УДК 528.711.1

Е. И. СМИРНОВ

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ТОЧЕК СНИМКА ПО ИЗМЕРЕННЫМ КОРРЕКТУРНЫМ НАПРАВЛЕНИЯМ

Для определения вероятнейших значений элементов внешнего ориентирования фототеодолитных снимков возникает необходимость вычисления по известным параметрам точек объекта их координаты и продольные параллаксы в поскости снимка. Полученные значения координат и параллаксов называют теоретическими.

Теоретические значения координат и параллаксов снимков чаще всего находят по известным пространственным координатам корректурных точек [1, 2]. Однако данную задачу можно решить, используя корректурные направления, измеренные с обоих концов базиса на легко опознаваемые по снимкам точки [3], которые значительно снизят общую стоимость полевых работ, а в некоторых случаях (когда затруднительно или вообще невозможно определить пространственные координаты опорных точек) их применение является единственным способом нахождения элементов внешнего ориентирования.

С целью получения формул для определения координат точек снимка по измеренным корректурным направлениям на точки объекта воспользуемся зависимостями [3]

$$x^\circ = f\frac{a_1\sin\lambda + b_1\cos\lambda + c_1\operatorname{tg}\beta}{a_2\sin\lambda + b_2\cos\lambda + c_2\operatorname{tg}\beta},$$

$$z^\circ = f\frac{a_3\sin\lambda + b_3\cos\lambda + c_3\operatorname{tg}\beta}{a_2\sin\lambda + b_2\cos\lambda + c_2\operatorname{tg}\beta}, \tag{1}$$

где a_i, b_i, c_i — направляющие косинусы как функции угловых элементов внешнего ориентирования (α, ω, $\varkappa$); λ, β — соответственно горизонтальные и вертикальные корректурные направления; f — фокусное расстояние камеры.

Будем считать, что α — дирекционный угол оптической оси камеры, а λ — дирекционный угол на корректурную точку с соответствующего конца базиса. Направлением оси Y фотограмметрической системы координат принято направление, параллельное оси X геодезической системы координат.

Для нахождения угловых элементов внешнего ориентирования запишем уравнения поправок в виде

$$\frac{\delta x}{\delta\alpha}d\alpha + \frac{\delta x}{\delta\omega}d\omega + \frac{\delta x}{\delta\varkappa}d\varkappa + x^\circ - x = v_x,$$

$$\frac{\delta z}{\delta\alpha}d\alpha + \frac{\delta z}{\delta\omega}d\omega + \frac{\delta z}{\delta\varkappa}d\varkappa + z^\circ - z = v_z. \tag{2}$$

Здесь частные производные вычисляют по формулам

$$\frac{\delta x}{\delta \alpha} = ((b_1 \sin\lambda - a_1 \cos\lambda) f - (b_2 \sin\lambda - a_2 \cos\lambda) x)/Y^*,$$

$$\frac{\delta z}{\delta \alpha} ((b_3 \sin\lambda - a_3 \cos\lambda) f - (b_2 \sin\lambda - a_2 \cos\lambda) z)/Y^*,$$

$$\frac{\delta x}{\delta \omega} = (c_2 \cos(\lambda - \alpha) - \cos\omega \operatorname{tg}\beta) x/Y^* - f \sin\varkappa,$$

$$\frac{\delta z}{\delta \omega} = (c_2 \cos(\lambda - \alpha) - \cos\omega \operatorname{tg}\beta) z/Y^* - f \cos\varkappa,$$

$$\frac{\delta x}{\delta \varkappa} = z, \quad \frac{\delta z}{\delta \varkappa} = -x, \quad Y^* = a_2 \sin\lambda + b_2 \cos\lambda + c_2 \operatorname{tg}\beta, \qquad (3)$$

где x, z — измеренные координаты корректурных точек на снимке.

В результате решения системы уравнений (2) методом последовательных приближений при условии $[vv] = \min$ для каждого снимка определяют угловые элементы внешнего ориентирования.

Для решения многих инженерных задач, где не требуется высокой точности, необходимо использовать более простые формулы, которые удобно обрабатывать на малых вычислительных машинах. В частности, для определения координат точек конвергентного случая съемки с горизонтальными осями фотокамер ($\omega = \varkappa = 0$) можно использовать формулы

$$x_L^0 = f \frac{\cos\alpha_L \sin\lambda_L - \sin\alpha_L \cos\lambda_L}{\sin\alpha_L \sin\lambda_L - \cos\alpha_L \cos\lambda_L} = f \operatorname{tg}(\lambda_L - \alpha_L),$$

$$z_L^0 = f \frac{\operatorname{tg}\beta_L}{\sin\alpha_L \sin\lambda_L - \cos\alpha_L \cos\lambda_L} = f \operatorname{tg}\beta \sec(\lambda_L - \alpha_L), \qquad (4)$$

$$p^0 = f(\operatorname{tg}(\lambda_L - \alpha_L) - \operatorname{tg}(\lambda_R - \alpha_R)) = f \frac{\sin(\lambda_L - \lambda_R - \alpha_L + \alpha_R)}{\cos(\lambda_L - \alpha_L)\cos(\lambda_R - \alpha_R)}.$$

Для этого случая съемки частные производные примут вид

$$\frac{\delta x}{\delta \alpha} = -f \sec^2(\lambda - \alpha),$$

$$\frac{\delta z}{\delta \alpha} = f \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}(\lambda - \alpha) \sec(\lambda - \alpha) = \frac{xz}{f}. \qquad (5)$$

Полученные формулы (5) позволяют вычислить ошибку угла скоса

$$d\alpha = \frac{x^0 - x}{f} \cos^2(\lambda - \alpha), \qquad (6)$$

или

$$d\alpha = f\frac{z - z^0}{xz}.$$

При равномерно отклоненном случае съемки оптические оси как левой, так и правой камер отклоняются влево или вправо на один и тот же угол, т. е. $\alpha_L = \alpha_R = \alpha$. Следовательно, здесь используют аналогичные формулы конвергентного случая съемки.

На практике фотограмметрическую систему координат выбирают таким образом, чтобы ее ось абсцисс (X) совпадала с базисом фотографирования. Для такого размещения системы формулы определения координат точек снимка по измеренным корректурным направлениям несколько упростятся:

$$x_L^0 = f\,\mathrm{tg}\,\lambda_L, \quad z_L^0 = f\,\mathrm{tg}\,\beta\sec\lambda_L, \tag{7}$$

$$p^0 = f\frac{\sin(\lambda_L - \lambda_R)}{\cos\lambda_L\cos\lambda_R} = f\frac{\sin\gamma}{\cos\lambda_L\cos\lambda_R},$$

где γ — угол засечки корректурной точки с базиса.

Ошибку ориентирования камеры можно вычислить по формулам (6).

1. *Лобанов А. Н.* Фототопография. М., 1983. 2. *Сердюков В. М.* Фотограмметрия в промышленном и гражданском строительстве. М., 1977. 3. *Смирнов Е. И.* Зависимость между координатами точек снимка и корректурными углами, измеренными с концов базиса // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1983. Вып. 38. С. 141—144.

Статья поступила в редколлегию 03. 02. 87