УДК 528.022.62:528.335

В. И. МУХА

СГУЩЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ОБОСНОВАНИЯ ДВОЙНЫМИ ОБРАТНЫМИ ГИРОСКОПИЧЕСКИМИ ЗАСЕЧКАМИ

Двойная обратная угловая засечка (задача Ганзена) к настоящему времени достаточно хорошо изучена [1—3]. Предложенные методы решения позволяют быстро вычислить координаты определяемых пунктов. Несмотря на простоту решения, данный способ привязки не обеспечивает надежного контроля результатов измерений. Поэтому для проверки правильности определения положе-

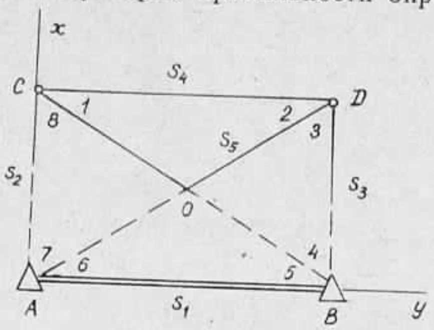

Схема сети.

ния пунктов рекомендуется измерять расстояние между ними или направление на третий исходный пункт, что связано с определенными затратами средств и времени. Однако, по выражению В. В. Попова, «совершенно непригодные результаты может дать некритическое применение метода, когда опознак привязывается посредством задачи Ганзена с контрольным измерением расстояния между вспомогательной точкой и опознаком» [3, с. 62].

Использование гиротеодолитов для определения положения двух пунктов по двум исходным позволяет устранить эти недостатки в задаче Ганзена, так как в данном случае можно контролировать результаты измерений возникающими дополнительными условиями. Если измерены дирекционные углы α_{CA}, α_{CB}, α_{CD}, α_{DA}, α_{DB}, α_{DC}, то в сети (см. рисунок) возникают два условных уравнения: полюсное и дирекционных углов.

Условное уравнение дирекционных углов в поправках:

$$(\alpha_{CD})-(\alpha_{DC})+W_1=0, \qquad (1)$$

где (α_{CD}) и (α_{DC}) — поправки в измеренные дирекционные углы; $W_1=\alpha_{CD}-\alpha_{DC}\pm180^\circ$ — свободный член; α_{CD}, α_{DC} — измеренные значения дирекционных углов.

Если в качестве полюса выбрать точку 0 (см. рисунок), то для данной сети полюсное условие в поправках запишем

$$\delta_1+\delta_5+\delta_4+\delta_8)\,(\alpha_{CB})-\delta_1(\alpha_{CD})+(\delta_3+\delta_7+\delta_2+\delta_6)\,(\alpha_{DA})-$$
$$-(\delta_3+\delta_4)\,(\alpha_{DB})-(\delta_7+\delta_8)\,(\alpha_{CA})-\delta_2(\alpha_{DC})+W_2=0, \qquad (2)$$

где δ_i — изменение логарифма синуса для угла при увеличении угла на $1''$.

В уравнении (2)

$$W_2=\lg\frac{\sin 1\sin 3\sin 5\sin 7}{\sin 2\sin 4\sin 6\sin 8}. \qquad (3)$$

Здесь измеренные углы выражаются через измеренные дирекционные углы так:

$$1=\alpha_{CB}-\alpha_{CD},\ 2=\alpha_{DC}-\alpha_{DA},\ 3=\alpha_{DA}-\alpha_{DB},\ 4=\alpha_{DB}-\alpha_{CB},$$
$$5=\alpha_{CB}-\alpha_{AB},\ 6=\alpha_{BA}-\alpha_{DA},\ 7=\alpha_{DA}-\alpha_{CA},\ 8=\alpha_{CA}-\alpha_{CB}. \qquad (4)$$

Для оценки точности стороны S_4 и координат пункта D составлены весовые функции, которые в системе координат XY (см. рисунок) имеют вид

$$f_S=-(\delta_3+\delta_6)(\alpha_{DA})+(\delta_4+\delta_3)(\alpha_{DB})-(\delta_4+\delta_1)(\alpha_{CB})+\delta_1(\alpha_{CD}); \qquad (5)$$

$$f_x=-\frac{S_3}{\rho''}(\mathrm{ctg}\,3+\mathrm{ctg}\,6)(\alpha_{DA})+\frac{S_3}{\rho''}\mathrm{ctg}\,3\,(\alpha_{DB}); \qquad (6)$$

$$f_y=\frac{S_3}{\rho''}(\alpha_{DB}). \qquad (7)$$

В формулах (6), (7) $\rho''=206265''$.

Используя теорию строгого уравнивания коррелатным методом, получаем обратные веса уравненных значений стороны S_4 и координат пункта D.

Ниже приведены выражения для определения обратных весов уравненных величин в типовых фигурах:

квадрат

$$\frac{1}{P_{fS}}\,2\,\delta^2_{45^\circ},\ \frac{1}{P_{f_x}}=\frac{55\,S_1^2}{21\,\rho''^2},\ \frac{1}{P_{f_y}}=\frac{19\,S_1^2}{21\,\rho''^2}; \qquad (8)$$

прямоугольник

$$\frac{1}{P_{fS}}=\frac{1}{2}(5\delta_1^2+12\delta_3^2+8\delta_1\delta_3)-\frac{1}{k}(5\delta_1^2+8\delta_3^2+8\delta_1\delta_3)^2,$$

$$\frac{1}{P_{f_x}}=\frac{S_1^2\,\mathrm{ctg}^2 3}{\rho''^2}\left\{2\,\mathrm{ctg}^2 3+\mathrm{tg}^2 3+2-\frac{4}{k}\{(\delta_1+2\delta_3)\mathrm{ctg}3+(\delta_1+\delta_3\mathrm{tg}3\}^2\right\},$$

$$\frac{1}{P_{f_y}}=\frac{S_1^2\,\mathrm{ctg}^2 3}{\rho''^2}\left\{1-\frac{4\,\delta_3^2}{k}\right\},$$

$$\text{где } k=2\delta_1^2+8\delta_3^2+8(\delta_1+\delta_3)^2; \qquad (9)$$

ромб

$$\frac{1}{P_{fS}}=\frac{1}{2}(11\delta_1^2+10\delta_2^2+4\delta_1\delta_2)-\frac{1}{2k}(19\delta_1^2+18\delta_2^2+5\delta_1\delta_2)^2,$$

$$\frac{1}{P_{f_x}} = \frac{S_1^2 \operatorname{ctg}^2 3}{\rho''^2}\left\{5 - \frac{2(\delta_1 - 9\delta_2)^2}{k}\right\},$$

$$\frac{1}{P_{f_y}} = \frac{S_1^2}{\rho''^2}\left\{1 - \frac{2(\delta_1 + \delta_2)^2}{k}\right\}, \tag{10}$$

где $k=37\delta_1^2+37\delta_2^2+10\delta_1\delta_2$.

Зная обратные веса, можно найти средние квадратические погрешности уравненных величин из выражений

$$m_{\lg S} = m_\alpha \sqrt{\frac{1}{P_{fS}}}; \quad \frac{m_S}{S} = \frac{m_{\lg S}}{\mu \cdot 10^6}; \tag{11}$$

$$m_x = m_\alpha \sqrt{\frac{1}{P_{f_x}}}, \quad m_y = m_\alpha \sqrt{\frac{1}{P_{f_y}}}, \quad M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}. \tag{12}$$

В формулах (11) и (12) $\mu=0{,}43429$ — модуль десятичных логарифмов, m_α — ошибка единицы веса, получаемая из уравнения. В табл. 1 и 2 приведены результаты оценки точности наиболее

Таблица 1

Показатели точности стороны S_4 и пункта D в засечках прямоугольной формы

Параметр	Номер фигуры			
	1	2а	2б	2в
Наибольшая сторона S_5, км	4,2	6,0	8,7	3,5
Исходная сторона S_1, км	3,0	3,0	3,0	3,0
S_2, км	3,0	5,2	8,2	1,7
Угол 3, ... °	45	30	20	60
Угол 1, ... °	45	60	70	30
$m_S : S$	1 : 29 000	1 : 17 000	1 : 10 000	1 : 50 000
m_x, см	11,77	25,84	58,70	7,47
m_y, см	6,92	11,42	17,66	4,14
M, см	13,65	28,25	61,30	8,54

Примечание: 1 — квадрат; 2а, 2б — прямоугольники, вытянутые перпендикулярно базису; 2в — прямоугольник, вытянутый вдоль базиса.

Таблица 2

Показатели точности стороны и пункта в засечках ромбической формы

Параметр	Ромб	Ромб
Наибольшая сторона S_5, км	5,2	5,6
Исходная сторона S_1, км	3,0	3,0
Угол 3, ... °	30	20
Угол 1, ... °	60	70
$m_S : S$	1 : 24 000	1 : 18 000
m_x, см	13,10	16,97
m_y, см	6,98	7,03
M, см	14,84	18,37

слабой стороны S_4 и координат пункта D. В них даны параметры исследуемых сетей. Предвычисление выполняли по формулам (8)—(12) при условии $S_1=3{,}0$ км и $m_\alpha=5''$.

Анализируя результаты, приведенные в табл. 1,2, можно утверждать, что при точности ориентирования $m_\alpha=5''$ в прямоугольных или ромбических сетях двойных обратных гироскопических засечек привязка пунктов выполняется с точностью, удовлетворяющей требованиям триангуляции 1 разряда, если определяемый пункт удален от исходного не более чем на 5 км, а угол засечки — не менее 30°.

1. *Коробков С. А.* О способах решения задачи Ганзена // Геодезия и картография. 1974. № 4. С. 37. 2. *Косаченко А. А.* О применении задачи Ганзена // Тр. Омского с.-х. ин-та 1958. Вып. 2. С. 239—246. 3. *Попов В. В.* К вопросу о привязке аэроснимков и геодезической опорной сети // Тр. НИИГАиК. 1947. Т. 1. С. 62—72.

Статья поступила в редколлегию 16. 01. 86

УДК 528.3

А. Л. ОСТРОВСКИЙ, Н. И. КРАВЦОВ, С. С. ПЕРИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТНЫХ УГЛОВ РЕФРАКЦИЙ ПО ДРОЖАНИЯМ ЦЕНТРОВ ЛАЗЕРНОГО ПЯТНА И УГЛОВЫМ КОЛЕБАНИЯМ ЦЕЛЕЙ

Один из наиболее точных методов учета вертикальной рефракции при тригонометрическом нивелировании — способ одновременных взаимообратных наблюдений. Как известно, в результате таких измерений можно вычислить угол полной рефракции $r_п$ по формуле [3]

$$r_п = 180^0 - z_1 z_2 + \rho'' \frac{S}{R_з} - \frac{\rho''}{S}[(l_1 + l_2) - (i_1 + i_2)] + u_2 - u_1, \tag{1}$$

где Z_1 и Z_2 — измеренные зенитные расстояния на соответствующих пунктах; S — расстояние между пунктами наблюдений; $R_з$ — радиус кривизны Земли; l_1 и l_2 — высоты визирных целей; i_1 и i_2 — высоты инструментов; u_1 и u_2 — уклонения отвесных линий на пунктах; $\rho''=206265$.

Угол полной рефракции $r_п$ состоит из частных и является их суммой

$$r_п = r_1 + r_2. \tag{2}$$

Частный угол вертикальной рефракции проще всего определить, приняв гипотезу о равенстве взаимообратных углов:

$$r_1 = r_2 = r_п/2. \tag{3}$$

Как показали многолетние исследования, такая гипотеза справедлива только в крайне редких случаях. Для такого равенства