

Д. И. МАСЛИЧ, В. А. КОВАЛЕНКО

О НЕОБХОДИМОЙ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЗЕНИТНЫХ РАССТОЯНИЙ

Точность геодезического нивелирования на пунктах триангуляции и полигонометрии во многих случаях может быть значительно выше, если обоснованно решить вопрос о допусках инструкции [1] по измерению зенитных расстояний. Согласно инструкции, колебания зенитных расстояний, выведенных из отдельных приемов, не должны превышать 15". Этот допуск был установлен давно и рассчитан на инструменты с небольшой точностью вертикального круга, а также на измерение зенитных расстояний только в близполуденное время и на колеблющиеся изображения визирных целей. В настоящее время, когда повысилась инструментальная точность измерения зенитных расстояний, а визирование выполняется на спокойные изображения, указанный допуск представляется заниженным.

Основными источниками погрешностей измерения зенитных расстояний являются: ошибка визирования, отсчета, установки уровня при вертикальном круге, инструментальные ошибки и ошибка за рефракцию.

Следует отметить, что эти ошибки действуют примерно так же, как и соответствующие ошибки при измерении горизонтальных углов. Однако есть и свои особенности.

Ошибка визирования m зависит от увеличения трубы, опытности наблюдателя, расстояния до предмета, условий видимости и характера визирного приспособления. Она состоит из систематической и случайной частей.

Случайная ошибка визирования может быть определена из многократных наведений на визирную цель. Для теодолита ОТ-02, по нашим данным, она оказалась равной $\pm 0''{,}6$.

Систематическая часть ошибки визирования возникает из-за пренебрежения толщиной нити трубы и личной ошибки наблюдателя. Известно, что при измерении зенитных расстояний пользуются методом касания средней нити к верхнему срезу визирного цилиндра. Таким образом, каждый раз допускается погрешность, равная половине толщины нити. Так как характер совмещения нити с визирной целью присущ каждому наблюдателю индивидуально, то появляется также и личная ошибка. Суммарная величина двух ошибок для больших оптических теодолитов может достигать 2—3". Ее следует учитывать, определяя численное значение перед началом наблюдений в лабораторных условиях.

Другая возможность исключения ошибки состоит в том, чтобы визировать на середину визирного цилиндра, располагая последний симметрично относительно средней нити. Проведенные нами опытные исследования показали, что систематическая ошибка в этом случае уменьшается в три раза и в среднем составляет $\pm 0''{,}4$.

Ошибка отсчета m_0 в больших оптических теодолитах определяется путем многократного совмещения штрихов на различных ча-

стях лимба вертикального круга. При нормальном освещении эта ошибка для теодолита ОТ-02 равна $\pm 0'',4$.

Ошибка установки контактного уровня m_y при безупречной работе призмы для этого же типа теодолита равна $0'',2$. Инструментальные ошибки $m_{ин}$ включают ошибки за рен оптического микрометра, наклон горизонтальной оси трубы, неточность делений вертикального круга, наклон вертикальной оси инструмента, изменение коллимационной ошибки, гнутые трубы, изменение места зенита в результате температурных последствий, изменения положения визирной оси. Величину этих ошибок можно получить в результате исследования инструментов. В современных оптических теодолитах инструментальные ошибки, как правило, незначительны. По нашим многократным исследованиям, средняя суммарная инструментальная ошибка для теодолитов ОТ-02 составляет $1'',2$.

Влияние рефракции будет сопровождаться случайной короткопериодической ошибкой m_r , вызываемой быстрыми изменениями турбулентности приземных слоев воздуха и теплового потока от подстилающей поверхности [2]. Эта ошибка будет тем больше, чем ниже высота визирного луча над подстилающей поверхностью. Она же, в основном, будет определять точность измерения зенитных расстояний в зависимости от условий прохождения визирного луча. Величина этой ошибки может быть определена по средней ошибке измеренного зенитного расстояния из серии приемов за вычетом нерелакционных ошибок. По результатам наших исследований [4, 5], она равна для горных районов — $0'',5$, для холмистых — $1'',3$, для равнинных — $2'',0$.

Что касается систематического влияния рефракции m_r , то оно может быть вызвано суточным ходом рефракции или резкими изменениями метеорологических условий в процессе измерений. Если измерения зенитных расстояний выполнять днем, в промежутке между утренним и вечерним периодами спокойных изображений, когда суточный ход рефракции выражен слабо, то в течение 20—40 мин (времени, необходимого для выполнения четырех приемов) его практически можно не учитывать. Известно также, что при резких изменениях метеорологических условий наблюдения не производятся.

Таким образом, расчет общей ошибки измеренного зенитного расстояния m_z можно произвести по формуле

$$m_z^2 = m_b^2 + m_o^2 + m_y^2 + m_{ин}^2 + m_r^2. \quad (1)$$

Подставляя в эту формулу приведенные выше данные, получаем: для горных районов $\pm 1'',5$; для холмистых $\pm 2'',0$; для равнинных $\pm 2'',5$.

Найденные нами средние значения m_z при проведении продолжительных экспериментальных измерений для теодолита ОТ-02 [4, 5] оказались меньше рассчитанных выше, а для средних оптических теодолитов примерно совпадающими с ними. Такие же величины m_z получаются и в производственных условиях при правильной постановке работ.

Для определения средней квадратической ошибки m_z нами были также использованы колебания места зенита MZ для всех направлений на данном пункте. При этом принималось во внимание, что при определении MZ будут учитываться те же ошибки, что и при определении зенитного расстояния. Но так как на пункте z измеряются по 3—5 направлениям, то эта ошибка будет более представительна. Величина m_z определялась по следующей формуле:

$$m'_z = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}, \quad (2)$$

где ν — отклонения отдельных значений MZ от среднего арифметического, выведенного из четырех приемов по всем направлениям, n — число участвующих в определении MZ .

Вычисленные значения m_z^1 по формуле (2) оказались примерно такими же, как при использовании колебаний z [4].

Точность зенитных расстояний может быть заметно повышена, если их измерять в периоды спокойных изображений и большим числом приемов. Выполненные нами опытные измерения зенитных расстояний в горных условиях теодолитом ОТ-02 12—16 приемами получались со средней квадратической ошибкой, равной $0''{,}7-1''{,}0$.

Принимая во внимание, что в процессе измерений зенитных расстояний действуют только случайные ошибки, будем рассматривать измеренные зенитные расстояния для каждого направления как случайную выборку объема n из нормальной генеральной совокупности, содержащей в себе все случайные значения, которые могут получиться при измерениях.

По этой случайной выборке, исходя из положений математической статистики, можно определить вероятность отклонений наблюдаемых значений x_i от истинного значения измеряемой величины. Плотность вероятности нормального распределения $f(x)$ случайной переменной определяется равенством

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_i-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3)$$

где σ — стандарт генеральной совокупности, σ^2 — дисперсия значений x_i , то есть средняя из квадратов отклонений (x_i-a) .

При малом числе измерений в математической статистике оценку точности измерений производят с помощью доверительных интервалов, то есть находят интервал, который с определенной вероятностью накрывает оцениваемое значение измеряемой величины. Для этого используем формулы, которые приводит Ю. В. Линник [3],

$$\left. \begin{aligned} P \left\{ \bar{x} - \frac{\gamma s}{\sqrt{n-1}} \leq a \leq \bar{x} + \frac{\gamma s}{\sqrt{n-1}} \right\} &= 0,95, \\ s^2 &= \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где P — надежность доверительного интервала (в нашем случае она принимается равной 0,95); \bar{x} — приближенное значение величины a , вычисляемое как среднее арифметическое из результатов измерений; n — число измерений. Значения γ определяется по таблицам t -распределения Стьюдента из условия

$$P \{ |t_{n-1}| \leq \gamma \} = p_0, \quad (5)$$

где p_0 — заданная надежность, а число степеней свободы равно $n-1=k$.

Величина доверительного интервала, который накрывает измеряемое значение величины a , определяется из выражения

$$I \left[\bar{x} - \frac{\gamma s}{\sqrt{n-1}}, \bar{x} + \frac{\gamma s}{\sqrt{n+1}} \right] \quad (6)$$

или, если вместо величины s использовать s_1 ,

$$I = \left[\bar{x} - \frac{\gamma s_1}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\gamma s_1}{\sqrt{n}} \right], \quad (7)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (8)$$

Величина s_1^2 является несмещенной оценкой σ^2 . Ее величина будет равна средней квадратической ошибке, если последняя определена из большого ряда наблюдений. Применительно к измерению зенитных расстояний, как показано выше, величину s_1 будем принимать для горной местности $1''{,}5$, для холмистой — $2''{,}0$, для равнинной — $2''{,}5$. Число приемов измерений, определенное инструкцией [1], равно четырем.

Тогда при числе степеней свободы $k=4-1=3$ и надежности $0,95$ по таблицам найдем $\gamma=3,182$.

Учитывая принятые значения величин s_1 , n и γ , значение доверительного интервала будет равно:

$$I = [\bar{x} - 2''{,}386, \bar{x} + 2''{,}386] \text{ для } s_1 = 1''{,}5,$$

$$I = [\bar{x} - 3''{,}182, \bar{x} + 3''{,}182] \text{ для } s_1 = 2''{,}0,$$

$$I = [\bar{x} - 3''{,}978, \bar{x} + 3''{,}978] \text{ для } s_1 = 2''{,}5.$$

Таким образом, доверительный интервал при принятых условиях получается для горной местности — $4''{,}772$, для холмистой — $6''{,}364$, для равнинной — $7''{,}955$.

Но величины доверительных интервалов, как видно из формул, их определяющих, не постоянны. Они меняются с изменением числа измерений, если даже принять постоянной величину s_1 .

Поэтому для определения предельного колебания измеренного зенитного расстояния в отдельных приемах — размаха колебаний — рассмотрим величину вероятного отклонения относительно центра рассеивания. Для случайных величин, подчиненных нормальному закону, на участке, симметричном относительно центра рассеивания, с вероятностью $P=0,95$ можем записать [3]:

$$P\{|X - a| \leq 1,96\sigma\} \approx 0,95. \quad (9)$$

Если за величины σ принять рассчитанные ранее средние квадратические ошибки измерения зенитных расстояний, то отклонения от центра (положительные или отрицательные) получаются в горных районах $2''{,}94$, в холмистых — $3''{,}92$, в равнинных — $4''{,}90$. Размах колебаний — Δ , который с вероятностью $P=0,95$ можно принять за предельные колебания, для горных районов составляет $5''{,}88$, для холмистых — $7''{,}84$, равнинных — $9''{,}80$.

Для суждения о величинах средней квадратической ошибки и размахе колебаний приемов в серии измеренных зенитных расстояний в производственных условиях нами были обработаны полевые журналы таких измерений на одной из сетей триангуляции в степном районе Казахстана для 316 направлений. Наблюдения выполнены теодолитами OT-02 и TT2''/6'' в соответствии с требованиями инструкции [1] в летний период разными наблюдателями. Условия наблюдений характерны для степных районов с небольшими высотами визирных лучей над подстилающей поверхностью.

Проведенный на основании обширного экспериментального и производственного материала анализ ошибок измерений зенитных расстояний позволяет сделать следующие выводы:

1. Положение инструкции, допускающее расхождение отдельных приемов измерения зенитных расстояний до $15''$, занижено и не способствует использованию имеющихся возможностей повышения точности геодезического нивелирования.

2. При измерении зенитных расстояний на пунктах триангуляции, полигонометрии и аналитических сетей с помощью больших и средних оптических теодолитов, а также теодолитов ТТ2''/6'' расхождения между отдельными приемами и колебания места зенита должны быть следующими: а) для горной местности — $6''$, б) для холмистой местности — $8''$, в) для равнинной местности — $10''$.

3. Расхождение между отдельными приемами и колебания места зенита, равные $15''$, следует допускать только при измерениях малыми теодолитами или равноценными им по точности инструментами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР. «Недра», М., 1966.
2. Изотов А. А. Пеллинен Л. П. Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования. Тр ЦНИИГАиК, вып. 102, М., 1955.
3. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. Изд-во физ.-мат. лит., М., 1962.
4. Маслич Д. И. О точности геодезического нивелирования в горных условиях. Львов, 1957.
5. Маслич Д. И. Хижак Л. С., Тлустяк Б. Т., Власенко С. Г. Исследование закономерностей изменения коэффициента рефракции в зимний период. Межвед. респ. науч.-техн. сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 7. Изд-во Львовского ун-та, 1968.

Работа поступила
4 апреля 1969 года.

Из четырех приемов измерения зенитных расстояний по каждому направлению были вычислены m_z по известной формуле

$$m_z = \sqrt{\frac{[vv]}{n'-1}}, \quad (10)$$

где v — отклонение от среднего арифметического z_{cp} , n' — число приемов. Величины m_z были сгруппированы в зависимости от длины направлений и размаха колебаний, измеренных по данному направлению,

$$\Delta = z_{max} - z_{min}. \quad (11)$$

Осредненные значения m_z приведены в таблице, отдельно в зависимости от типа инструмента.

Значения осредненных величин m_z

| s в км | до 4 км | | от 4 до 6 км | | от 6 до 8 км | | от 8 до 10 км | | больше 10 км | | Для всех s | |
|--------------------|---------|-------|--------------|-------|--------------|-------|---------------|-------|--------------|-------|------------|-------|
| | n | m_z | n | m_z | n | m_z | n | m_z | n | m_z | n | m_z |
| Δ_{max} | | | | | | | | | | | | |
| Инструмент ОТ-02 | | | | | | | | | | | | |
| 0—3" | — | — | 6 | 0,9 | 28 | 1,0 | 25 | 0,9 | 12 | 0,9 | 71 | 0,9 |
| 3—6" | 3 | 1,7 | 11 | 2,3 | 21 | 1,8 | 26 | 1,9 | 15 | 2,2 | 76 | 2,0 |
| 6—10" | 1 | 3,8 | 7 | 4,0 | 17 | 4,1 | 19 | 4,0 | 13 | 3,6 | 57 | 3,9 |
| Свыше 10" | — | — | 1 | 6,4 | 4 | 5,5 | 8 | 5,4 | 3 | 6,2 | 16 | 5,6 |
| Среднее | 4 | 2,2 | 25 | 2,6 | 70 | 2,2 | 78 | 2,4 | 43 | 2,5 | 220 | 2,4 |
| Инструмент ТТ2"/6" | | | | | | | | | | | | |
| 0—3" | 2 | 0,4 | 7 | 0,7 | 13 | 1,1 | 18 | 0,7 | 3 | 0,8 | 43 | 0,8 |
| 3—6" | 1 | 1,8 | 3 | 2,3 | 13 | 2,2 | 8 | 2,3 | 7 | 2,0 | 32 | 2,2 |
| 6—10" | — | — | — | — | 3 | 3,8 | 7 | 3,7 | 6 | 3,8 | 16 | 3,8 |
| Свыше 10" | — | — | 1 | 6,9 | — | — | 3 | 5,4 | 1 | 6,4 | 5 | 5,9 |
| Среднее | 3 | 0,9 | 11 | 1,7 | 29 | 1,9 | 36 | 2,0 | 17 | 2,7 | 96 | 2,0 |

Из таблицы видно, что преобладающее число измеренных зенитных расстояний характеризуется размахом Δ , не превышающим 10". Направления с размахом Δ более 10" составляют около 6% (7% — для теодолита ОТ-02 и 5% — для теодолита ТТ2"/6"), а с размахом менее 6" — около 70%.

Приведенные данные свидетельствуют, что зависимость точности измеренных зенитных расстояний от длины проявляется очень слабо, хотя и имеется некоторая тенденция уменьшения точности с увеличением длины луча.

Очень важно отметить, что осредненная величина m_z для всех направлений равна 2",3. Это значит, что в других районах с более благоприятными условиями прохождения визирного луча над подстилающей поверхностью точность измерения z будет выше.

Величина m_z , определяемая формулой (2) по колебаниям MZ , оказалась примерно такой, как и значения m_z , приведенные в таблице.