УДК 528.72

М. А. БЛЮМИН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ПО СТЕРЕОПАРЕ КИНОСНИМКОВ

Использование стереокинофотографической съемки при изучении динамических процессов предусматривает определение координат объектов по стереопарам киноснимков, основанное на общих зависимостях аналитической фотограмметрии [2] с учетом особенностей, присущих киноснимкам.

Общие формулы связи пространственного положения объекта с его изображением на паре снимков в координатной форме имеют следующий вид:

$$X=NX_1', \quad Y=NY_1', \quad Z=NZ_1',$$

$$N=\frac{X_0 Y_2'-Y_0 X_2'}{X_1' Y_2'-Y_2' X_2'}, \quad \begin{aligned} X' &= a_1 x + a_2 f + a_3 z, \\ Y' &= b_1 x + b_2 f + b_3 z, \\ Z' &= c_1 x + c_2 f + c_3 z, \end{aligned} \qquad (1)$$

где a, $б$, c — направляющие косинусы.

Главная особенность киноснимков, которую следует учитывать при их фотограмметрическом использовании — соотношение между плоскими прямоугольными координатами киноснимка, регламентируемыми размерами кадра, и фокусным расстоянием съемочной камеры. Современные серийные киносъемочные камеры имеют обычно полезный формат кадра, в пределах которого координаты точек киноснимка на порядок меньше фокусного расстояния

$$x=z\ll f.$$

Такое соотношение изменяет влияние элементов внутреннего и внешнего ориентирования на координаты точек киноснимка, оно выдвигает особые требования к определению этих элементов, вносит ряд особенностей при их учете и, в конечном счете, оказывает влияние на алгоритм определения координат объектов.

С учетом основного условия $x=z\ll f$ исходные уравнения (1) можно записать следующим образом:

$$X'=x\cos\varkappa-z\sin\varkappa-F_x,$$

$$Y'=f,$$

$$Z'=x\sin\varkappa-z\cos\varkappa-F_z,$$

где $F_x=x_0+f\alpha$, $F_z=z_0+f\omega$ отражают совместное влияние несовпадения начала координат с главной точкой и углов ориентирования α и ω киноснимка на координаты его точек [1].

Переходя к прямой фотограмметрической засечке по паре киноснимков с началом координат в левом центре проекции при $X_{01}=Y_{01}=Z_{01}=0$, $X_{02}=B$, $Y_{02}=Z_{02}=0$, имеем

$$N=\frac{Bf_2}{(x_1\cos\varkappa_1-z_1\sin\varkappa_1-Fx_1)f_2-(x_2\cos\varkappa_2-z_2\sin\varkappa_2-F_{x_2})f_1},\tag{2}$$

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}=N\begin{vmatrix} x_1\cos\varkappa_1-z_1\sin\varkappa_1-Fx_1 \\ f_1 \\ x_1\sin\varkappa_1-z\cos\varkappa_1-F_{z_1} \end{vmatrix}.$$

При предварительном трансформировании координат левого и правого снимков рабочие формулы следующие:

$$X=\frac{Bf_2x_1^0}{x_1^0f_2-x_2^0f_1},\quad Y=\frac{Bf_2f_1}{x_1^0f_2-x_2^0f_1},\quad Z=\frac{Bf_2z_1^0}{x_1^0f_2-x_2^0f_1}.$$

Рассмотрим точность определения координат объектов, получаемых по паре киноснимков. С этой целью продифференцируем (2) по всем переменным и перейдем от дифференциалов к средним квадратическим ошибкам для трех координат, приняв для оценочных расчетов

$$X=\frac{Y}{f}x,\quad Z=\frac{Y}{f}z,$$

$$\varkappa_1=\varkappa_2=0,\ f_1=f_2,\ z_1=z_2,$$

$$F_{x_1}=F_{x_2}=0,$$

$$m_{\varkappa_1}=m_{\varkappa_2}=m_\varkappa,\ m_{f_1}=m_{f_2}=m_f,$$

$$m_{x_1}=m_{x_2}=m_x,\ m_{z_1}=m_{z_2}=m_z,$$

$$m_{F_{x_1}}=m_{F_{x_2}}=m_{F_x}=m_{F_z},$$

где $m_\varkappa$, m_f, m_x, m_z, m_{F_x}, m_{F_z} — средние квадратические ошибки определения угла крена киноснимка, фокусного расстояния кинокамеры, измерения координат и определения поправки в координаты киноснимка за счет совместного влияния x_0 и α, z_0 и ω.

После ряда преобразований и выделения главных членов получим

$$m_x^2=\frac{Y^2l^2}{4B^2}m_B^2+\frac{Y^2l^2}{2f^4}m_f^2+\frac{Y^2}{f}m_x^2+\frac{Y^4l^2}{4B^2f^4}m_p^2+$$
$$+\frac{5Y^2l^2}{4f^2}m_\varkappa^2+\frac{5Y^2\sin^2\varkappa}{f^2}m_z^2+\frac{5Y^2}{f^2}m_{F_x}^2;\tag{3}$$

$$m_Y^2 = \frac{Y^2}{B^2} m_B^2 + \frac{5Y^2}{f^2} m_f^2 + \frac{Y^4}{B^2 f^2} m_p^2 + \frac{Y^4 l^2}{4B^2 f^2} m_\varkappa^2 + $$

$$+ \frac{2Y^4 \sin^2 \varkappa}{B^2 f^2} m_z^2 + \frac{2Y^4}{B^2 f^2} m_{F_x}^2; \tag{4}$$

$$m_z^2 = \frac{Y^2 l^2}{4B^2 f^2} m_B^2 + \frac{2Y^2 l^2}{f^4} m_f^2 + \frac{Y^2 \sin^2 \varkappa}{f^2} m_x^2 + \frac{Y^4 l^2}{4B^2 f^4} m_p^2 +$$

$$+ \frac{Y^4 l^4}{8B^2 f^4} m_\varkappa^2 + \frac{Y^2}{f} m_z^2 + \frac{Y^4 l^2}{2B^2 f^4} m_{F_x}^2 + \frac{Y^2}{f^2} m_{F_z}^2 . \tag{5}$$

Анализ (3)—(5) показывает, что максимальное влияние при одинаковых параметрах стереокиносъемки на точность определения координат имеют следующие члены:

$$\frac{Y^2 l}{2B f^2} m_p, \quad \frac{Y^2}{Bf} m_p, \quad \frac{Y^2 l}{2B f^2} m_p, \tag{6}$$

где l — размер киноснимка; m_p — средняя квадратическая ошибка измерения продольного параллакса.

Для дальнейшего анализа установим доминирующие влияния отношений всех членов в выражениях (3)—(5) к своим максимальным согласно (6). Эти отношения для масштабов съемки 1:М 1:2 000—1:4000 и отстояний 250 . . . 500 м находятся в следующих пределах:

для абсцисс

$$\frac{1}{Mm_p} m_B = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}, \quad \frac{1 \cdot 5\,B}{Ym_p} m_f = \frac{1}{10} - \frac{1}{20},$$

$$\frac{2B}{Ml\,m_p} m_x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}, \quad \frac{2B}{Mm_p} m_\varkappa = \frac{1}{5} - \frac{1}{10},$$

$$\frac{YB\varkappa}{Mlm_p} m_z = \frac{1}{100} - \frac{1}{200}, \quad \frac{YB}{Mlm_p} m_{F_x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4};$$

для ординат

$$\frac{l}{2Ym_p} m_B = \frac{1}{50} - \frac{1}{100}, \quad \frac{2B}{Ym_p} m_f = \frac{1}{5} - \frac{1}{10},$$

$$\frac{l}{1 \cdot 4\, m_p} m_\varkappa = \frac{1}{10}, \quad \frac{1 \cdot 4\varkappa}{m_p} m_z = \frac{1}{50}, \quad \frac{1 \cdot 4}{m_p} m_{F_x} = 1;$$

для аппликат

$$\frac{1}{Mm_p} m_B = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}, \quad \frac{3B}{Y\,m_p} m_f = \frac{1}{5} - \frac{1}{10},$$

$$\frac{2B\varkappa}{Ml\,m_p} m_x = \frac{1}{150} - \frac{1}{300}, \quad \frac{2}{3m_p} m_\varkappa = \frac{1}{100},$$

$$\frac{2B}{Ml\, m_p} m_z = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}, \quad \frac{1 \cdot 5}{m_p} m_{F_x} = 1. \quad \frac{2B}{Ml\, m_p} m_{F_z} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8}.$$

Используя полученные соотношения, опустим члены-аргументы в (3)—(5), оказывающие менее трети влияния на функции — ошибки определения координат. Тогда выражения для средних квадратических ошибок определения координат по стереопаре киноснимков можно представить следующим образом:

$$m_X^2 = \frac{Y^2}{f^2} m_x^2 + \frac{Y^4 l^2}{4B^2 f^4} m_p^2 + \frac{5Y^2}{f^2} m_{F_x}^2,$$

$$m_Y^2 = \frac{Y^4}{B^2 f^2} m_p^2 + \frac{2Y^4}{B^2 f^2} m_{F_x}^2,$$

$$m_Z^2 = \frac{Y^2}{f^2} m_z^2 + \frac{Y^4 l^2}{4B^2 f^4} m_p^2 + \frac{Y^4 l^2}{2B^2 f^4} m_{F_x}^2 + \frac{Y^2}{f^2} m_{F_z}^2. \qquad (7)$$

Перейдя к масштабу киносъемки M и координатам киноснимка x, z, после преобразования (7) получаем формулы для оценки точности определения координат по стереопаре киноснимков, удобные для практического использования:

$$m_X = M \sqrt{m_X^2 + \frac{x^2}{p^2} m_p^2 + 5m_{F_x}^2},$$

$$m_Y = Mf \sqrt{\frac{1}{p^2} (m_p^2 + 2m_{F_x}^2)},$$

$$m_Z = M \sqrt{m_z^2 + \frac{z^2}{p^2} (m_p^2 + 2m_{F_x}^2) + m_{F_z}^2}.$$

1. *Блюмин М. А.* Учет влияния элементов ориентирования киносъемочных камер // Геодезия и фотограмметрия в горном деле. М., 1981. С. 64—67. 2. *Лобанов А. Н.* Фототопография. М., 1983.

Статья поступила в редколлегию 30. 10. 85