

$$Q^{-1} = D^T Q^{-1} D - D^T Q^{-1} (Q_z^{-1} + Q_\phi^{-1}) Q^{-1} D. \quad (22)$$

Для упрощений  $P_\phi = F$ ,  $P_z = P_z E$  справедливы выводы, приведенные в [8], и процедура обращения матрицы  $N$  из (14) — (15) отпадает.

### Исходные данные для уравнивания в фотограмметрии

Тип исходных данных	Способы получения данных в фотограмметрии		
	аэрофотографической	наземной топографической	прикладной
Элементы проекции	Кагибровка съемочной системы, самокадрировка	Кагибровка съемочной системы	Кагибровка съемочной системы, самокадрировка
Элементы внешнего ориентирования	Инерциальные системы, по снимкам звезд, видимого горизонта, поверхности объекта	Уровни, ориентирные устройства	Уровни, ориентирные устройства, оптические механизмы, специальные системы
угловые	Навигационные системы, радиогеодезические станции	Геодезические определения	Геодезические определения, механические и физические средства и методы
линейные	Геодезические определения, топокарта, привязка прошлых лет, фотогеодезическая съемка	Геодезические определения, топокарта, архивные данные, аэрофотограмметрия	Геодезические определения, механические и физические средства и методы, тест-объекты
Измерения в фотостанциях	Радиовысотмер, лазерный дальнометр	Геодезические измерения (расстояния, углы, превышения)	Геодезические измерения, специальные средства и методы
Данные, отнесенные к базису	Статоскоп	Геодезические измерения и определения, аэрофотограмметрия	Геодезические измерения и определения, механические и физические средства и методы, геодезические характеристики фигуры, тест-объекты
Данные об объекте съемки	Геодезические измерения и определения (расстояния, углы, превышения), фотогеодезическая съемка, топокарта	Геодезические измерения и определения, аэрофотограмметрия	Топокарта, геодезические, механические и физические средства и методы, геодезические характеристики фигуры, тест-объекты
Комбинированные данные	—	Геодезические измерения	Геодезические измерения, физические средства и методы

Предложенный алгоритм дает особенно ощутимые преимущества при использовании исходных данных, отнесенных к фотостанциям, базису и объекту съемки, так как объем вычислений резко сокращается.

1. Антипов И. Т., Крылов Н. А., Неймишвили Ю. К., Нехин С. С. На XV Конгрессе международного общества фотограмметри и дистанционного зондирования // Геодезия и картография, 1985, № 1, С. 49—53.
2. Болышников В. Д., Гаддаев П. А. Теория математической обработки геодезических измерений М., 1977.
3. Заплатнов Г. Электронно-вычислительная техника в геодезии. София, 1979.

4. Дорожковский А. Д., Гринюк М. Я. Уравнивание функций коррелированных измерений // Геодезия, картография и аэрофотограмметрия. 1980. Вып. 31. С. 127—130.

5. Дорожковский А. Д., Тушкетая О. В., Гринюк М. Я. Уравнивание фотограмметрических измерений // Геодезия, картография и аэрофотограмметрия. 1984. Вып. 40. С. 143—149.

6. Кеймиц Ю. В., Васюков В. Д. Теория и методы математической обработки геодезических измерений // Итоги науки и техники. Геодезия и аэрограмметрия. 1978. Вып. 14. С. 6—76.

7. Куштин И. Ф., Лысков Г. А. Фотограмметрия снимка и стереоскопических моделей. М., 1984.

8. Маркузе Ю. И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. М., 1982.

9. Маркузе Ю. И. Обобщенный параметрический способ уравнивания, рекуррентная формула и коллокация // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотограмметрия. 1985. № 4. С. 3—14.

10. Тюрин Ю. С. Способы стереофотограмметрической обработки снимков, полученных с подвижного базиса. М., 1971.

11. Финаревский И. И. Уравнивание английской фотограмметрии. М., 1976.

Статья поступила в редакцию 05.02.86

УДК 528.711.1

### О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ОПОРНЫХ ТОЧЕК ПРИ ФОТОГЕОДОЛИТНОЙ СЪЕМКЕ

Е. И. СМЕРНОВ

От точности определения исходных координат опорных точек в значительной степени зависит надежность дальнейших стереофотограмметрических построений. Для предсказания необходимой и достаточной точности определения пространственных координат опорных точек, практически не влияющих на положение их изображений на снимках, воспользуемся известным условием коллинеарности

$$x = f \frac{a_1 (X - X_s) + b_1 (Y - Y_s) + c_1 (Z - Z_s)}{a_2 (X - X_s) + b_2 (Y - Y_s) + c_2 (Z - Z_s)},$$

$$z = f \frac{a_3 (X - X_s) + b_3 (Y - Y_s) + c_3 (Z - Z_s)}{a_2 (X - X_s) + b_2 (Y - Y_s) + c_2 (Z - Z_s)}, \quad (1)$$

где  $x, z$  — измеренные координаты опорных точек на фотогеодолитном снимке;  $f$  — фокусное расстояние камеры;  $a_i, b_i, c_i$  — направляющие косинусы, являющиеся функциями от угловых элементов внешнего ориентирования снимка;  $X, Y, Z$  — пространственные координаты опорных точек;  $X_s, Y_s, Z_s$  — пространственные координаты передней узловой точки камеры.

Для упрощения дальнейших вычислений будем считать, что угловые элементы внешнего ориентирования близки к нулю, тогда  $a_1 = b_2 = c_3 = 1, a_2 = a_3 = b_1 = b_3 = c_1 = c_2 = 0$ . В этом случае условия (1) примут вид

$$x = f \frac{X - X_s}{Y - Y_s} = f \frac{Lx}{Ly},$$

$$z = f \frac{Z - Z_s}{Y - Y_s} = f \frac{L_z}{L_y} \quad (2)$$

Продифференцировав полученные выражения по переменным  $L_x, L_y, L_z$ , имеем

$$\begin{aligned} dx &= f \frac{dL_x L_y - L_x dL_y}{L_y^2} = \frac{f}{L_y} (dL_x - \frac{L_x}{L_y} dL_y), \\ dz &= f \frac{dL_z L_y - L_z dL_y}{L_y^2} = \frac{f}{L_y} (dL_z - \frac{L_z}{L_y} dL_y). \end{aligned} \quad (3)$$

Перейдя к средним квадратическим ошибкам и учитывая (2), получаем

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{1}{M} \sqrt{\frac{m_{L_x}^2}{f^2} + \frac{x^2}{f^2} m_{L_y}^2}, \\ m_z &= \frac{1}{M} \sqrt{\frac{m_{L_z}^2}{f^2} + \frac{z^2}{f^2} m_{L_y}^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\frac{1}{M} = \frac{f}{L_y}$  — масштаб в точке снимка.

Ошибки планового положения опорных точек относительно перенесенной угловой точки камеры можно считать равнозначными и рассматривать как суммарные ошибки определения их плоских координат. Следовательно, справедлива замена

$$m_{L_x} = \sqrt{m_x^2 + m_z^2} = m_{L_y} = \sqrt{m_y^2 + m_z^2} = m_{xy} \sqrt{2}. \quad (5)$$

Учитывая последнее равенство, необходимо и достаточную точность определения плановых координат опорных точек рассчитаем по формуле

$$m_{xy} = M \frac{m_x}{\sqrt{2} \sqrt{f^2 + x^2}}. \quad (6)$$

Для вычисления точности высотных отметок точек снимка перейдем допустимую ошибку аппликации этой точки в виде

$$m_z = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2m_H^2 + z^2}{f^2} M^2 \frac{m_x^2}{2f^2 + x^2}}, \quad (7)$$

где  $2m_H^2 = m_{L_z}^2 = m_z^2 + m_z^2$ . Отсюда легко получить искомого точность определения высотных отметок опорных точек

$$m_H = \frac{M}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m_z^2 + \frac{z^2}{2}}{f^2 + x^2}}. \quad (8)$$

Принимая точность измерения координат точек снимка практически одинаковой, можно считать  $m_x = m_z = m$ . Тогда окончательно

формулы подсчета необходимой точности определения пространственных координат опорных точек имеют вид

$$\begin{aligned} m_{xy} &= M \frac{m}{\sqrt{2} \sqrt{f^2 + x^2}}, \\ m_H &= M \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{z^2}{f^2 + x^2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Предрассчитаем необходимую точность определения пространственных координат опорных точек при съемке на отстояниях 500, 1000 и 2000 м для наиболее распространенного фототеодолита Рhotho 19/1318, считая, что измерения координат точек снимка выполняются с ошибкой  $m = \pm 0,005$  мм. Результаты вычисления приведены ниже:

Допустимые ошибки	500	1000	2000
$m_{xy}$	0,009	0,017	0,034
$m_H$	0,010	0,019	0,039

Полученные результаты свидетельствуют о достаточно высокой точности определения пространственного положения опорных точек. В частности, при удалении точек от базиса на 1 км геодезические работы по привязке опорных точек необходимо выполнять по программе триангуляции или полигонометрии 1 разряда, а при удалении этих точек на 2 км допустимо применение программы триангуляции или полигонометрии 2-го разряда. Другие, менее точные методы, применяемые при плано-высотной привязке опорных точек, недопустимы.

Решим обратную задачу: определим ожидаемую точность вычисления координат точек снимка по известным ошибкам плановых координат опорных точек. Формула, выражающая эту зависимость, имеет вид

$$m = \frac{1}{M} m_{xy} \sqrt{2} \frac{\sqrt{f^2 + x^2}}{f}. \quad (10)$$

Допустимые ошибки в определении координат пунктов съемочной сети, согласно справочнику\*, не должны превышать для масштаба съемки 1:1000 ( $Y_{\max} = 1700$  м)  $\pm 0,16$  м. Следовательно, расчетное положение на снимке  $m = \pm 0,027$  мм. Отсюда, используя зависимость между ошибками координат точек снимка и угловым элементом внешнего ориентирования  $\alpha$ , получаем

$$m_\alpha = \frac{f}{f^2 - x^2} m \rho'' = \pm 25''. \quad (11)$$

\* Справочник геодезиста / Под. ред. В. Д. Большакова, Г. П. Левчука. М., 1985.

Результаты вполне соответствуют существующим требованиям к построению на основании фототеодеолитной съемки топографических планов графомеханическим способом, в то время как при аналитическом точность определения координат опорных точек должна быть значительно выше.

Статья поступила в редакцию 10. 11. 85

## СОДЕРЖАНИЕ ГЕОДЕЗИЯ

Виленский В. А., Ходоров С. Н. Предварительное точности проектов многообразных трилатерационных построений	3
Герасименко М. Д. Применение теории мажоранации для исследования спектра матриц в уравнительных вычислениях	10
Давыд П. Д., Иосифчик Н. Д. Прогнозирование вертикальных смещений инженерных сооружений методами равномерной аппроксимации	17
Евсеева Э. М., Киричук В. В. О методах выделения трендовой составляющей поля скоростей современных вертикальных движений земной коры	19
Ибрагим Саид Абд Эльменди. Исходные положения составления проекта астрономо-геодезической сети АРЕ	26
Каганов Я. И., Воловецкий Б. И., Тригорчук Р. А., Ильков Р. Р. Прогноз типов эрозивно-аккумулятивных процессов при проектировании инженерных сооружений на реках торно-предторной зоны	32
Колос А. С. Экспериментальная проверка точности определения координат изображения	37
Костецкая Я. М. О точности положения пунктов в сетях трилатерации, проложенных между azimuthально-дальномерными ходами	40
Магера В. В. Угловые измерения при создании плановой геодезической сети на монтажных горизонтах реакторов атомных электростанций	47
Маслич Д. И. Определение рефракции света в турбулентной атмосфере	52
Мещеряков Г. А., Агеев Н. Ф. Предварительный вариант петрадиционного нормального поля Земли	58
Монин И. Ф. К оценке точности совместного уравнивания измерений и исходных данных	62
Муха В. И. Ступенне геодезического обоснования двойными обратными гироскопическими засечками	66
Островский А. Д., Крайнов Н. И., Перий С. С. Определение частных углов рефракций по дробным центрам лазерного пучка и угловым колебаниям целей	69
Паеце П. В., Мельничук Н. А. О степени влияния лунно-солнечных приливов на результаты высокоточного нивелирования	77
Пневский П. И., Романчук С. В. Методика наблюдений за деформациями сооружений	82
Русин М. И., Сидорук Р. С. Определение гироскопического азимута при вращении ротора гиromотора по ходу и против хода часовой стрелки	85
Субботин И. Е., Крайченко Д. Е., Гудеев Ю. Ф. Осадки фундамента агрегатов газонефтеперерабатывающих станций	88
Тартачинский Р. М. Исследование влияния локальных рефракционных полей города на результаты угловых измерений в городских сетях триангуляции	91
Хажжак Д. С. О возможности фиксации направления по результатам измерений метеорологических элементов и зенитных расстояний	98
Шевченко Т. Г., Хропот С. Г., Вергелес С. П. Геодезический контроль положения роликовых опор вращающейся печи	104
Юркевич О. И. Квазистатическое напряженное состояние Восточной Европы по современным вертикальным движениям земной коры	110