

Э. М. ЕВСЕЕВА, В. В. КИРИЧУК

**О МЕТОДАХ ВЫДЕЛЕНИЯ
ТРЕНДОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ
СОВРЕМЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ
ЗЕМНОЙ КОРЫ**

В настоящее время большое развитие получили комплексные исследования различных по физической природе полей Земли на основе всевозрастающего объема количественной информации самого различного вида и формы.

Изучаемые явления в достаточной мере сложны и судить о них можно лишь по совокупности косвенных признаков, так что адек-

ватное описание глубинных процессов, являющихся источниками конкретных физических полей, требует одновременного учета сопряженных вариаций многих переменных, что немыслимо без обращения к современному аппарату математической статистики и вычислительной математики.

Весь геологический опыт косвенно свидетельствует о реальной корреляционной связи между разнотипными характеристиками глубинного строения Земли и протекающих в ее недрах процессов, фиксируемыми в результате исследований в виде ее физических полей: гравитационного, теплового, электромагнитного, рельефа, геологических структур и скоростей современных вертикальных движений земной коры*.

К математической модели, применяемой для описания физических полей Земли, являющихся в совокупности плохоорганизованными системами, т. е. системами, для описания которых приходится учитывать действия очень многих разнородных факторов, отражающих различные по своей природе, но тесно взаимодействующие друг с другом процессы, должны предъявляться особые требования.

Математическую модель нужно строить на основе всестороннего анализа поведения системы и широкого использования проведенных ранее статистических исследований. Она должна быть достаточно полной, чтобы адекватно описывать систему, но и достаточно простой, чтобы получающиеся алгоритмы можно было эффективно реализовать на ЭВМ.

Одной из таких математических моделей является коллокация по методу наименьших квадратов, получившая в научной литературе название средней квадратической коллокации.

Как известно [9], математическая модель этого метода представлена уравнением:

$$l = At + s + n, \quad (1)$$

где A — известная матрица перехода; t — вектор параметров, определяющих основные особенности данного поля; s — вектор измерений; n — вектор случайных флуктуаций данного поля, обусловленных воздействием неучитываемых детерминированной параметрической частью At многочисленных факторов, в дальнейшем называемых сигналом; n — вектор ошибок результатов, измерений, в дальнейшем называемый вектором шума. Причем обязательно выполнение условий

$$M[s] = 0, \quad M[n] = 0. \quad (2)$$

Таким образом, измерительная информация (вектор l) о некотором физическом поле содержит детерминированную часть — трендовую составляющую At и две случайные составляющие: сигнал s и шум n . Никаких ограничений на непрерывность сигнала

* В наших рассуждениях о физических полях мы исходим из следующего положения: «Каждое физическое явление, происходящее в пространстве и времени, образует физическое поле» [6, с. 122].

s не накладывается, т. е. он существует сам по себе, независимо от процесса измерений (сбора информации) в соответствии с поведением изучаемого физического поля. Это условие позволяет использовать модель (1) для целей интерполяции и прогноза.

Решение (1) под условием

$$[(s+n)^T](s+n) = \min \quad (3)$$

приводит к

$$\begin{aligned} t &= (A^T \bar{C}^{-1} A)^{-1} A^T \bar{C}^{-1} l, \\ \bar{C} &= C + D, \\ s &= C_{ss} \bar{C}^{-1} (l - At) \end{aligned} \quad (4)$$

или, если есть основания для априорного выделения трендовой составляющей At из вектора измерений l , к

$$\begin{aligned} s &= C_{ss} \bar{C}^{-1} x, \\ x &= l - At. \end{aligned} \quad (5)$$

Решения (4) или (5) имеют смысл лишь в том случае, если известны матрицы C и C_{ss} . (матрица D — дисперсионная матрица шума известна *a priori*). Проективные матрицы C и C_{ss} — базовые в методе средней квадратической коллокации, а функции, с помощью которых определяются элементы указанных матриц, — базовые функции этого метода.

В зависимости от вида базовых функций можно говорить о статистической и аналитической коллокации. В обосновании статистической коллокации лежит представление о сигнальной составляющей изучаемого физического поля, как о реализации некоторого случайного процесса, свойства которого зависят от природы изучаемого процесса, в пространстве или во времени. Поэтому базовые функции статистической коллокации — ковариационные функции, адекватно представляющие математическую структуру изучаемого физического поля посредством закона распространения ковариаций.

Если же базовые функции, из которых выводятся элементы матриц C и C_{ss} , — априорно заданные аналитические функции с определенными свойствами, то имеет место аналитическая коллокация.

В настоящее время статистическая и аналитическая коллокации, успешно дополняя друг друга, широко используются при описании гравитационного поля Земли, так как благодаря особенностям физического происхождения гравитационного поля для его описания есть адекватный математический аппарат — аналитическая теория потенциала. В отличие от этого при описании поля скоростей современных вертикальных движений земной поверхности используется, как правило, только статистическая коллокация, что вполне естественно, поскольку не существует сейчас и вряд ли можно ожидать в будущем появления аналитической теории движения земной коры.

В обосновании применения статистической коллокации для описания поля скоростей современных вертикальных движений земной поверхности лежат следующие предпосылки [1]: 1) вертикальные смещения земной коры — результат суммарного действия множества факторов, проявляющегося в суперпозиции движений разного порядка, разного знака и на различных уровнях; 2) поле скоростей СВДЗП можно рассматривать как реализацию двумерного случайного процесса на плоскости (или на сфере) в зависимости от площади региона [10].

Таким образом, для описания (интерполяции или прогноза) поля СВДЗП с помощью метода статистической коллокации необходимо *a priori* знать базовую, т. е. ковариационную функцию (КФ) этого поля. В этом состоит и недостаток, и достоинство метода средней квадратической коллокации. Недостаток заключается в том, что для определения КФ поля скоростей СВДЗП необходимо выполнить довольно трудоемкий предварительный статистический анализ имеющейся о нем информации, конечной целью которого является построение эмпирической ковариационной функции (ЭКФ) по известным правилам математической статистики и определение на основании ЭКФ оптимальных значений существенных параметров (кривизну в точке, длину корреляции и дисперсию в точке) модельной ковариационной функции (МКФ). Достоинство выражено возможностью путем предварительного статистического анализа установить структуры изучаемого поля скоростей современных вертикальных движений земной поверхности, неоднородные в статистическом отношении, которые как правило, затем легко интерпретируются с геолого-геоморфологической и тектонической точек зрения.

Прежде чем выполнять предварительный статистический анализ поля скоростей СВДЗП, как и любого другого физического поля, необходимо правильно разделить вектор измерений, т. е. исходную информацию о поле, на случайную и трендовую составляющие.

Поэтому понятия, которые вкладываются в термин «тренд поля», «трендовая составляющая поля» и способы выделения тренда имеют непосредственное отношение к вопросу о структуре и свойствах ковариационных функций, определяемых и используемых при описании различных физических полей Земли вообще и поля СВДЗП в частности, с помощью статистической коллокации. Способ выделения тренда часто оказывает влияние не только на существенные параметры ковариационной функции, определяемые по остаточному (после выделения тренда) полю, но и на вид этой функции. Терминам «тренд поля», «трендовая составляющая процесса» наилучшим образом соответствует понятие детерминированной, из-за сложности изучаемой системы трудно описываемой адекватными функциональными зависимостями связи между основными параметрами данного явления, процесса.

На наш взгляд, есть три метода выделения трендовой составляющей физических полей:

1) модельный (параметрический) метод, учитывающий в той или иной степени физику изучаемого явления, причем тем точнее,

чем большее число параметров привлекается для построения модели;

2) формально-математический метод, в котором исходная информация об изучаемом явлении аппроксимируется под тем или иным условием стандартными аналитическими функциями без учета физики этого явления;

3) статистический метод, в основе которого лежит отождествление статистической структуры информации об изучаемом физическом поле с реальными структурами других физических полей на различных уровнях.

Сложность в выборе адекватной (в смысле соответствия внутренним путям развития системы) функциональной зависимости, т. е. сложность построения параметрической модели привела к тому, что во главу угла при решении вопроса о выделении тренда зачастую ставится эффективность используемого для этих целей математического аппарата с формальной точки зрения — экономии вычислительных затрат. Можно привести немало примеров, когда совершенно различные по физической природе поля подвергаются выделению тренда формально-математическими методами с помощью полиномов различных степеней, степень которых выбирается субъективно и часто приводит к плохо обусловленным неустойчивым решениям; гармонического анализа, в котором зачастую периоды связываются не с реальным спектром амплитуд изучаемого процесса, а определяются прежде всего частотой (периодичностью) вопроса изучаемого процесса.

В работах по применению статистической коллокации для интерполирования и прогноза поля скоростей СВДЗП, как правило, применяются формально-математические методы выделения тренда [3—5]. Вид ЭКФ, построенных по полю остаточных уклонений, и следовательно, параметры и вид МКФ изменяются в широком диапазоне, а вопрос о структуре и свойствах данных функций остается открытым. Это позволило ряду авторов, в частности Мейеру [8], вполне справедливо заметить, что некоторые из получаемых таким образом КФ фактически совпадают с корреляционными функциями ошибок исходной информации (повторных нивелировок) и ни в коей мере не соответствуют статистической структуре поля скоростей СВДЗП.

Можно проиллюстрировать возникновение такой ситуации при формально-математическом методе выделения трендовой составляющей из исходной информации на примере выделения ее из результатов лазерной локации ИСЗ, рассматриваемых как реализация одномерного случайного процесса, с помощью полиномиальной аппроксимации исходной информации $(H-V)^*$ (см. рисунок, а, б, в, г при $n=0, 1, 2, 3$). Последняя ЭКФ на рисунке наилучшим образом соответствует ковариационной функции «белого шума», т. е. погрешностей лазерной локации.

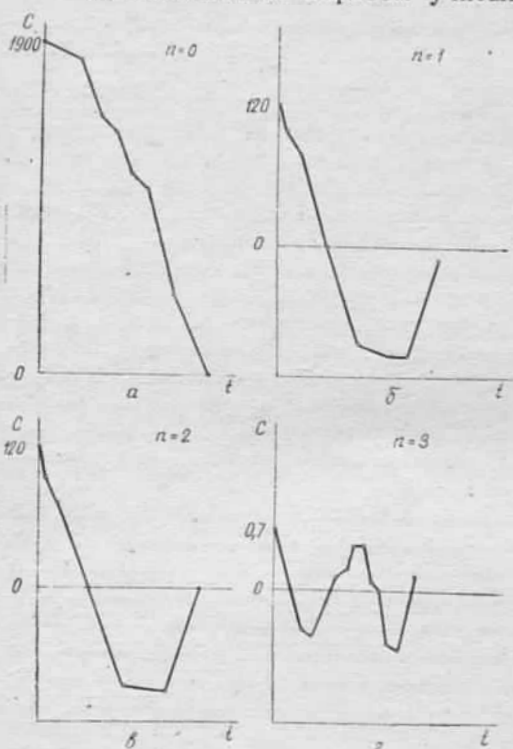
Таким образом, вопросы оптимальных методов выделения тренда из поля скоростей СВДЗП требуют исследований, конкретно

* (Наблюдение—вычисление)

привязанных к типу и природе изучаемого явления. Их решение должно быть увязано как с целенаправленностью исследований (а именно: прикладной, общенаучной и т. д.), так и с требуемой по постановке задачи детализацией знаний об изучаемом поле.

Оптимальный метод выделения тренда должен отвечать следующим требованиям.

1. Максимальным образом учитывать объективно существующие



Зависимость ЭКФ от степени полинома аппроксимации.

в природе множественные физические связи между отдельными элементами системы в процессе их непрерывного развития во времени и пространстве.

2. Обеспечивать получение остаточного поля, которое в действительности является отражением второстепенных косвенных факторов на развитие системы, а не проявлением белого шума, аппаратной неточности и т. п. Только в этом случае ЭКФ действительно будут отражать реальную статистическую структуру физического поля.

Один из возможных вариантов такого оптимального метода выделения тренда из поля скоростей СВДЗП в рамках класса статистических методов рассмотрен нами на материалах поля скоростей СВДЗП Карпато-Балканского региона

(КБР) [2].

В основе этого метода лежит предпосылка (допущение), что изменение статистической структуры поля скоростей СВДЗП, в зависимости от степени его сглаживания с помощью последовательного усреднения, является индикатором масштабности простирающихся и глубины процессов дифференциации материала Земли, ответственных за общие тенденции движений земной поверхности в радиусе усреднения.

Исходной информацией послужило поле скоростей СВДЗП Карпато-Балканского региона, представленное их значениями, отнесенными к центрам площадок $0,25 \times 0,25^\circ$, построенное на основании карты [7]. Последовательное сглаживание исходного поля осуществлялось двумя методами — усреднением со скользящим

центром и усреднением со скользящим радиусом соответственно для площадок $0,75 \times 0,75^\circ$; $1,25 \times 1,25^\circ$; $2,25 \times 2,25^\circ$; $4,25 \times 4,25^\circ$; $8,25 \times 8,25^\circ$. Как показало дальнейшее сравнение, оба метода сглаживания практически приводят к одному и тому же результату.

Анализ полученных данных выполнен исходя из того известного факта, что любые физические поля (каковым является и поле скоростей СВДЗП), будучи сглаженными (усредненными), представляют собой уже новые поля, структура которых зависит от процессов более масштабных и более удаленных от рассматриваемой поверхности, что соответствует отражению в скоростях СВДЗП «многоэтажности» процесса дифференциации материала Земли.

В основу представления поля скоростей СВДЗП, как случайного поля, в виде реализации случайного процесса на плоскости лежит допущение, что этот процесс эргодичен. Последовательное сглаживание такого поля сопровождается плавным уменьшением его основных статистик, которые должны стремиться к постоянным значениям (в частном случае к нулю) при возрастании размеров области усреднения. Фактически же обнаружено аномальное поведение этих статистик — при сохранении общей нормальной тенденции обнаружены их скачкообразные изменения, соответствующие радиусам усреднения $1,25$ и $4,25^\circ$, что свидетельствует об изменении статистической структуры соответствующих сглаженных полей, вызванном тем, что в первом случае получено поле скоростей СВДЗП, в котором преимущественно отразились движения блоков размером порядка 120×120 км, а во втором — движения блоков размером 480×480 км. Дальнейшее сопоставление карт скоростей СВДЗП, построенных по этим сглаженным полям с геолого-геоморфологическими структурами и тектонической историей развития КБР, позволило установить:

поле скоростей СВДЗП, сглаженное по площадкам $4,25 \times 4,25^\circ$, отражает вертикальные движения, связанные с таким этапом геотектонического развития КБР, когда закладывались основные структурные элементы, наметившие главную морфологию земной поверхности;

поле скоростей СВДЗП, сглаженное по площадкам $1,25 \times 1,25^\circ$, в целом отражает неотектонические движения;

аномальные изменения основных статистик этих вариантов сглаженных полей скоростей СВДЗП, отражающие изменения их статистической структуры и их взаимосвязь с геоморфологическими и тектоническими структурами позволяет рассматривать эти сглаженные поля как трендовые составляющие исходного поля скоростей СВДЗП, поскольку они отражают такие события в тектонической истории региона, которые, во-первых, построили его современную морфологию и, во-вторых, наметили дальнейшее развитие всех структур, проявляясь до сих пор в динамике всего региона; таким образом, можно говорить о некоей «иерархии» трендов в региональном поле скоростей СВДЗП;

остаточное (после выделения из исходного указанных трендовых составляющих) поле скоростей СВДЗП с точки зрения тектонических характеристик и геоморфологических структур отражает

совокупную современную активизацию Карпато-Балканского региона и может использоваться в качестве исходной информации при интерполировании и прогнозе СВДЗП методом средней квадратической коллокации с целью последующего его картирования.

1. Белоусов В. В. Основы геотектоники. М., 1975.
2. Евсеева Э. М., Киричук В. В. Статистический анализ поля современных вертикальных движений земной коры Карпато-Балканского региона и активные глубинные структуры. К., 1986. С. 20. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 256 Ук-Д86.
3. Киричук В. В., Скрыль В. А. Предварительный статистический анализ поля вертикальных движений земной коры. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1979. Вып. 1. С. 60—64.
4. Киричук В. В., Скрыль В. А. О нестационарности скоростей современных вертикальных движений земной коры // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1980. Вып. 31. С. 53—56.
5. Киричук В. В., Скрыль В. А. Статистический анализ поля скоростей современных вертикальных движений земной коры Восточной Европы // Современные движения и деформации земной коры на геодинамических полигонах. М., 1983. С. 148—150.
6. Мазмишвили А. И. Способ наименьших квадратов. М., 1968.
7. Joo I (Ed.) The map of recent vertical movements of the Carpathian—Balkan region. Budapest, 1979.
8. Meier S. Signifikanzprüfung recenter verticaler Erdsusfenbewegungen mit Hilfe von Korrelationsfunktion // Gorlands Beitrag Geophysik. Leipzig. 1984. V. 93. № 5. S. 379—391.
9. Moritz H. Least-squares collocation // Publ. Dent. Geod. Komm., A., 1973. V. 75. P. 91.
10. Moritz H. Statistical foundation of collocation // Rep. of Geod. Sci., Ohio State Univ. 1978. P. 75.