t_1 = T_1 + u - \alpha_1, \tag{20}$$

где u — поправка хронометра.

Рассчитаем точность определения широты по наблюдениям пары звезд на одном часовом круге, используя зависимость (14) и задаваясь конкретными условиями определений и конкретными ошибками наблюдений m_t, $m_{\Delta z}$ и $m_{\Delta A}$. Результаты подсчетов ожидаемой среднеквадратической ошибки одного определения широты m_{φ} для некоторых условий определений приведены в табл. 1.

Практическая проверка предложенного способа определения широты производилась по наблюдениям пары № 1 (табл. 2) на астрономическом универсале АУ 2″/10″ № 3214, оснащенном позиционным контактным микрометром [2]. Примерные условия определений указаны во второй колонке табл. 1; мы наблюдали эту пару 22 раза и получили широту φ со средней квадратической ошибкой $m_{\varphi} = \pm 4'',0$ и $M_{\varphi} = \pm 1'',0$. Результаты опытных наблюдений приведены в табл. 3.

Таблица 1

Рассчетные значения ошибок m_φ для некоторых случаев определений

Элементы	Условия			
	обычные			выгоднейшие
φ°	50°	50°	70°	90°
t^h	4^h	4^h	4^h	6^h
ΔA	90°	90°	100°	180°
Δz	15°	15°	20°	0°
$\delta_1+\delta_2$	150°	150°	120°	90°
m_t	$0^s{,}05$	$0^s{,}05$	$0^s{,}05$	$0^s{,}05$
$m_{\Delta z}$	10″	2″	2″	10″
$m_{\Delta A}$	2″	$\frac{2''}{\sqrt{2}}$	$\frac{2''}{\sqrt{2}}$	2″
m_φ	$\pm 8''{,}4$	$\pm 2''{,}0$	$\pm 1''{,}0$	$\pm 0''{,}0$

Таблица 2

Краткие сведения о некоторых парах звезд, пригодных для наблюдений на одном часовом круге

№ пар	№ звезд по *AE*	Назван. звезд	Видимая величина	Прямое восхождение	Склонение
1	51	50 *Cas*	4.06	$2^h 01^m$	72°16′
	341	4 *UMi*	5.00	14 09	77 42
2	14	α *Cas*	2.47	0 39	56 22
	316	ε *UMa*	1.68	12 53	56 08
3	143	α *Aur*	0.21	5 14	45 58
	423	β *Dra*	2.99	17 30	52 19

Таблица 3

Значения широт, полученных по наблюдениям пары *AE* 51—341 на одном часовом круге

Дата	№ установок	Широта	Дата	№ установок	Широта
1968			Октябрь 21	15	15
				16	08
Октябрь 14	8	...°36′08″		17	16
	9	20	Октябрь 27	10	14
	11	20		11	15
	12	15		12	11
	13	12		13	16
Октябрь 21	9	19		14	09
	10	15		15	09
	11	07		16	12
	12	14		17	17
	13	18			
	14	08		φ_m	...°36′14″

Полученные результаты позволяют надеяться, что и на широте 70° при $m_t = \pm 0^s,05$, $m_{\Delta z} = \pm 2''$ и $m_{\Delta A} = \pm \frac{2''}{\sqrt{2}}$ можно будет получать широту по одной паре со среднеквадратической ошибкой m_φ, не превосходящей $\pm 1'',0$. Если это так, то для определения широты со среднеквадратической ошибкой $M_\varphi = \pm 0'',3$ на широте 70° потребуется 12 отдельных определений широты.

В заключение отметим основные достоинства данного способа определения широты: 1) возможность использования в высоких широтах, так как погрешность определения широты уменьшается с увеличением φ; 2) возможность вести наблюдения в любом удобном для наблюдателя темпе; 3) необязательность точной ориентировки разделенных кругов; 4) возможность составления программы наблюдений из небольшого числа ярких звезд.

Можно, в частности, рекомендовать для наблюдений пары звезд № 2 и № 3, приведенные в табл. 2. Наблюдая эти пары при условиях $3^h < t_1 < q^h (15^h < t_2 < 21^h)$ и при $15^h < t_1 < 21^h (3^h < t_2 < q^h)$ через удобный интервал времени, можно распределить наблюдения равномерно по всем часам суток.

К недостаткам данного способа следует отнести: 1) необходимость измерений с помощью разделенных кругов; 2) видимое косое движение изображений звезд в поле зрения трубы инструмента, неудобное при наблюдениях с обычным контактным микрометром; 3) систематическое влияние ошибок координат звезд на результаты наблюдений.

Однако перечисленные недостатки не настолько существенны и неопреодолимы, чтобы служить серьезным препятствием для использования данного способа при определениях в высоких широтах, где применение других способов астроопределений связано с большими трудностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буткевич А. В. Определение широты, азимута и поправки часов по способу соответствующих часовых углов. Тр. НИИГАиК, т. 1, 1947, 80—90.

2. Гожий А. В., Овчинников В. А. Позиционный контактный микрометр астрономического универсала. Межведом. рес. науч.-техн. сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 9, Изд-во Львовского ун-та, 1969.

3. Слинько Н. Ф. Определение места судна (корабля) в море (океане) по способу соответственных часовых углов светил. В сб.: «Проблемы Арктики и Антарктики», вып. 26, 1967, 85—94.

4. «Таблицы по геодезической астрономии». Тр. ЦНИИГАиК, вып. 163, М., 1963, 77—81.

5. Barbatol G. Latitud, longitud y meridiano de las regiones australes. Un método que resuelve su determinación simultánea. «Agrimensura», 21, № 22, 1961, 3—9.

6. Sconzo P. Über eine geschwinde nutze Methode um die Breite zu bestimmen. «Zeitschrift für Vermessungswesen», B. LXIV, 5, 1935.

7. Yu Yung—Xyung. Simultaneous determination of azimuth, latitude and longitude by equal hour angle method. «Acta geodetica et cartographica sinica», Vol. 6, No. 3, 1963, 161—175.

Работа поступила
16 апреля 1969 года