

Я. М. КОСТЕЦКАЯ

## О ТОЧНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ПУНКТОВ В СЕТЯХ ТРИЛАТЕРАЦИИ, ПРОЛОЖЕННЫХ МЕЖДУ АЗИМУТАЛЬНО-ДАЛЬНОМЕРНЫМИ ХОДАМИ

Точность рядов трилатерации из треугольников, в которых дирекционные углы имеются не только на концах, но и в середине рядов, изучали К. Арнольд [5] и А. В. Заводовский [1]. При этом К. Арнольд рассматривал ряды с дирекционными углами промежуточных сторон, а А. В. Заводовский — связующих. Несмотря на это, оба исследователя пришли к заключению, что на точность пунктов ряда трилатерации эффективно действуют дирекционные углы, находящиеся на его концах. А дирекционные углы, имеющиеся в середине, мало повышают точность пунктов. Исследование точности пунктов двух- и трехкратных рядов треугольников с исходными сторонами при разном количестве и расположении пунктов рядов показали, что в них значительно повышают точность пунктов дирекционные углы только крайних связующих сторон [3]. Поэтому представляют интерес изучение точности сетей с дирекционными углами крайних связующих сторон.

Рассмотрим сети трилатерации из треугольников, в которых исходные дирекционные углы имеют все крайние связующие стороны. Так, в сети из трех рядов (рис. 1) примем, что исходные дирекционные углы имеют стороны  $s_1, s'_1, s, s_{2N+2}, s'_{2N+3}, s''_{2N+2}$ . Поскольку длины этих сторон, как и всех остальных, измерены, то можно сказать, что на левом и правом краях сети имеем своеобразные азимутально-дальномерные ходы.

Исследования проводим в сетях трилатерации из трех, пяти и семи рядов равносторонних треугольников. Точность положения пунктов будем характеризовать попечерным и продольным сдвигами. Вычисление сдвигов проведем для всех пунктов, расположенных в верхней половине сети. Так, в сети из трех рядов определим сдвиги пунктов диагонали  $I II$  относительно пункта  $I$  и пунктов рядов пятым положение пунктов диагоналей  $I II, AB$  и  $CD$  (рис. 2), а в сети из семи рядов — пунктов диагоналей  $I II, AB$ ,  $CD$  и  $EF$  (рис. 3). Число оцениваемых пунктов на каждой диагонали, кроме крайней ( $III$ ), составляет  $N+1$ , а на крайней оно

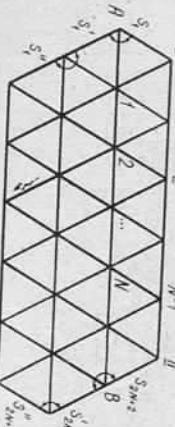


Рис. 1. Схема трехкратного ряда.

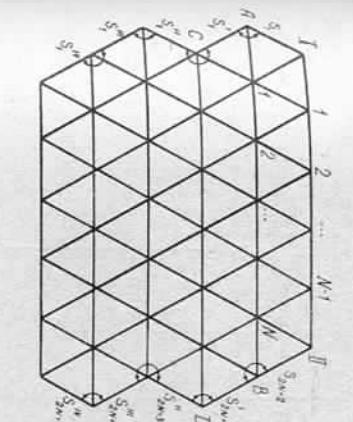


Рис. 2. Схема пятикратного ряда.

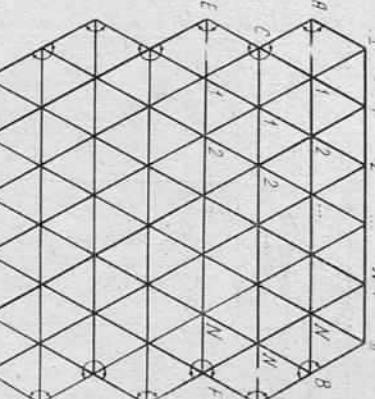


Рис. 3. Схема семикратного ряда.

равно  $N$ . Таким образом, в трехкратных рядах определяли сдвиги  $\frac{2N+1}{2N+3}$  пунктов, в пятикратных —  $3N+2$ , а в семикратных —  $4N+3$ .

Благодаря симметричности исследуемых сетей результаты оценки точности пунктов, полученные для верхней половины сети, можно распространить на ее нижнюю часть.

Для вычисления обратных весов сдвигов пунктов составлены все возникающие в сети условные уравнения и весовые функции. Для вычисления обратных весов сдвигов пунктов составлены все возникающие в сети условные уравнения и весовые функции.

ра в табл. 1—3 приведены свидиги (в числите — поперечные, а в знаменателе — продольные) оцениваемых пунктов, а также и изменения в процентах, вызванные налинием исходных дирекционных углов, в сетях из трех, пяти и семи рядов с  $N=10$ , т. е. с числом треугольников в одном ряду, равным 21—22. Кроме того, в табл. 1 приведены свидиги пунктов свободного трехкратного ряда

Сдвиги пунктов трехкратного ряда с  $N=10$  в см  
 $\mu=1$  см

Таблица 1

K	Диагональ I / II		Диагональ AB		Диагональ	
	свободная сеть, см	сеть с дирекционными углами	свободная сеть	сеть с дирекционными углами	сдвиги, см	изменения, %
1	2,0 0,9	1,4 0,9	30 0	1,3 0,9	1,0 0,8	23 11
2	3,3 1,3	1,8 1,2	45 8	2,6 1,2	1,4 1,0	46 17
3	4,7 1,6	2,3 1,4	51 13	4,0 1,3	1,9 1,1	53 15
4	6,1 1,8	2,9 1,5	52 15	5,4 1,5	2,5 1,2	54 20
5	7,6 1,9	3,5 1,6	54 16	6,8 1,6	3,1 1,3	54 19
6	9,2 2,1	4,1 1,7	55 19	8,4 1,6	3,8 1,4	55 15
7	10,8 2,3	4,7 1,7	56 19	10,0 1,6	4,4 1,4	56 15
8	12,5 2,4	5,2 1,8	58 22	11,7 1,7	5,0 1,5	57 12
9	14,6 2,6	5,7 1,8	60 13,4	11 1,6	5,5 1,6	59 11
10	16,1 2,7	5,9 1,9	63 30	15,1 2,0	5,8 1,7	62 18
11				17,0 2,1	5,9 1,7	65 19

пунктов, т. е. концов диагоналей, в сетях из трех рядов в два раза выше, в сетях из пяти и семи рядов — в три-четыре раза выше, чем в свободных сетях.

2. Исходные дирекционные углы сильнее уменьшают поперечные свидиги, чем продольные. Это влечет за собой уменьшение примерно в два раза соотношения поперечного и продольного свидигов пунктов. В семикратных рядах с  $N=5$  соотношение свидигов не превышает 2, а с  $N=25$  (51—52 треугольника в ряду) — 4. В аналогичных свободных сетях они составляют соответственно 5 и 16.

3. Относительное уменьшение поперечных свидигов пунктов под действием исходных дирекционных углов слабо зависит от числа фигур в ряду и от числа рядов в сети. Так, в трехкратном ряду с дирекционными углами поперечные свидиги концов диагоналей в среднем уменьшились на 64, в пятикратном — на 73 и в семикратном — на 79%.

4. Действие исходных дирекционных углов на поперечные свидиги пунктов усиливается с увеличением номера пункта. Таким образом, можем сказать, что дирекционные углы ослабляют зависимость поперечных свидигов пунктов от их номеров, т. е. от удаления пунктов от края сети.

Свидиги пунктов пятикратного ряда с  $N=10$ , проложенного между азимутально-дальномерными ходами, и их изменения по сравнению со свидигами пунктов свободной сети  $\mu=1$  см

Таблица 2

K	I / II		AB		CD	
	сдвиги, см	изменения, %	сдвиги, см	изменения, %	сдвиги, см	изменения, %
1	1,4 0,9	31 9	1,0 0,8	26 21	1,2 0,9	40 22
2	2,0 1,3	57 15	1,7 1,3	56 18	1,8 1,3	61 18
3	2,6 1,6	65 19	2,4 1,9	65 18	2,5 3,2	66 69
4	3,2 1,6	69 24	3,0 1,4	69 19	3,2 1,4	72 16
5	3,8 1,6	72 32	3,6 1,5	71 20	3,8 1,5	72 15
6	3,9 1,7	76 34	3,9 1,5	72 22	3,9 1,5	74 15
7	4,0 1,5	75 26	3,9 1,5	75 26	3,9 1,5	77 18

для иллюстрации изменений, вызванных дирекционными углами. В табл. 4 имеются свидиги концов диагоналей сетей, состоящих из трех, пяти и семи рядов, при разном числе фигур в одному ряду, а также их изменение по сравнению со свободными сетями.

Из проведенных исследований следует,

1. Точность положения пунктов в сетях трилатерации, проложенных между азимутально-дальномерными ходами, значительно выше, чем в свободных сетях. Так, точность наиболее слабых

Таблица 4  
Сдвиги пунктов семикратного ряда с  $N=10$ , проложенного  
между азимутально-дальномерными ходами, и их изменения  
по сравнению со сдвигами пунктов свободной сети  
 $\mu=1$  см

K	Диагонали					
	III	AB	CD	EF		
сдвиги, см	изменения, %	сдвиги, см	изменения, %	сдвиги, см	изменения, %	
1	1,4	32	1,0	26	1,2	62
	0,8	10	0,8	17	0,9	10
3	1,9	59	1,7	-64	1,7	10
	1,2	18	1,1	20	1,1	19
5	2,3	69	2,1	69	2,2	71
	1,4	21	1,2	19	1,2	17
7	2,7	74	2,6	74	2,6	75
	1,5	27	1,4	20	1,4	16
9	2,9	75	3,0	76	3,0	77
	1,5	27	1,5	22	1,4	15
10	3,1	76	3,2	77	3,2	78
	1,5	31	1,5	24	1,5	17
11	3,2	79	3,1	81	3,2	81
	1,4	29	1,4	20	1,4	22

Таблица 4  
Сдвиги концов диагоналей сетей, проложенных между  
азимутально-дальномерными ходами, и их изменения  
по сравнению со свободной сетью  
 $\mu=1$  см

N	Диагонали					
	II	AB	CD	EF		
сдвиги, см	изменения, %	сдвиги, см	изменения, %	сдвиги, см	изменения, %	
5	2,9	64	2,9	59		
	1,4	28	1,3	17		
10	5,9	63	5,9	65		
	1,9	30	1,7	19		
15	10,0	60	9,8	62		
	2,1	33	2,0	14		
20	14,8	59	14,5	60		
	2,5	34	2,3	13		
25	20,2	58	19,8	60		
	2,8	34	2,6	13		
34						
5	2,0	73	2,3	74		
	1,4	33	1,2	23		
10	3,9	76	4,0	75		
	1,4	34	1,5	26		
15	6,1	73	6,1	72		
	1,9	34	1,7	27		
20	8,5	73	8,6	72		
	2,2	35	2,0	27		
25	11,2	72	11,5	71		
	2,4	35	2,2	27		
35						
5	2,0	73	2,3	74		
	1,4	33	1,2	23		
10	3,9	76	4,0	75		
	1,4	34	1,5	26		
15	6,1	73	6,1	72		
	1,9	34	1,7	27		
20	8,5	73	8,6	72		
	2,2	35	2,0	27		
25	11,2	72	11,5	71		
	2,4	35	2,2	27		
35						
5	2,1	68	2,0	70		
	1,3	27	1,1	29		
10	3,1	76	3,2	79		
	1,5	31	1,4	29		
15	4,6	78	4,6	79		
	1,8	31	1,6	28		
20	6,2	79	6,3	78		
	2,0	32	1,8	28		
25	7,9	80	8,2	78		
	2,3	32	2,1	28		
32						

Полученные результаты позволяют сделать заключение, что определением дирекционных точности сетей трилатерации можно существенно повысить точности сегментов дальномерных ходов. Оценка дальномерных ходами, в которых азимутальные и линейные измерения равноточны, т. е.  $m_{\alpha/\rho} = m_S/S$ , показала, что в них точность положения пунктов ухудшается всего на несколько процентов по сравнению с такими же сегментами с исходными дирекционными углами. При этом сохраняются общие закономерности распределения погрешностей положения пунктов. Поэтому все вышеупомянутые выводы можно отнести также к сетям, проложенным между азимутально-дальномерными ходами, при условии, что точность определения дирекционных углов не ниже точности измерения сторон сети.

Стороны сетей трилатерации можно измерить радио- и свето- дальномерами. Современные светоудаломеры позволяют измерять длины сторон с относительной ошибкой 1:350000... 1:400000. Построенные ими сплошные сети по точности не будут уступать аналогичным сетям триангуляции 2-го класса. Для достижения еще более высокой точности по краям сети необходимо проложить

азимутальные ходы, в которых азимуты должны определяться точностью  $0.5''$ .

В сетях трилатерации, построенных радиодальномерами, обес печивающими измерения сторон с относительной ошибкой 1:200 000, точность положения пунктов в два раза ниже ана личной сети триангуляции, в которой углы измерены со средней квадратической ошибкой  $0.9''$ , т. е. сети триангуляции 2-го класса [4]. Прокладывая по краям сети трилатерации азимутальные ходы, в которых азимуты измеряются с ошибкой  $1.0''$ , можно достичь в ней точности положения пунктов не ниже, чем в сети триангуляции 2-го класса, т. к. такой ход повышает точность положения пунктов в три раза.

Как указывалось выше, условные уравнения дирекционных углов смежных сторон представляют собой условия суммы углов между этими сторонами. Поэтому полученные результаты можно распространить также на сети, в которых имеются только две исходных дирекционных угла, по одному с одной и другой сторон сетя (например, стороны  $s_1$  и  $s_{2n+2}$ ) и  $2n$  исходных углов (они показаны на рисунках).

Такой подход к проведенным исследованиям открывает еще один, более простой способ повышения точности сетей трилатерации, построенных радиодальномерами. Он заключается в определении на основании астрономических наблюдений дирекционных углов четырех сторон, находящихся в углах сети, и в измерении с точностью  $1.0''$  углов между крайними сторонами. Следовательно, сеть трилатерации создается между двумя радиодальномерными полигонометрическими ходами, каждый из которых опирается на стороны с дирекционными углами, определенными астрономическим путем. Такая сеть по точности не будет уступать аналогичной сети триангуляции 2-го класса.

Данные таблиц, в которых сдвиги определены по средней квадратической ошибке измеренной стороны, равной 1 см, можно рассматривать также, как соотношения сдвигов и средних квадратических ошибок измеренных сторон. Это позволяет определять по таблицам сдвиги пунктов сетей при любой точности измерения сторон.

1. Заводовский А. В. Оценка точности линейных триангуляций // Науч. зап. Львов. политехн. ин-та. Сер. геодез. 1959. № 5. С. 3—33. 2. Костецкая Я. М. К вопросу оценки точности сплошных сетей трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1967. Вып. 6. С. 25—41. 3. Костецкая Я. М. Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1982. Вып. 35. С. 57—64. 4. Судо геодезической сети СССР // Изд. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1960. Вып. I. С. 17—27. 5. Агноид К. Zur Fehlertheorie der streckenmessenden Triangulation Berlin, 1952.

Статья поступила в редакцию 30.12.85

УДК 523.0.88.2

В. В. МАГЕРА

## УГОЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ПРИ СОЗДАНИИ ПЛАННОВОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ НА МОНТАЖНЫХ ГОРИЗОНТАХ РЕАКТОРОВ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Геодезическое обеспечение строительства реакторов атомных электростанций имеет ряд специфических особенностей: создание пространственной геодезической сети последовательным наращиванием точек сети по высоте;

различные требования к точности взаимного положения точек сети на различных стадиях строительства реакторов и монтажа технологического оборудования; совмещение, в большинстве случаев строительных и монтажных работ, что осложняет процессы создания и использования геодезической сети;

сравнительно небольшие расстояния ( $5 \dots 30$  м) между точками плановой геодезической сети на монтажных горизонтах, что существенно усложняет выполнение угловых измерений с необходимой точностью.

Вопросы создания такой сети в настоящее время в должной мере не разработаны. Решаются они инициативными методами на каждой АЭС без соответствующего обоснования. При строительстве любого инженерного многоярусного объекта геодезическая сеть в конечном итоге является пространственной. Однако в общем случае ее точки получаются методом последовательного многоярусного вертикального проектирования без измерений между ними на последующих горизонтах и, как правило, без сохранения после строительства. На атомных электростанциях точки сети закрепляются на всех ярусах, между точками производятся измерения. Возникает необходимость определения взаимного положения точек, расположенных на нескольких монтажных горизонтах. Кроме того, требования к точности такого определения возрастают по мере перехода от строительства наружной оболочки к монтажу автоматизированного оборудования.

В данном случае используется метод трилатерации с выполнением равноточных измерений линий разной длины. Однако в трилатерации контроль линейных измерений слабый вследствие недостаточного числа избыточных данных. Поэтому возникает необходимость дополнения измерений сторон трилатерации угловыми измерениями, которые здесь будут сильно осложнены рядом специфических особенностей.

Проанализируем точность угловых измерений по коротким сторонам плановой сети. Эта точность в рассматриваемых условиях обусловливается следующими факторами:

точностными возможностями прибора;

ошибками его центрирования над точкой сети;