

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО УГЛА НАКЛОНА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ ДВУХ СОСТОЯНИЯХ АТМОСФЕРЫ

В [1] приведены результаты вычислений теоретических значений углов наклона по материалам исследований ЦНИИГАиК [2]. Вычисления проводили по формулам, полученным в предположении, что световую кривую можно представить двумя членами ряда Тейлора, т. е.

$$z = z_0' x + \frac{z_0''}{2!} x^2. \quad (1)$$

Однако сходимость этого ряда не доказана. Более того, в [3] показано, что последующие члены ряда Тейлора с увеличением  $x$  возрастают и только для расстояний меньше одного километра можно утверждать, что этот ряд сходится. Для больших же расстояний вычисления теоретических углов наклона с использованием формулы (1) могут дать неправильные результаты. Поэтому решено вычислить значения теоретических углов наклона для тех же данных, что и в [1], используя метод, приведенный в [4].

Для учета строения атмосферы примем модель, изложенную в [1, 5]. Тогда уравнение световой кривой при заданных параметрах атмосферы можно получить с помощью следующих формул:

$$z_k = z_{k-1} + z_{k-1}' \Delta x_k + \frac{z_{k-1}''}{2!} (\Delta x_k)^2, \quad (k = 1, 2, \dots, n),$$

$$z'_{k-1} = \pm \sqrt{\frac{n_{k-1}^2}{n_0^2 \cos^2 \alpha_0} - 1}, \quad z''_{k-1} = \frac{\dot{n}_{k-1}}{n_{k-1}} [1 + (z'_{k-1})^2],$$

$$n_{k-1} = 1 + \frac{\beta \mu}{R} \cdot \frac{P_0 + p_1 z_{k-1}}{T_0 + t_1 z_{k-1}},$$

$$n'_{k-1} = \frac{\beta \mu}{R} \left[ \frac{p_1 (T_0 + t_1 z_{k-1}) - t_1 (P_0 + p_1 z_{k-1})}{(T_0 + t_1 z_{k-1})^2} \right], \quad (2)$$

где градиент температуры  $t_1$  и градиент давления  $p_1$  вычисляются в начале координат по формулам

$$t_1 = \frac{\Delta T}{\Delta z}, \quad p_1 = - \frac{g \mu P_0}{R T_0}. \quad (3)$$

Световая кривая, построенная по указанному методу, состоит из парабол, сопряженных в точках  $(x_k, z_k)$ , где

$$x_k = \sum_{i=1}^k \Delta x_i. \quad (4)$$

Находя координаты точек пересечения  $(x_n, z_n)$  кривых, соответствующих различным состояниям атмосферы, получаем теоретические значения углов наклона

$$\alpha = \arctg \frac{z_n}{x_n}. \quad (5)$$

На основании изложенной методики определения теоретических углов наклона составлен алгоритм и написана программа для решения указанной задачи с помощью ЭВМ. В качестве исходных использованы данные ЦНИИГАНК [2], на основании которых в [1] вычислены значения истинных углов наклона по методу, который базируется на факте, что кривые пересекаются в начале координат и в точке, из которой исходит излучение, т. е. когда  $x_n = \Delta x_1$ .

Для поиска точек пересечения различных световых кривых задавалось начальное значение шага  $\Delta x_1$ , которое в процессе вычислений уменьшалось до требуемого значения автоматически. Результаты вычислений для начального значения шага  $\Delta x_1 = 100$  м представлены в табл. 1, 2.

Аналогичные вычисления проведены и для начальных значений шага 50 и 400 м. Анализ полученных результатов показал, что вычисленные теоретические значения углов наклона, полученные для разных  $\Delta x_1$ , отличаются между собой меньше чем на  $0,012''$  (для расстояний до 4500 м).

В табл. 1 приведены результаты вычислений теоретических углов наклона для пар состояний атмосферы, включающих пятую группу (состояния соответствуют глубокой инверсии), а в табл. 2 — остальные комбинации пар. Причем результаты в первой строке соответствуют расстоянию 4438,9 м, во второй

и третьей — 1995,1 м, четвертой и пятой 1503,6 м, шестой и седьмой — 1005,6 м, восьмой и девятой — 504,9 м. Кроме того, в этих таблицах приведены средние значения вычисленных теоретических углов наклона, теоретические значения углов, полученные из геометрического нивелирования, разности и среднеквадратические ошибки  $\sigma$  определения каждого результата.

Анализируя результаты, приведенные в табл. 1, 2, нетрудно заметить, что расхождение между вычисленными значениями

Таблица 1

**Вычисление истинных значений углов наклона для результатов, включающих пятую группу**

Пары состояний атмосферы				Средние значения	Теоретическое значение	Разность	$\sigma$
1-5	2-5	3-5	4-5				
- 925,6	- 928,4	- 932,8	- 936,3	- 930,8	- 936,1	-5,3	4,73
-1448,6	-1450,0	-1453,0	-1454,2	-1451,4	-1453,8	-2,4	2,59
-1655,9	-1657,5	-1659,7	-1660,9	-1658,5	-1658,7	-0,2	2,23
-2127,6	-2129,2	-2130,6	-2131,5	-2129,7	-2128,1	1,6	1,75
-2403,3	-2404,4	-2406,0	-2406,8	-2405,1	-2402,2	2,9	1,57
-2785,1	-2786,2	-2787,1	-2786,7	-2786,3	-2783,9	2,4	0,87
-3197,2	-3198,9	-3199,9	-3199,4	-3198,8	-3194,2	4,6	1,17
-2917,7	-2918,1	-2917,3	-2918,4	-2917,9	-2916,8	1,1	0,48
-3652,0	-3652,4	-3652,3	-3652,7	-3652,4	-3651,3	1,1	0,29

Таблица 2

**Вычисление истинных значений углов наклона для результатов, не включающих пятую группу**

Пары состояний атмосферы						Средние значения	Теоретическое значение	Разность	$\sigma$
1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4				
- 931,9	- 932,5	- 931,4	- 932,5	- 931,5	- 932,6	- 932,1	- 936,1	-4,0	0,54
-1451,8	-1452,8	-1451,6	-1452,7	-1451,7	-1452,9	-1452,2	-1453,8	-1,6	0,61
-1659,6	-1659,6	-1658,6	-1659,6	-1658,9	-1659,7	-1659,3	-1658,7	0,6	0,46
-2131,3	-2130,5	-2129,7	-2130,5	-2130,1	-2130,6	-2130,4	-2128,1	2,3	0,54
-2405,9	-2406,0	-2405,2	-2405,9	-2405,4	-2406,0	-2405,7	-2402,2	3,5	0,34
-2787,6	-2787,1	-2786,0	-2787,1	-2786,4	-2787,2	-2786,9	-2783,9	3,0	0,59
-3201,2	-3199,8	-3198,4	-3199,9	-3199,1	-3200,0	-3199,7	-3194,2	5,5	0,94
-2918,4	-2917,3	-2918,1	-2917,3	-2918,2	-2917,3	-2917,8	-2916,8	1,0	0,52
-3652,9	-3652,3	-3652,4	-3652,3	-3652,5	-3652,3	-3652,4	-3651,3	1,1	0,23

углов наклона в парах, которые включают пятую группу, значительно больше, чем в остальных парах. При этом среднеквадратические ошибки для пар, включающих пятую группу, также значительно больше, чем для остальных пар.

Расхождения между результатами определения теоретического угла наклона, приведенными в [1], и результатами, представленными в табл. 1, 2, не превышают 0,05". Из этих таблиц видно, что истинная ошибка определения углов наклона данным методом лежит в пределах 5". Такое расхождение можно объяс-

нить неучетом горизонтального градиента температуры, который зависит от рельефа местности, а также систематическими ошибками угловых и метеонаблюдений.

Таким образом, из анализа проведенных исследований можно сделать вывод, что для расстояний до 4500 м метод, предложенный в [1] и в настоящей статье, приводят практически к одним и тем же результатам.

1. *Хижак Л. С., Григорчук Р. А., Кравцов Н. И.* Вычисление поправок за рефракцию по результатам геодезических и метеорологических измерений при двух состояниях атмосферы // Геодезия, картография и аэрофото съемка. 1987. Вып. 46. С. 99—103. 2. *Изотов А. А., Пеллинен Л. П.* Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования. Тр. ЦНИИГАиК. 1955. Вып. 102. С. 112. 3. *Хижак Л. С., Григорчук Р. А., Ковбасюк Г. Н., Кузьмич Т. Е.* Оценка членов ряда, представляющего световую кривую. К., 1987. С. 6. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 714-Ук87. 4. *Хижак Л. С., Дидух И. И., Яскилка Н. Б.* Об одном методе нахождения уравнения световой кривой // VI Всесоюз. симпоз. по распространению лазерного излучения в атмосфере: Тез. докл. Томск, 1981. Ч. 3. С. 114—117. 5. *Хижак Л. С., Йосипчук Н. Д., Фыс М. М.* Определение уравнения световой кривой по результатам геодезических и метеорологических измерений // Геодезия, картография и аэрофото съемка. 1985. Вып. 43. С. 110—113.

Статья поступила в редколлегию 24. 03. 87