

УДК 528.35

В. А. ВИЛЕНСКИЙ, С. Н. ХОДОРОВ

ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ ПРОЕКТОВ МНОГОРАЗЯДНЫХ ТРИЛАТЕРАЦИОННЫХ ПОСТРОЕНИЙ

В инженерно-геодезической практике в настоящее время наряду с традиционными методами создания геодезического обоснования (триангуляция и полигонометрия) широко применяют трилатерационные построения. В ряде случаев они могут иметь многоступенчатую схему развития. Вопросы априорной оценки точности построений многоразрядной трилатерации изучены мало. Поэтому,

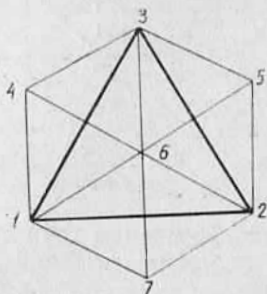


Рис. 1. Двухразрядная трилатерация (модель 1).

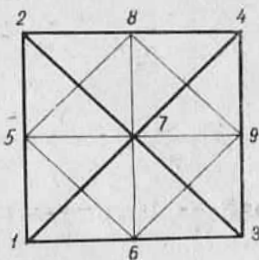


Рис. 2. Двухразрядная трилатерация (модель 2).

продолжая наши исследования по оценке точности сетей многостадийной триангуляции, изложенные в [2—5], в настоящей статье мы ставим задачу реализации строгой оценки точности двух- и трехразрядных типовых сетей трилатерации и получения по ее результатам соотношений, характеризующих точность слабых элементов в зависимости от точности измерений на каждой стадии построения.

Строгая оценка точности двух- и трехразрядных сетей трилатерации выполнялась на ЭВМ ЕС на моделях построений из равно- сторонних треугольников и геодезических квадратов (рис. 1—4), которые могут применяться в геодезической практике при проектировании инженерно-геодезических сетей. В качестве исходных во всех моделях приняты пункты 1 и 2. Длины сторон в первой модели равны 3 и $\sqrt{3}$ км, во второй — 4 и 2 км, в третьей — 3, $\sqrt{3}$ и 1 км, в четвертой — 4, 2 и 1 км. Оценка положения всех пунктов m_p , длин линий m_s и дирекционных углов m_α проведена с учетом того, что средняя квадратическая ошибка линейных измерений m_s зависит от длины S измеряемых линий. Эта зависимость при ис-

пользовании электронных дальномеров обычно имеет вид уравнения регрессии

$$\mu_S = a + bS \cdot 10^{-6}, \quad (1)$$

где a — постоянное слагаемое ошибки; b — коэффициент. В этом случае для многоразрядной трилатерации представляет интерес получение простых формул, которые позволяют предвычислить точность слабых ее элементов в зависимости от постоянных a и b ре-

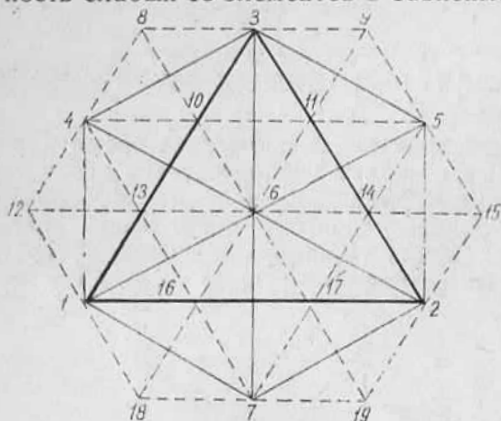


Рис. 3. Трехразрядная трилатерация (модель 3).

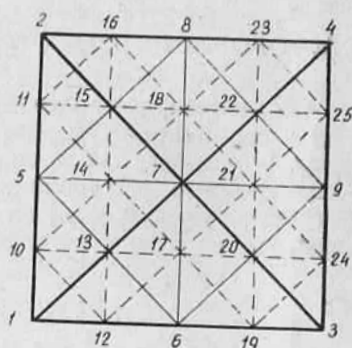


Рис. 4. Трехразрядная трилатерация (модель 3).

грессии прибора. По результатам строгой оценки точности всех моделей (табл. 1) получены следующие линейные зависимости.

Двухразрядная сеть (модель 1)

$$\begin{aligned} m_p &= 1,31a + 0,94bS, \\ m_s &= 0,9a + 0,53bS, \\ m_\alpha &= 1,37a + 0,87bS. \end{aligned} \quad (2)$$

Двухразрядная сеть (модель 2)

$$\begin{aligned} m_p &= 1,43a + 0,97bS, \\ m_s &= 0,83a + 0,44bS, \\ m_\alpha &= a + 0,65bS. \end{aligned} \quad (3)$$

Трехразрядная сеть (модель 3)

$$\begin{aligned} m_p &= 1,67a + 0,67bS, \\ m_s &= 0,88a + 0,3bS, \\ m_\alpha &= 2,24a + 0,87bS. \end{aligned} \quad (4)$$

Трехразрядная сеть (модель 4)

$$\begin{aligned} m_p &= 1,51a + 0,56bS, \\ m_s &= 0,82a + 0,22bS, \\ m_\alpha &= 1,8a + 0,58bS. \end{aligned} \quad (5)$$

Результаты оценки точности многогранной трилатерации

Номер группы	a	b	Модель 1			Модель 3			μ_S	Модель 2			Модель 4		
			m_{P_1} , CM	m_{S_1} , CM	m_{α_1} , ...	m_{P_2} , CM	m_{S_2} , CM	m_{α_2} , ...		m_{P_3} , CM	m_{S_3} , CM	m_{α_3} , ...	m_{P_4} , CM	m_{S_4} , CM	m_{α_4} , ...
	1	1	4,1	2,5	4,0	3,7	1,8	4,9	5	5,3	2,6	3,6	3,8	1,7	4,1
1	1	3	9,8	5,7	9,2	7,7	3,6	10,0	13	13,1	6,2	8,8	8,2	3,5	8,8
	1	5	15,4	8,9	14,3	11,6	5,4	15,2	21	20,8	9,7	14,0	12,7	5,2	13,4
	2	1	5,5	3,4	5,3	5,3	2,7	7,1	6	6,8	3,5	4,6	5,3	2,5	5,9
2	2	3	11,1	6,6	10,6	9,4	4,5	12,3	14	14,5	7,0	9,8	9,8	4,3	10,6
	2	5	16,8	9,8	15,7	13,3	6,3	17,5	22	22,3	10,6	15,0	14,3	6,1	15,3
	3	1	6,7	4,3	6,7	7,0	3,6	9,4	7	8,2	4,3	5,6	6,7	3,3	7,7
3	3	3	12,4	7,5	11,9	11,0	5,4	14,6	15	16,0	7,9	10,8	11,3	5,1	12,4
	3	5	18,1	10,7	17,1	15,0	7,2	19,8	23	23,8	11,4	16,0	15,8	6,9	17,1

В полученных зависимостях (2)—(5) параметр S — измеренное расстояние в сети первой ступени построения. Приведенные формулы позволяют по заданным параметрам уравнения регрессии свето- или радиодальномера и по заданному измеренному расстоянию предвычислить точность слабых элементов сетей трилатерации, созданной в несколько очередей. В табл. 2 приведенные формулы проверяли путем сравнения значений оцениваемых величин по результатам строгой оценки точности и вычислений по предло-

Проверка формул (2)—(5)

Таблица 2

а	б	Модель 1		Модель 2		Модель 3		Модель 4	
		$m_{p'}$	см	m_{S_2}	см	m_{α_2}	...	$m_{p'}$	см
		по формуле	строго	по формуле	строго	по формуле	строго	по формуле	строго
1	2	7,0	6,9	4,4	4,4	7,5	7,4	6,0	6,0
1	5	15,4	15,4	9,6	9,7	15,3	15,3	12,7	12,7
2	1	5,4	5,5	3,4	3,5	7,1	7,1	5,3	5,3
2	4	13,9	13,9	8,7	8,8	14,9	14,9	12,0	12,0
3	3	12,4	12,4	7,8	7,9	14,6	14,6	11,3	11,3
3	5	18,1	18,1	11,3	11,4	19,8	19,8	15,7	15,8

женным выражениям. Анализ результатов, полученных в табл. 2, показывает, что погрешность найденных формул не превышает 1%.

Однако реальные многоуровневые плановые сети могут отличаться от идеальных моделей. Поэтому поставлена задача выявления степени расхождения оценки точности моделей 1—4 от реальных геодезических построений. Для этого использован метод статистического моделирования. Каждая из рассматриваемых моделей искажалась по случайному закону путем подключения к рабочему алгоритму датчика случайных чисел — программа GAUSS (i, A, h, v). С помощью этого датчика вырабатывались случайные числа v_x и v_y со средним квадратическим размахом h и математическим ожиданием $A=0$. С учетом v_x и v_y получены координаты пунктов идеальных моделей, соответствующие значению искажения $h = j \cdot 40$ м ($j=1, 2, 3, 4, 5, 6$). Таким образом, для всех исследуемых моделей в нескольких вариантах найдены оценочные параметры, которые сравнивали с соответствующими им значениями для идеальной модели. Конечно, чем больше h , тем больше различие в геометрии реальных сетей и моделей и тем значительнее расхождение в оценке точности рассматриваемых построений. Как показали исследования, при $h=240$ м погрешность априорной оценки не превышает 17%, что вполне приемлемо для целей проектирования.

Приведем примеры, интерпретирующие применение формул в практике предвычисления точности многостадийных линейных построений.

Пример 1. Проектом предусмотрено развитие двухступенчатого геодезического обоснования по методу трилатерации с использованием светодальномера СТ-65. Сеть построена из геодезических квадратов (см. рис. 2). Необходимо выполнить априорную оценку точности слабых элементов запроектированного построения.

Исходными данными для расчета точности являются коэффициенты уравнения регрессии прибора ($a=1,5$, $b=3$) и средняя длина измеряемой стороны в сети первого разряда $S=4,8$ км. В этом случае по формуле (3) получаем $m_p=16,1$ см, $m_s=7,6$ см, $m_\alpha=10,9''$.

Пример 2. При проектировании трехразрядной трилатерационной сети (см. рис. 3) следует обеспечить абсолютную ошибку в положении пункта в наиболее слабом месте построения $m_p=14$ см и ошибку в измерении стороны $m_s=6,5$ см. Средняя длина измеряемой стороны в первом разряде $S=3,4$ км. Требуется выбрать оптимальный по точности и дальности действия тип светодальномера.

Для расчета используем формулы (4). Подставляя в них известные по условию значения m_p , m_s и S , имеем систему уравнений вида

$$1,67a + 2,28b = 14,$$

$$0,88a + 1,02b = 6,5,$$

решая которую, получаем $a=1,72$, $b=4,88$. Найденным коэффициентам регрессии a и b прибора удовлетворяют технические характеристики светодальномера КДГ-3, для которого, согласно паспорту, $a=1,5$, $b=5$.

В практике проектирования многоразрядных геодезических сетей широко применяется методика, разработанная проф. Н. Н. Лебедевым. В соответствии с этой методикой ошибку слабого элемента последней ступени можно получить по формуле

$$M^2 = \sum_1^n m_i^2, \quad (6)$$

где m_i — средняя квадратическая ошибка слабого элемента i -й ступени геодезического обоснования относительно исходных пунктов; n — количество стадий построения. В [4] показано, что проектирование многоразрядных триангуляционных сетей, в соответствии с (6), дает заниженные результаты оценки точности и приводит к существенным ее искажениям. Из [1] видно, что эти искажения имеют место вследствие неучета корреляционных связей, возникающих при уравнивании сети между пунктами высших классов. Поэтому в [1] рекомендуется для повышения качества проектирования применять строгие методы оценки точности, основанные на использовании корреляционных матриц исходных пунктов. Однако использование этих матриц, даже при наличии ЭВМ, является сложным вычислительным процессом. Исходя из этого, в [5] для многоразрядной триангуляции получено соотношение, обобщающее формулу (6) и позволяющее при оценке проектов учитывать корреляцию между ошибками исходных данных. Применительно к двухразрядным сетям триангуляции указанное соотношение имело вид [5]

$$M^2 = (m_1^2 + m_2^2) - \frac{\mu_1}{\mu_2} m_1 m_2, \quad (7)$$

где m_i — средние квадратические ошибки оцениваемых параметров сети; μ_i — средние квадратические ошибки измерений. В рам-

ках исследований, изложенных в настоящей статье, формула (7) апробирована на двухрядных сетях трилатерации (см. рис. 1, 2). Для трехрядных построений трилатерации (см. рис. 3, 4) в результате анализа установлены зависимости вида:

модель 3

$$M^2 = (m_1^2 + m_2^2 + m_3^2) - \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} m_1 m_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3} m_1 m_3 + \frac{\mu_2}{\mu_3} m_2 m_3 \right); \quad (8)$$

модель 4

$$M^2 = (m_1^2 + m_2^2 + m_3^2) - \frac{1}{\sqrt{1,8}} \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} m_1 m_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3} m_1 m_3 + \frac{\mu_2}{\mu_3} m_2 m_3 \right). \quad (9)$$

В табл. 3 фрагментарно приведены результаты расчетов по формулам (7)–(9), которые сравнивались с соответствующими результатами, полученными из строгого оценивания и по формуле (6). Из анализа представленных в табл. 3 данных следует:

1) искажения оценки точности по общепринятой методике (формула (6)) составляет 40...100% для двухступенчатых сетей трилатерации и 50...200% для трехстадийных линейных построений в зависимости от соотношения точности измерений. Таким об-

Таблица 3

Предвычисление точности многорядной трилатерации

a	b	μ_1	μ_2	μ_3	m_1 , см	m_2 , см	m_3 , см	M_p , см			Ошибки формул, %	
								по формуле (6)	по формулам (7)–(9)	строго	(6)	(7)–(9)
Двухрядные сети												
Модель 1												
1	3	10	6,2	—	16,3	7,7	—	18,1	11,1	9,8	84,7	13,3
1	5	16	9,7	—	26,1	12,1	—	28,8	17,5	15,4	87,0	13,6
2	2	8	5,5	—	13,1	6,8	—	14,7	9,3	8,3	77,1	12,0
3	4	15	9,9	—	24,5	12,4	—	27,5	17,2	15,3	80,3	13,1
Модель 2												
1	2	9	5	—	16,8	6,0	—	17,9	11,8	9,2	94,5	28,3
1	3	13	7	—	24,5	8,4	—	25,9	17,0	13,1	97,7	29,8
2	1	6	4	—	10,8	4,6	—	11,8	8,0	6,8	73,5	17,6
3	2	11	7	—	20,0	8,1	—	21,6	14,5	12,1	78,5	19,8
Трехрядные сети												
Модель 3												
1	1	4	2,7	2	6,5	3,4	2,5	7,8	4,0	3,7	110,8	8,1
1	5	16	9,7	6	26,1	12,1	7,5	29,7	14,1	11,6	156,0	21,6
3	3	12	8,2	6	19,6	10,2	7,5	23,3	12,1	11,0	111,8	10,0
3	5	18	11,7	8	29,4	14,5	9,9	34,3	17,1	15,0	128,7	14,0
Модель 4												
1	2	9	5	3	16,8	6,0	3,5	18,2	6,4	6,0	203,3	6,7
1	4	17	9	5	32,1	10,9	5,8	34,4	11,5	10,5	227,6	9,5
2	5	22	12	7	41,3	14,4	8,1	44,5	15,4	14,3	211,2	7,7
3	4	19	11	7	35,3	13,0	8,0	38,4	14,1	13,6	182,4	3,7

разом, предвычисление точности многоэрядной трилатерации по формуле (6) вряд ли можно считать обоснованным;

2) результаты оценки точности типовых построений многоступенчатой трилатерации по формулам (7)–(9) приближаются к строгим. Поэтому их можно рекомендовать при проектировании трилатерационных сетей, создаваемых в несколько очередей. При этом следует учитывать, что в отличие от общепринятой методики математическую обработку проектируемых сетей следует выпол-

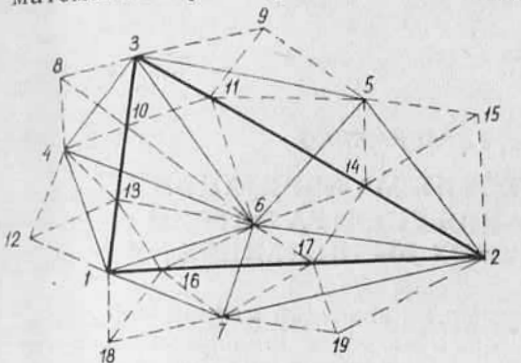


Рис. 5. Схема произвольного трехэрядного построения трилатерации.

приведенным в современной инструктивной литературе для сетей одного порядка точности [6].

В заключение наших исследований на реальной сети трехступенчатой трилатерации (рис. 5), длины линий которой колеблются в диапазоне от 400 до 3500 м, апробирована формула (8). Как видно из табл. 4, предлагаемую методику предвычисления точности многоэрядных сетей трилатерации можно рекомендовать и для построений, геометрия которых отличается от моделей.

Проверка формулы (8)

Таблица 4

a	b	μ_1	μ_2	μ_3	m_1 , см	m_2 , см	m_3 , см	M_p , см			Ошибки формул, %	
								по формуле (6)	по формуле (8)	строгое	(6)	(8)
1	0	1	1	1	1,6	1,4	1,4	2,6	1,7	1,6	60,4	4,4
1	4	13	7,9	5	20,2	11,4	7,1	24,2	8,9	9,8	146,7	9,4
3	5	18	11,7	8	27,9	16,8	11,4	34,5	14,1	15,4	124,3	8,5

1. Визгин А. А., Лукин А. С. Влияние ошибок исходных данных при поэтапном построении и уравнивании геодезических сетей // Применение инженерной геодезии в транспортном строительстве. 1976. Вып. 178. С. 17–29. 2. Виленский В. А., Ходоров С. Н. Оценка точности и проектирование многоэрядной триангуляционной сети. К., 1984. С. 7. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 2207 Ук-84. 3. Виленский В. А., Ходоров С. Н. Учет соотношения точностей измерений при проектировании многоэрядной триангуляционной сети. К., 1984. С. 8. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 1771 Ук-84. 4. Виленский В. А., Ходоров С. Н. К вопросу о методике проектирования многоэрядного геодезического обосно-

вания. К., 1984. С. 7. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 1774 Ук-84. 5. Виленский В. А., Ходоров С. Н. Исследования по методике проектирования сетей сгущения. К., 1984. С. 8. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 1775 Ук-84. 6. Руководство по расчету точности геодезических работ в промышленном строительстве. М., 1979.

Статья поступила в редколлегию 26.12.85