

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ОПОРНЫХ ТОЧЕК ПРИ ФОТОТЕОДОЛИТНОЙ СЪЕМКЕ

От точности определения исходных координат опорных точек в значительной степени зависит надежность дальнейших стереофотограмметрических построений. Для предрасчета необходимой и достаточной точности определения пространственных координат опорных точек, практически не влияющих на положение их изображений на снимках, воспользуемся известным условием коллинеарности

$$\begin{aligned} x &= f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}, \\ z &= f \frac{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)}{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где x, z — измеренные координаты опорных точек на фототеодолитном снимке; f — фокусное расстояние камеры; a_i, b_i, c_i — направляющие косинусы, являющиеся функциями от угловых элементов внешнего ориентирования снимка; X, Y, Z — пространственные координаты опорных точек; X_s, Y_s, Z_s — пространственные координаты передней узловой точки камеры.

Для упрощения дальнейших вычислений будем считать, что угловые элементы внешнего ориентирования близки к нулю, тогда $a_1 = b_2 = c_3 = 1, a_2 = a_3 = b_1 = b_3 = c_1 = c_2 = 0$. В этом случае условия (1) примут вид

$$x = f \frac{X - X_s}{Y - Y_s} = f \frac{L_x}{L_y},$$

$$z = f \frac{Z - Z_s}{Y - Y_s} = f \frac{L_z}{L_y}. \quad (2)$$

Продифференцировав полученные выражения по переменным L_x, L_y, L_z , имеем

$$\begin{aligned} dx &= f \frac{dL_x L_y - L_x dL_y}{L_y^2} = \frac{f}{L_y} \left(dL_x - \frac{L_x}{L_y} dL_y \right), \\ dz &= f \frac{dL_z L_y - L_z dL_y}{L_y^2} = \frac{f}{L_y} \left(dL_z - \frac{L_z}{L_y} dL_y \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Перейдя к средним квадратическим ошибкам и учитывая (2), получаем

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{1}{M} \sqrt{m_{L_x}^2 + \frac{x^2}{f^2} m_{L_y}^2}, \\ m_z &= \frac{1}{M} \sqrt{m_{L_z}^2 + \frac{z^2}{f^2} m_{L_y}^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\frac{1}{M} = \frac{f}{L_y}$ — масштаб в точке снимка.

Ошибки планового положения опорных точек относительно передней узловой точки камеры можно считать равноточными и рассматривать как суммарные ошибки определения их плоских координат. Следовательно, справедлива замена

$$m_{L_x} = \sqrt{m_x^2 + m_{x_s}^2} = m_{L_y} = \sqrt{m_y^2 + m_{y_s}^2} = m_{xy} \sqrt{2}. \quad (5)$$

Учитывая последние равенства, необходимую и достаточную точность определения плановых координат опорных точек рассчитаем по формуле

$$m_{xy} = M \frac{m_x}{\sqrt{2}} \frac{f}{\sqrt{f^2 + x^2}}. \quad (6)$$

Для вычисления точности высотных отметок точек снимка перепишем допустимую ошибку аппликаты этой точки в виде

$$m_z = \frac{1}{M} \sqrt{2m_H^2 + \frac{z^2}{f^2} M^2 \frac{m_x^2}{2} \frac{f^2}{f^2 + x^2}}, \quad (7)$$

где $2m_H^2 = m_{L_z}^2 = m_z^2 + m_{z_s}^2$. Отсюда легко получить искомую точность определения высотных отметок опорных точек

$$m_H = \frac{M}{\sqrt{2}} \sqrt{m_z^2 + \frac{m_x^2}{2} \frac{z^2}{f^2 + x^2}}. \quad (8)$$

Принимая точность измерения координат точек снимка практически одинаковой, можно считать $m_x = m_z = m$. Тогда окончательно

формулы предрасчета необходимой точности определения пространственных координат опорных точек имеют вид

$$m_{xy} = M \frac{m}{\sqrt{2}} \frac{f}{f^2 + x^2},$$

$$m_H = M \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{z^2}{f^2 + x^2}}. \quad (9)$$

Предрасчитаем необходимую точность определения пространственных координат опорных точек при съемке на отстояниях 500, 1000 и 2000 м для наиболее распространенного фототеодолита Photheo 19/1318, считая, что измерения координат точек снимка выполняются с ошибкой $m = \pm 0,005$ мм. Результаты вычислений приведены ниже:

Допустимые ошибки	500	1000	2000
m_{xy}	0,009	0,017	0,034
m_H	0,010	0,019	0,039

Полученные результаты свидетельствуют о достаточно высокой точности определения пространственного положения опорных точек. В частности, при удалении точек от базиса на 1 км геодезические работы по привязке опорных точек необходимо выполнять по программе триангуляции или полиногметрии 1 разряда, а при удалении этих точек на 2 км допустимо применение программы триангуляции или полигонометрии 2-го разряда. Другие, менее точные методы, применяемые при плано-высотной привязке опорных точек, недопустимы.

Решим обратную задачу: определим ожидаемую точность вычисления координат точек снимка по известным ошибкам плановых координат опорных точек. Формула, выражающая эту зависимость, имеет вид

$$m = \frac{1}{M} m_{xy} \sqrt{2} \frac{\sqrt{f^2 + x^2}}{f}. \quad (10)$$

Допустимые ошибки в определении координат пунктов съемочной сети, согласно справочнику*, не должны превышать для масштаба съемки 1 : 1000 ($Y_{\max} = 1700$ м) $\pm 0,16$ м. Следовательно, расхождения вычисленных координат опорных точек и их действительное положение на снимке $m = \pm 0,027$ мм. Отсюда, используя зависимость между ошибками координат точек снимка и угловым элементом внешнего ориентирования α , получаем

$$m_\alpha = \frac{f}{f^2 - x^2} m \rho'' = \pm 25''. \quad (11)$$

* Справочник геодезиста / Под. ред. В. Д. Большакова, Г. П. Левчука. М., 1985.

Результаты вполне соответствуют существующим требованиям к построению на основании фототеодолитной съемки топографических планов графомеханическим способом, в то время как при аналитическом точность определения координат опорных точек должна быть значительно выше.

Статья поступила в редколлегию 10. 11. 85
