

Как показали вычисления, проводимые по реальным данным, эти методы аппроксимации функции $f(x)$ дают одинаковые в пределах точности результаты. Однако предпочтение нужно отдать Чебышевскому приближению, поскольку отпадает необходимость вычислять полиномы Чебышева и аппроксимации функции $f(x)$ можно осуществлять с достаточной для практики точностью даже для случая неравноотстоящих друг от друга узлов.

Применяя некоторые характерные грунтовых реперов и марок осадок некоторых комплексов промплощадки яворовского производственного объединения «Сера».

По полученным в результате наблюдений отметкам реперов и марок необходимо определить эти отметки для других циклов. Для выполнения прогноза осадок проанализированы результаты наблюдений семидлительных циклов и выбраны характерные марки и грунтовые реперы, отметки которых изменяются в пределах 23...73 мм. Следует указать, что наблюдения за осадками в циклах проводились не через равные промежутки времени. Для решения задачи прогнозирования осадок методом равномерной аппроксимации использована программа на алгоритмическом языке «Бейсик» и вычисления выполнены на ЭВМ СМ-4 [6]. Программа состоит из следующих этапов:

- 1) нахождение с наименьшей абсолютной погрешностью, приближения вида
$$S_m(x) = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots + A_mx^m;$$
- 2) выбор начального приближения;
- 3) решение задачи Чебышевской интерполяции;
- 4) нахождение максимального отклонения;
- 5) изменение номеров точек альтернанса;
- 6) результаты прогнозирования.

По результатам прогнозирования получаем значение отметки репера или марки на определенном момент времени цикла наблюдений, а также значение коэффициентов формулы (1). Анализ результатов счета приближений показал, что для достижения необходимой точности прогноза можно ограничиться полиномами шестой степени. В таблице приведены отметки характерных грунтовых реперов и марок по результатам прогнозирования и геодезическим наблюдениям.

По данным таблицы видно, что отклонения наблюдаемых значений отметок характерных грунтовых реперов и марок от прогнозных могут достигать 4...5 мм. Если учесть точность наблюдений в 2 мм, то можно отметить, что точность прогноза превышает точность наблюдений в два раза. Точность прогнозирования можно улучшить, если увеличить степень полинома на один-два порядка.

Таким образом, составленную программу приближенного построения полинома наилучшего равномерного приближения на алгоритмическом языке «Бейсик» можно использовать при прогнозировании осадок для случая неодинаковых периодов времени

между циклами наблюдений. Для улучшения точности прогнозирования осадок целесообразно использовать информацию о геодезических наблюдениях последних 10—15 циклов и увеличить степень полинома. По результатам выполненного прогнозирования можно получить информацию о предполагаемой периодичности геодезических наблюдений за осадками.

Сравнение наблюдаемых и прогнозируемых отметок характерных грунтовых реперов и марок (H в м)

Название реперов и марок	Циклы наблюдений					
	18	19	20	21	22	
	наблюдения отметка	прогнозируе- мая отметка	наблюдения отметка	прогнозируе- мая отметка	наблюдения отметка	прогнозируе- мая отметка
Грунтовые реперы						
A	262,567	262,566	262,566	262,568	262,564	262,568
B	261,206	261,206	261,206	261,207	261,204	261,209
C	259,167	259,168	259,166	259,168	259,164	259,168
Марки						
a	265,962	265,963	265,961	265,963	265,959	265,963
b	265,928	265,930	265,928	265,931	265,925	265,928
c	265,050	265,051	265,052	265,052	265,052	265,055

1. Бахалов Н. С. Численные методы. М., 1973. 2. Березин Н. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. М., 1960. 3. Болдов И. Ф. Геодезические работы при строительстве и испытании крупных сооружений. М., 1984. 4. Гавишин В. Н., Стороженко А. Ф., Ивкин А. Г. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов. М., 1981. 5. Монадильов Б. Р., Попов Б. А. Наилучшие приближения табличных функций (алгоритмы и программы). К., 1973. Ч. 1. 2. 6. Николаев С. А. Статистические исследования осадок нижеуровневых сооружений. М., 1983.

Статья поступила в редакцию 30.12.85

Э. М. ЕВСЕЕВА, В. В. КИРИЧУК

О МЕТОДАХ ВЫДЕЛЕНИЯ ТРЕНДОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ СОВРЕМЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ

УДК 551.24:528.48

В настоящее время большое развитие получили комплексные исследования различных по физической природе полей Земли на основе всевозрастающего объема количественной информации самого различного вида и формы.

Исучаемые явления в достаточной мере сложны и судить о них можно лишь по совокупности косвенных признаков, так что адекват-

ватное описание глубинных процессов, являющихся источниками конкретных физических полей, требует одновременного учета сопряженных вариаций многих переменных, что немалосильно без обращения к современному аппарату математической статистики и вычислительной математики.

Весь геологический опыт косвенно свидетельствует о реальной корреляционной связи между разнотипными характеристиками глубинного строения Земли и протекающих в ее недрах процессов, фиксируемыми в результате исследований в виде ее физических полей: гравитационного, теплового, электромагнитного, рельефа, геологических структур и скоростей современных вертикальных движений земной коры*.

К математической модели, применяемой для описания физических полей Земли, являющихся в совокупности плохоорганизованными системами, т. е. системами, для описания которых приходится учитывать действия очень многих разнородных факторов, отражающих различные по своей природе, но тесно взаимодействующие друг с другом процессы, должны предъявляться особые требования.

Математическую модель нужно строить на основе всестороннего анализа поведения системы и широкого использования проверенных ранее статистических исследований. Она должна быть достаточно полной, чтобы адекватно описывать систему, но и достаточно простой, чтобы получаемые алгоритмы можно было эффективно реализовать на ЭВМ.

Одной из таких математических моделей является коллокация по методу наименьших квадратов, получившая в научной литературе название средней квадратической коллокации.

Как известно [9], математическая модель этого метода представлена уравнением:

$$l = At + s + n, \quad (1)$$

где A — известная матрица перехода; l — вектор параметров, определяющих основные особенности данного поля; s — вектор измерений; n — вектор случайных флуктуаций данного поля, обусловленных воздействием неучитываемых детерминированной параметрической частью At многочисленных факторов, в дальнейшем называемых сигналом; n — вектор ошибок результатов, измерений, в дальнейшем называемый вектором шума. Причем обязательно выполнение условий

$$M[s] = 0, \quad M[n] = 0. \quad (2)$$

Таким образом, измерительная информация (вектор l) о некотором физическом поле содержит детерминированную часть — трендовую составляющую At и две случайные составляющие: сигнал s и шум n . Никаких ограничений на непрерывность сигнала

* В наших рассуждениях о физических полях мы исходим из следующего положения: «Каждое физическое явление, происходящее в пространстве и времени, образует физическое поле» [6, с. 122].

s не накладываемся, т. е. он существует сам по себе, независимо от процесса измерений (сбора информации) в соответствии с поведением изучаемого физического поля. Это условие позволяет использовать модель (1) для целей интерполяции и прогноза.

Решение (1) под условием

$$[(s+n)^T](s+n) = \min$$

приводит к

$$l = (A^T C^{-1} A)^{-1} A^T C^{-1} l, \quad (4)$$

$$\bar{C} = C + D,$$

$$s = C s_0, \bar{C}^{-1} (l - At)$$

или, если есть основания для априорного выделения трендовой составляющей At из вектора измерений l , к

$$s = C s_0, \bar{C}^{-1} x, \quad (5)$$

$$x = l - At.$$

Решения (4) или (5) имеют смысл лишь в том случае, если известны матрицы C и $C s_0$ (матрица D — дисперсионная матрица шума известна *a priori*). Проективные матрицы C и $C s_0$ — базовые в методе средней квадратической коллокации, а функции, с помощью которых определяются элементы указанных матриц, — базовые функции этого метода.

В зависимости от вида базовых функций можно говорить о статистической и аналитической коллокации. В обосновании статистической коллокации лежит представление о сигнальной составляющей изучаемого физического поля, как о реализации некоторого случайного процесса, свойства которого зависят от природы изучаемого процесса, в пространстве или во времени. Поэтому базовые функции статистической коллокации — ковариационные функции, адекватно представляющие математическую структуру изучаемого физического поля посредством закона распределения ковариаций.

Если же базовые функции, из которых выводятся элементы матриц C и $C s_0$, — априорно заданные аналитические функции с определенными свойствами, то имеет место аналитическая коллокация.

В настоящее время статистическая и аналитическая коллокации успешно дополняют друг друга, широко используются при описании гравитационного поля Земли, так как благодаря особенностям физического происхождения гравитационного поля для его описания есть адекватный математический аппарат — аналитическая теория потенциала. В отличие от этого при описании полей скоростей современных вертикальных движений земной поверхности используется, как правило, только статистическая коллокация, что вполне естественно, поскольку не существует сейчас и вряд ли можно ожидать в будущем появления аналитической теории движений земной коры.

В обосновании применения статистической коллокации для описания поля скоростей современных вертикальных движений земной поверхности лежат следующие предпосылки [1]: 1) вертикальные смещения земной коры — результат суммарного действия множества факторов, проявляющегося в суперпозиции движений различного порядка, разного знака и на различных уровнях; 2) поле скоростей СВДЗП можно рассматривать как реализацию двумерного случайного процесса на плоскости (или на сфере) в зависимости от площади региона [10].

Таким образом, для описания (интерполяции или прогноза) поля СВДЗП с помощью метода статистической коллокации необходимо *a priori* знать базовую, т. е. ковариационную функцию (КФ) этого поля. В этом состоит и недостаток, и достоинство метода средней квадратической коллокации. Недостаток заключается в том, что для определения КФ поля скоростей СВДЗП необходимо выполнить довольно трудоемкий предварительный статистический анализ имеющейся о нем информации, конечной целью которого является построение эмпирической ковариационной функции (ЭКФ) по известным правилам математической статистики и определение на основании ЭКФ оптимальных значений существенных параметров (кривизну в точке, длину корреляции и дисперсию в точке) модельной ковариационной функции (МКФ). Достоинство выражено возможностью путем предварительного статистического анализа установить структуру изучаемого поля скоростей современных вертикальных движений земной поверхности, неоднородные в статистическом отношении, которые как правило, затем легко интерпретируются с геолого-геоморфологической и тектонической точек зрения.

Прежде чем выполнять предварительный статистический анализ поля скоростей СВДЗП, как и любого другого физического поля, необходимо правильно разделить вектор измерений, т. е. исходную информацию о поле, на случайную и трендовую составляющие.

Поэтому понятия, которые вкладываются в термин «тренд поля», «трендовая составляющая поля» и способы выделения тренда имеют непосредственное отношение к вопросу о структуре и свойствах ковариационных функций, определяемых и используемых при описании различных физических полей Земли вообще и поля СВДЗП в частности, с помощью статистической коллокации. Способ выделения тренда часто оказывает влияние не только на существенные параметры ковариационной функции, определяемые по остаточному (после выделения тренда) полю, но и на вид этой функции. Терминам «тренд поля», «трендовая составляющая процесса» наилучшим образом соответствует понятие детерминированной, из-за сложности изучаемой системы трудно описываемой адекватными функциональными зависимостями связи между основными параметрами данного явления, процесса.

На наш взгляд, есть три метода выделения трендовой составляющей физических полей:

1) модельный (параметрический) метод, учитывающий в той или иной степени физику изучаемого явления, причем тем точнее,

чем больше число параметров привлекается для построения модели;

2) формально-математический метод, в котором исходная информация об изучаемом явлении аппроксимируется под тем или иным условием стандартными аналитическими функциями без учета физики этого явления;

3) статистический метод, в основе которого лежит отождествление статистической структуры информации об изучаемом физическом поле с реальными структурами других физических полей различных уровней.

Сложность в выборе адекватной (в смысле соответствия внутренним путем развития системы) функциональной зависимости, т. е. сложность построения параметрической модели привела к тому, что во главу угла при решении вопроса о выделении тренда зачастую ставится эффективность используемого для этих целей математического аппарата с формальной точки зрения — экономии вычислительных затрат. Можно привести немало примеров, когда совершенно различные по физической природе поля подвергались выделению тренда формально-математическими методами с помощью полиномов различных степеней, степень которых выбирается субъективно и часто приводит к плохому обусловленным неустойчивым решениям; гармонического анализа, в котором зачастую периоды связываются не с реальным спектром амплитуд изучаемого процесса, а определяются прежде всего частотой (периодичностью) опроса изучаемого процесса.

В работе по применению статистической коллокации для интерпретирования и прогноза поля скоростей СВДЗП, как правило, применяются формально-математические методы выделения тренда [3—5]. Вид ЭКФ, построенных по полю остаточных уклонов, и следовательно, параметры и вид МКФ изменяются в широком диапазоне, а вопрос о структуре и свойствах данных функций остается открытым. Это позволило ряду авторов, в частности Мейеру [8], вполне справедливо заметить, что некоторые из получаемых таким образом КФ фактически совпадают с корреляционными функциями ошибок исходной информации (повторных нивелировок) и ни в коей мере не соответствуют статистической структуре поля скоростей СВДЗП.

Можно проиллюстрировать возникновение такой ситуации при формально-математическом методе выделения трендовой составляющей из исходной информации на примере выделения ее из результатов лазерной локации ИСЗ, рассматриваемых как реализация одномерного случайного процесса, с помощью полиномиальной аппроксимации исходной информации (Н—В)* (см. рисунок, а, б, в, г при $n=0, 1, 2, 3$). Последняя ЭКФ на рисунке наилучшим образом соответствует ковариационной функции «белого шума», т. е. погрешностей лазерной локации.

Таким образом, вопросы оптимальных методов выделения тренда из поля скоростей СВДЗП требуют исследований, конкретно

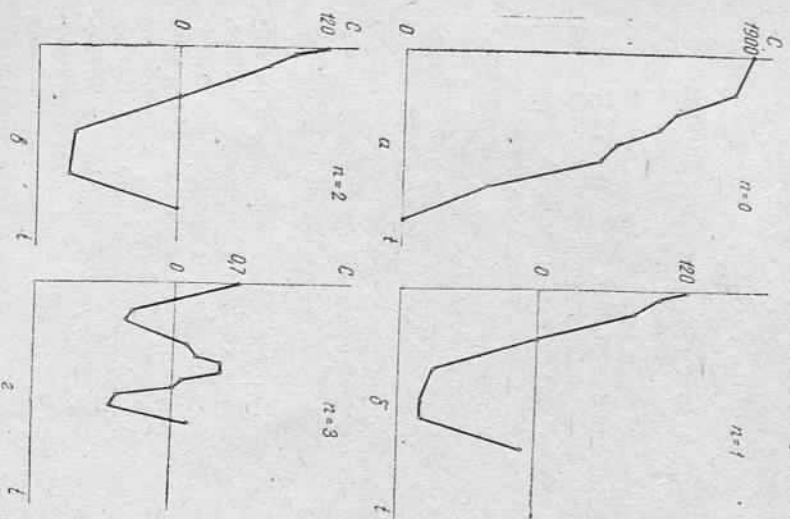
* (Наблюденные — вычисленные)

привязанных к типу и природе изучаемого явления. Их решение должно быть увязано как с целенаправленностью исследований (именно: прикладной, общенаучной и т. д.), так и с требуемой постановке задачи детализацией знаний об изучаемом поле. Оптимальный метод выделения тренда должен отвечать следующим требованиям.

1. Максимальным образом учитывать объективно существующие в природе множественные физические связи между отдельными элементами системы в процессе их непрерывного развития во времени и пространстве.

2. Обеспечивать получение остаточного поля, которое в действительности является отражением второстепенных косвенных факторов на развитые системы, а не проявлением белого шума, аппаратурной неточности и т. п. Только в этом случае ЭКФ действительно будут отражать реальную статистическую структуру физического поля.

Один из возможных вариантов такого оптимального метода выделения тренда из поля скоростей СВДЗП в рамках класса статистических методов рассмотрен нами на материалах поля скоростей СВДЗП Карпато-Балканского региона



Зависимость ЭКФ от степени полноты аппроксимации.

(КБР) [2].

В основе этого метода лежит предположка (допущение), что изменение статистической структуры поля скоростей СВДЗП, в зависимости от степени его сглаживания с помощью последовательного усреднения, является индикатором масштабовности протирания и глубины процессов дифференциации материала Земли, ответственных за общие тенденции движений земной поверхности в радиусе усреднения.

Исходной информацией послужило поле скоростей СВДЗП Карпато-Балканского региона, представленные их значениями, отнесенными к центрам площадок $0,25 \times 0,25$, построенное на основании карты [7]. Последовательное сглаживание исходного поля осуществлялось двумя методами — усреднением со скользким

центром и усреднением со скользким радиусом соответственно площадок $0,75 \times 0,75$; $1,25 \times 1,25$; $2,25 \times 2,25$; $4,25 \times 4,25$; $8,25 \times 8,25$. Как показало дальнейшее сравнение, оба метода сглаживания практически приводят к одному и тому же результату. Анализ полученных данных выполнен исходя из того известного факта, что любые физические поля (каковым является и поле скоростей СВДЗП), будучи сглаженными (усредненными), представляют собой уже новые поля, структура которых зависит от процесса более масштабных и более удаленных от рассматриваемой поверхности, что соответствует отражению в скоростях СВДЗП «многотажности» процесса дифференциации материала Земли.

В основу представления поля скоростей СВДЗП, как случайного поля, в виде реализации случайного процесса на плоскости лежит допущение, что этот процесс эргодичен. Последовательное сглаживание такого поля сопровождается главным уменьшением его основных статистик, которые должны стремиться к постоянным значениям (в частном случае к нулю) при возрастании размеров области усреднения. Фактически же обнаружено аномальное поведение этих статистик — при сохранении общей нормальной тенденции обнаружены их скачкообразные изменения, соответствующие радиусам усреднения $1,25$ и $4,25$, что свидетельствует об изменении статистической структуры соответствующих сглаженных полей, вызванном тем, что в первом случае получено поле скоростей СВДЗП, в котором преимущественно отразились движения блоков размером порядка 120×120 км, а во втором — движения блоков размером 480×480 км. Дальнейшее сопоставление карт скоростей СВДЗП, построенных по этим сглаженным полям с геолого-геоморфологическими структурами и тектонической историей развития КБР, позволило установить:

поле скоростей СВДЗП, сглаженное по площадкам $4,25 \times 4,25$, отражает вертикальные движения, связанные с таким этапом тектонического развития КБР, когда закладывались основные структурные элементы, наметившие главную морфологию земной поверхности;

поле скоростей СВДЗП, сглаженное по площадкам $1,25 \times 1,25$, в целом отражает неотектонические движения;

аномальные изменения основных статистик этих вариантов сглаженных полей скоростей СВДЗП, отражающие изменения их статистической структуры и их взаимосвязь с геоморфологическими и тектоническими структурами позволяет рассматривать эти сглаженные поля как трендовые составляющие исходного поля скоростей СВДЗП, поскольку они отражают такие события в тектонической истории региона, которые, во-первых, построили его современную морфологию и, во-вторых, наметили дальнейшее развитие всех структур, проявляясь до сих пор в динамике всего региона; таким образом, можно говорить о некоей «нерархич» трендов в региональном поле скоростей СВДЗП;

остаточное (после выделения из исходного указанных трендовых составляющих) поле скоростей СВДЗП с точки зрения тектонических характеристик и геоморфологических структур отражает

совокупную современную активизацию Карпато-Валканского региона и может использоваться в качестве исходной информации при интерполировании и прогнозе СВДЗП методом средней квадратической коллокации с целью последующего его картоирования.

1. *Белоусов В. В.* Основы геотектоники. М., 1975. 2. *Евсеева Э. М., Курциук В. В.* Статистический анализ поля современных вертикальных движений земной коры Карпато-Валканского региона и активные глубинные структуры. К., 1986. С. 20. Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 256 Ук-Д86. 3. *Курциук В. В., Скрыль В. А.* Предварительный статистический анализ поля вертикальных движений земной коры. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотогиземка, 1979. Вып. 1. С. 60—64. 4. *Курциук В. В., Скрыль В. А.* О нестационарности скоростей современных вертикальных движений земной коры // Геодезия, картография и аэрофотогиземка, 1980. Вып. 31. С. 53—56. 5. *Курциук В. В., Скрыль В. А.* Статистический анализ поля скоростей современных вертикальных движений земной коры Восточной Европы // Современная геодезия и деформации земной коры на геодинамических полигонах. М., 1983. С. 148—150. 6. *Мазинский А. И.* Способ наименьших квадратов. М., 1968. 7. *Юо I (Ed.)* The map of recent vertical movements of the Carpathian—Balkan region. Vidarrest, 1979. 8. *Meier S.* Signifikanzprüfung resenter vertikaler Erdschichtenbewegungen mit Hilfe von Korrelationsfunktion // Götlands Veitstag Geophysik. Leipzig, 1984. V. 93. № 5. S. 379—391. 9. *Moritz H.* Least-squares collocation // Publ. Dept. Geod. Komm., A., 1973. V. 75. P. 91. 10. *Moritz H.* Statistical foundation of collocation // Rep. of Geod. Sci., Ohio State Univ. 1978. P. 75.

Статья поступила в редакцию 20. 01. 86

УДК 528.48+621.311.21

ИБРАГИМ СЕИД АБД ЭЛЬМЕНЕИМ

ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СОСТАВЛЕНИЯ ПРОЕКТА АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ АРЕ

Опорные геодезические сети в Египте целесообразно создавать в виде цепей триангуляции, образующих единую систему замкнутых полигонов. Общее направление таких цепей, расположенных в них базисов и пунктов Лапласа показано на рисунке.

Длины сторон треугольников проектной сети 25... 40 км, значения горизонтальных углов в среднем 60°. Сеть составлена на карте масштаба 1:100000. Всего запроектировано 406 пунктов. Цель данной статьи — исследование точностных характеристик проекта, включающее предвычисление средних квадратических ошибок длин, замыкающих между базисными сторонами, погрешностей сдвигов этих замыкающих и их дирекционных углов. Выбраны эти параметры потому, что они определяют как точность взаимного положения пунктов, так и влияние ошибок исходных данных на последующие построения.

Для получения исходной информации о сети были сняты прямоугольные координаты *x*, *y* всех пунктов. В дальнейшем их считали истинными величинами. По ним вычислены дирекционные

углы направлений. Расчеты произведены в следующей последовательности.

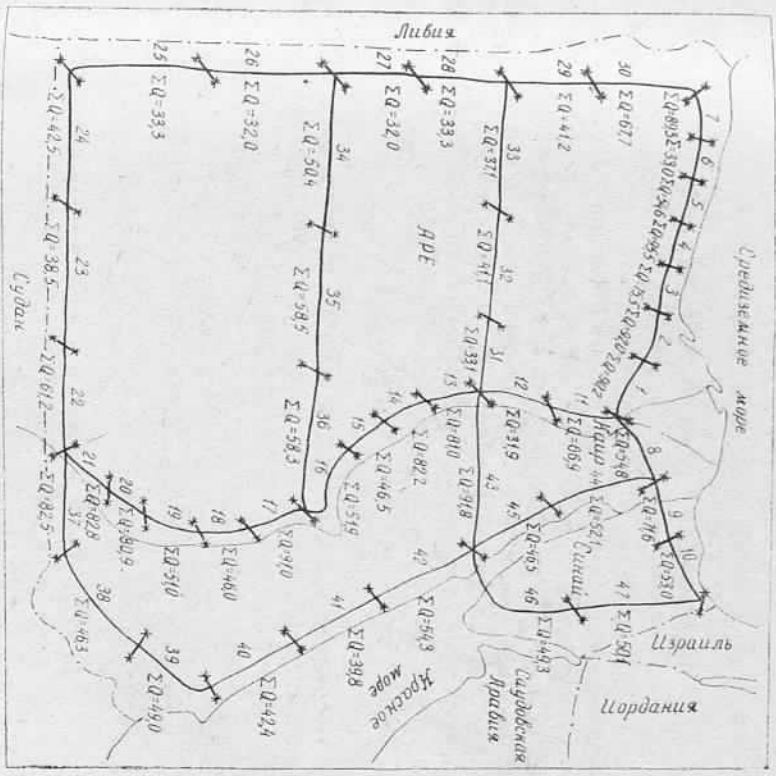
По координатам *x* и *y* вычислены дирекционные углы сторон α триангуляционной сети с точностью до 0,01" по формуле

$$\alpha = \arcsin \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Используя те же *x* и *y*, по формуле

$$S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

определены длины всех сторон. Полученные таким путем α и *S* также считали истинными величинами.



Обратные веса звеньев проекта АГС Египта
 — пункт Лапласа; — базисная сторона; - - - - госгидр-стенная граница. М 1:4000000.

Оценка качества геометрического построения триангуляции 1-го класса. Ранее описанная сеть планируется как триангуляция 1-го класса. При выборе мест размещения базисных сторон в ней необходимо оценить качество геометрического построения каждого звена. Для этого использованы обратные веса *Q* звеньев, явля-