

Н. И. КРАВЦОВ

ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ РАДИОДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ОТ ХАРАКТЕРА ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Применение радиополигонометрии при создании ГГС достаточно эффективно и экономично [2], однако на точность определения длин линий радиодальномером влияют многие факторы. К ним относятся ошибки от влияния внешней среды, ошибки инструментальные, ошибки отражения радиоволн и т. д.

Для исследования характера распределения ошибок радиодальномерных определений в зависимости от подстилающей поверхности по линии наблюдений были использованы результаты производственных измерений длин линий радиодальномером РДГ, произведенные в таежных районах в 1966—1968 гг. Всего было использовано немногим более 1 000 приемов измерений 122 линий радиополигонометрии II класса.

Измерения производились в летний и осенний периоды 8 приемами не менее чем в две видимости. На эталонных линиях использовалось от 8 до 36 приемов. Метеорологические данные определялись в конечных пунктах в начале и в конце приема.

Район работ лежит в центральной части Западно-Сибирской низменности и представляет собой заболоченную равнину с редкими невысокими гривами, увалами и отдельными холмами, покрытую хвойными, смешанными и лиственными лесами. Высота деревьев — в среднем 20—25 м. Абсолютные отметки колеблются в пределах от 30 до 125 м.

По характеру подстилающей поверхности все наблюдаемые линии были разбиты на три группы: первая группа — луч проходит над лесом с заболоченными участками, мелкими озерами, редколесьем; вторая группа — луч проходит над сплошным лесом высотой от 10 до 25 м. По некоторым линиям нет прямой видимости между пунктами; третья группа — луч проходит над болотом с моховой растительностью, большим количеством озер. Изредка встречается редколесье с мелким угнетенным лесом, высотой до 2 м.

Длины линий колебались в пределах от 5 до 22 км, составляя в среднем 8—13 км.

Ввиду обширности материала при его обработке и анализе были использованы методы математической статистики.

Порядок обработки наблюдений во всех группах был аналогичен и состоял в следующем:

1. Все наблюдения по величинам отклонений v измеренных расстояний D от их вероятнейших значений $D_{\text{ср}}$ были разбиты на k разрядов. Длины разрядов были равны 10 мм, но на границах ряда они увеличивались с таким расчетом, чтобы число наблюдений в разряде

было не менее пяти. Было подсчитано m_i значений, приходящихся на каждый i -й разряд. Разделив это число на общее количество измерений (n), найдем частоту, соответствующую данному разряду.

$$p_i^* = \frac{m_i}{n}. \quad (1)$$

Производим вычисления по формуле (1) и строим «статистический ряд».

2. Приблизительно считаем значение каждого v в разряде постоянным и равным среднему значению v_i в данном разряде

$$\bar{v}_i = \frac{v_1 + v_n}{2},$$

где v_1 — значение левой границы разряда; v_n — значение правой границы разряда; \bar{v}_i — представитель i -го разряда.

По формулам, приведенным в работе Е. С. Вентцель [1], были вычислены начальные m_v^* и α_2^* и вторые центральные моменты D_v^*

$$m_v^* = \sum_{i=1}^k \bar{v}_i p_i^*, \quad (2)$$

где m_v^* — характеристика математического ожидания случайной величины, а

$$\alpha_2^*[v] = \sum_{i=1}^k \bar{v}_i^2 \cdot p_i^*, \quad (3)$$

$$D_v^* = \alpha_2^*[v] - (m_v^*)^2.$$

Результаты вычисленных параметров нормального распределения приведены в табл. 1, где $\sigma_D^2 = D_v^*$, а σ — средняя квадратическая ошибка одного измерения.

Как видно из табл. 1, средняя квадратическая ошибка одного определения длины линий, соответственно равна: для первой группы — $\pm 34,8$ мм, для второй группы — $\pm 29,4$ мм, для третьей группы — $\pm 46,0$ мм.

Отсюда можно сделать вывод, что точность определения длин линий, подстилающая поверхность которых представлена лесом, в 1,5 раза выше, чем при прохождении радиоволн над болотом, и несколько выше, чем при прохождении их над лесом с болотом, редколесьем, мелкими озерами и т. д.

3. Для исследования характера распределения ошибок измерения расстояний вычисляем вероятность попадания величин в данный разряд из выражения

Таблица 1
Параметры нормального распределения

Группы линий	К-во измерений	m_v^*	σ_D , мм
I	693	0,525	34,8
II	204	0,765	29,4
III	113	1,725	46,0

$$p_i(v_l < v < v_n) = \Phi^* \left(\frac{v_l - m}{\sigma_d} \right) - \Phi^* \left(\frac{v_n - m}{\sigma_d} \right), \quad (4)$$

где $\frac{v_l - m}{\sigma_d}$ — расстояние от левого конца разряда до центра рассеивания, выраженное в средних квадратических отклонениях; $\frac{v_n - m}{\sigma_d}$ — то же для правого конца разряда, а

$$\Phi^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} \cdot dt \quad (5)$$

— нормальная функция распределения случайной величины.

4. По таблицам для Φ^* [1] определяем вероятность попадания в отдельные интервалы p_i , а затем подсчитываем теоретическое количество измерений в каждом разряде по формуле

$$m_i^{\text{теор}} = n \cdot p_i, \quad (6)$$

где n — количество измерений в статистическом ряде; p_i — теоретическая вероятность i -го разряда.

Результаты вычислений нормального и статистического распределений ошибок измерений для каждой группы линий приведены в табл. 2.

Таблица 2

Количество измерений в разрядах

I группа				II группа				III группа			
Разряды	Интервалы	m_i	$n \cdot p_i$	Разряды	Интервалы	m	$n \cdot p_i$	Разряды	Интервалы	m	$n \cdot p_i$
1	-140	16	15,1	1	-100	5	4,0	1	-160	10	20,5
2	-70	9	13,2	2	-60	5	4,5	2	-40	6	7,2
3	-60	14	22,6	3	-50	6	8,6	3	-30	10	8,4
4	-50	23	34,3	4	-40	13	13,3	4	-20	13	9,3
5	-40	54	48,0	5	-30	11	18,3	5	-10	16	9,3
6	-30	57	59,2	6	-20	29	24,6	6	0	14	9,9
7	-20	83	72,4	7	-10	34	26,2	7	+10	10	9,5
8	-10	82	77,5	8	0	27	27,3	8	+20	13	8,3
9	0	85	77,9	9	+10	24	24,6	9	+30	11	7,6
10	+10	77	73,4	10	+20	15	19,7	10	+40	10	22,9
11	+20	75	60,4	11	+30	18	14,1		+160		
12	+30	51	49,4	12	+40	9	9,0				
13	+40	31	35,6	13	+50	8	8,9				
14	+50	14	23,7		+80						
15	+60	7	14,4								
16	+70	15	8,8								
	+130										

По данным вычислений, приведенным в табл. 2, построены графики статистического и нормального распределений величин ΔD для каждой группы в отдельности (см. рисунок).

Как видно из графиков, количество величин в нормальных распределениях с меньшими значениями ΔD меньше, чем соответствующее количество величин при статистическом распределении.

Как указывалось выше, ошибки радиодальномерных измерений можно представить как сумму многих элементарных ошибок, каждая из которых вызывается определенным фактором. При равномерном влиянии их сумма должна быть подчинена нормальному закону распределения. С помощью χ^2 критерия Пирсона решим, чем вызваны расхождения между нормальным и статистическим распределениями (см. рисунок). Для критерия Пирсона запишем:

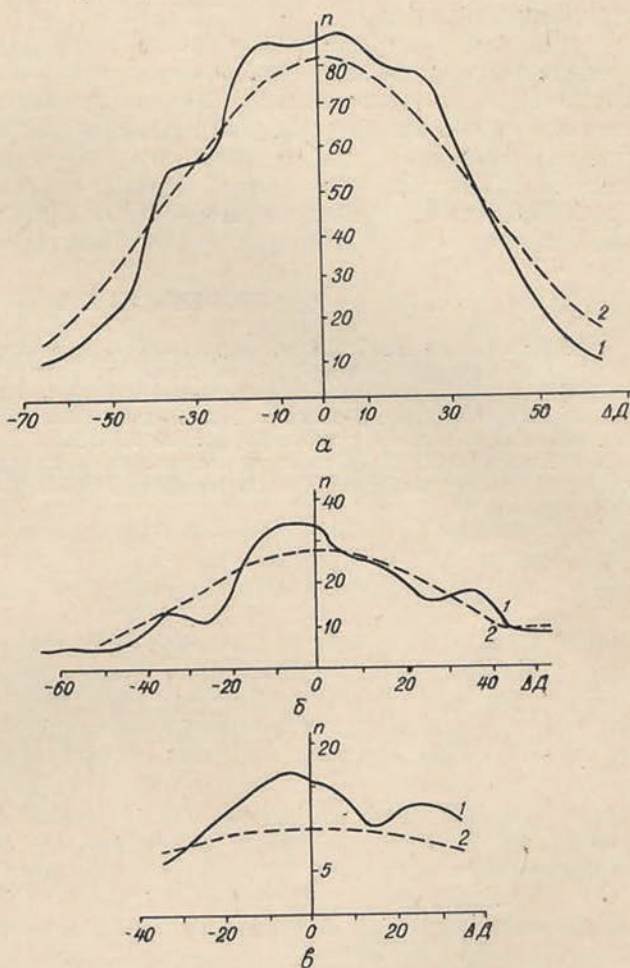
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i} \quad (7)$$

Распределение χ^2 зависит от параметра r , называемого числом «степеней свободы», $r = k - s$, где k — число разрядов, s — число условий (у нас $s = 2$).

По таблицам для χ^2 [1] в зависимости от числа степеней свободы определяем вероятность p_{χ^2} того, что величина, распределенная по закону χ^2 , превзойдет это значение. В нашем случае значения p_{χ^2} получились соответственно равными: для I группы — 0,02; для II группы — 0,59; для III группы — 0,05.

Поскольку вероятности p_{χ^2} для I и III групп малы, а для II группы $p_{\chi^2} = 0,59$, можно сделать вывод, что распределение ошибок измерений для II группы подчинено нормальному закону, в то время как для I и III групп линий — не подчинено.

Это значит, что наиболее благоприятной подстилающей поверхностью при производстве радиодальномерных измерений из этих трех групп является лес. В этом случае все случайные ошибки сглаживаются, нивелируются, ни одна из ошибок не преобладает над другой. При прохождении же луча над сплошным болотом или лесом с болотом, мелколесьем, какие-то из внешних ошибок оказываются преобладающими и накладывают свой отпечаток на закон распределения суммы



Графики статистического и нормального распределения величин.

1 — статистическое распределение; 2 — нормальное распределение.
а — I группа линий, б — II группа линий, в — III группа линий.

случайных величин. Ими прежде всего могут быть ошибки влияния отраженных радиоволн, ибо известно, что радиоволны в значительной мере отражаются от водных поверхностей и сравнительно слабо, если подстилающей поверхностью является лес [3, 4]. Кроме того, значительное влияние оказывают также ошибки от неправильного представительства метеофакторов.

Для проверки сделанных выше выводов, нами были вычислены средние квадратические ошибки определения длин линий радиодальномером РДГ по отклонениям измеренных значений от значений длин этих же линий, измеренных светодальномером ЭОД-1, принятых за истинные значения, а также относительные ошибки в определении длин линий. Оказалось, что для I группы относительная ошибка равна 1 : 350 000, для II группы линий — 1 : 900 000, что подтверждает сделанные нами выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. «Наука», М., 1964.
2. Герасименко М. Г. Опыт организации полигометрических работ в труднодоступном районе. «Геодезия и картография», № 3, 1967.
3. Злотин В. В., Генике А. А. Радиодальномерные измерения в горно-таежных районах. «Геодезия и картография», № 7, 1965.
4. Злотин В. В. О точности производственных радиодальномерных измерений в северных районах. «Геодезия и картография», № 5, 1967.

Работа поступила
11 мая 1969 года.