УДК 528.51

Л. А. ЗАБРОДИН, А. В. ЮСЬКЕВИЧ

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РАДИОДАЛЬНОМЕРА ТРАП-1

В завершающей стадии разработки радиодальномера ТРАП-1 исследовалось влияние различных блоков, входящих в состав радиодальномера, на такую важную его характеристику, как погрешность измерения. Цель исследований — определение блоков дальномера, имеющих доминирующее влияние на ошибку измерения. В качестве переменных факторов в эксперименте использовали блок СВЧ, усилитель промежуточной частоты, усилитель низкой частоты, блок кварцевого генератора, блок автоподстройки несущей и масштабных частот, фазометр, а также выбор измеряемого расстояния и несущей частоты, изменяющейся в небольших пределах.

Исследование влияния каждого блока в отдельности по классической схеме требует проведения очень большого объема экспериментальных измерений. Кроме того, такой подход не дает возможности выявить взаимодействия между отдельными факторами. Применение статистических методов планирования и обработки многофакторных экспериментов позволило значительно сократить объем работ и повысить их надежность.

Задачу эксперимента сформулируем следующим образом: необходимо найти математическую модель поверхности отклика $y=f(x_1 \ldots x_n)$ и произвести количественную оценку влияния различных блоков (факторов) на погрешность измерения дальности. Таким образом, поставлена задача интерполяции, поэтому математическую модель поверхности отклика определяем интерполяционной формулой.

Исследования радиодальномера проводили на трех базисах, длины которых известны с погрешностью $M=(5+1 \cdot 10^{-6}D)$ мм. Погрешность результата измерения в i-м опыте

$$y_i=D_i-D_{\text{эт}}, \qquad (1)$$

где D_i — результат измерения радиодальномером; $D_{эт}$ — эталонная длина базиса.

Длины базисов (1,2, 6,1 и 12,1 км) расположены равномерно в диапазоне дальности действия радиодальномера. Подстилающая поверхность в них одинакова. Для изучения влияния длины линии на погрешность ее измерения радиодальномером длина линии включена восьмым фактором в эксперимент.

Построим план эксперимента, в котором факторами будут: x_1 — несущая частота, x_2 — блок СВЧ, x_3 — блок УПЧ, x_4 — блок УНЧ, x_5 — блок кварцевого генератора (КГ), x_6 — блок АПЧ, x_7 — блок фазометра, x_8 — длина измеряемой линии.

Применяя кодовые обозначения, поставим в соответствие натуральным значениям переменных x_i варьируемых факторов их кодовые обозначения уровней варьирования, как это показано в табл. 1.

Таблица 1

Уровни факторов и их кодовые обозначения

Наименование факторов	Уровни переменных	Кодовое обозначение факторов
Несущая частота	8750 мГц 8783 мГц	0 1
Блок СВЧ	1 2 3	0 1 2
Блок УПЧ	1 2 3	0 1 2
Блок УНЧ	1 2 3	0 1 2
Блок КГ	1 2 3	0 1 2
Блок подстроек	1 2 3	0 1 2
Блок фазометра	1 2 3	0 1 2
Измеряемая дальность	1220,26 м 6131,73 м 12112,47 м	0 1 2

Таблица 2

План эксперимента и наблюденные значения функции отклика

Номер опыта	x_1 (ГГц)	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8, м	y (м)
1	8,75	0	0	0	0	0	0	1220,26	+0,1
2	8,75	1	1	1	1	1	1	1220,26	+0,58
3	8,75	2	2	2	2	2	2	1220,26	—1,67
4	8,783	0	0	1	2	1	2	1220,26	—0,27
5	8,783	1	1	2	0	2	0	1220,26	—0,56
6	8,783	2	2	0	1	0	1	1220,26	—0,07
7	8,75	0	1	0	2	2	1	6131,73	+0,15
8	8,75	1	2	1	0	0	2	6131,73	—0,06
9	8,75	2	0	2	1	1	0	6131,73	—0,08
10	8,783	0	2	2	0	1	1	6131,73	—0,18
11	8,783	1	0	0	1	2	2	6131,73	—0,32
12	8,783	2	1	1	2	0	0	6131,73	—0,04
13	8,75	0	1	2	1	0	2	12112,47	—0,25
14	8,75	1	2	0	2	1	0	12112,47	+0,14
15	8,75	2	0	1	0	2	1	12112,47	—1,42
16	8,783	0	2	1	1	2	0	12112,47	—0,17
17	8,783	1	0	2	2	0	1	12112,47	—0,11
18	8,783	2	1	0	0	1	2	12112,47	+0,01

В эксперименте рассмотрим только главные эффекты, при этом математическая модель функции отклика имеет вид

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2^{(0)} x_2^{(0)} + b_2^{(1)} x_2^{(1)} + b_2^{(2)} x_2^{(2)} + b_3^{(0)} x_3^{(0)} +$$
$$+ b_3^{(1)} x_3^{(1)} + b_3^{(2)} x_3^{(2)} + b_4^{(0)} x_4^{(0)} + b_4^{(1)} x_4^{(1)} + b_4^{(2)} x_4^{(2)} + b_5^{(0)} x_5^{(0)} +$$
$$+ b_5^{(1)} x_5^{(1)} + b_5^{(2)} x_5^{(2)} + b_6^{(0)} x_6^{(0)} + b_6^{(1)} x_6^{(1)} + b_6^{(2)} x_6^{(2)} +$$
$$+ b_7^{(0)} x_7^{(0)} + b_7^{(1)} x_7^{(1)} + b_7^{(2)} x_7^{(2)} + b_8 x_8. \qquad (2)$$

Запрос для данного плана эксперимента [2] равен $2 \times 3^7/18$. Согласно запросу при непосредственном методе планирования ему соответствует следующая матрица:

$$D_F = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{matrix} \right\| \qquad (3)$$

Матрица плана D_x вместе с наблюденными значениями y представлена в табл. 2.

Обработку результатов измерения и вычисления коэффициентов регрессионной модели проведем по методике, изложенной в [1].

Пусть x_{in} — значение, которое принимает переменная x_i в n-й точке плана. Тогда функцию $f_{ij}(x_i)$ (где i — номер переменной, j — показатель степени переменной) выбираем таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

1. f_{i1} — линейная функция x_i, f_{i} — квадратическая функция x_i и т. д.;

2. $\sum\limits_{n=1}^{N} f_{ij}(x_{in})$ — сумма для всех i и j, где i — номер переменной (фактора); n — номер точки плана; N — число точек плана.

Поскольку мы рассматриваем только главные эффекты, то исходя из условия 1, запишем

$$f_{i1}(x_1) = K_i(x_i + A_i), \tag{4}$$

где по условию 2

$$A_i = -\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x_{in}. \tag{5}$$

Определим константы A_i для нашего эксперимента

$$A_1 = -\frac{1}{18}(x_{1,1} + \cdots + x_{1,18}) = -8{,}7665,$$

$$A_2 = -\frac{1}{18}(x_{2,1} + \cdots + x_{2,18}) = -1.$$

Аналогично $A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = -1$,

$$A_8 = -6{,}488\frac{23}{150} = -6488{,}15.$$

Таблица 3

Вычисленные значения x_i и $x_i + A_i$

i	x_i	$x_i + A_i$
1	8,75 8,783	−0,0165 0,0165
2	0 1 2	−1 0 +1
3	0 1 2	−1 0 +1
4	0 1 2	−1 0 +1
5	0 1 2	−1 0 +1
6	0 1 2	−1 0 +1
7	0 1 2	−1 0 +1
8	1220,26 6131,73 12112,47	$-5268\frac{31}{300}$ $-357\frac{173}{300}$ $5624\frac{95}{300}$

Определим для каждого x_i значение выражения $(x_i + A_i)$. Результаты вычислений даны в табл. 3.

Значения K_i в (4) выбирают так, чтобы $f_{i,1}$ были наименьшие целые числа. Таким образом, выбираем $K_1 = 60{,}61$; $K_2 = K_3 = K_4 = K_5 = K_6 = K_7 = 1$, $K_8 = 0{,}0028$. Отсюда значения независимых переменных составляют

$$x_1 = f_{11}(x_1) = \begin{Bmatrix} -1 \\ +1 \end{Bmatrix}; \tag{6}$$

$$x_2 = f_{21}(x_2) = x_3 = f_{31}(x_3) = \cdots = x_7 = f_{71}(x_7) = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ +1 \end{Bmatrix}; \tag{7}$$

$$x_8 = f_{8,1}(x_8) = \begin{Bmatrix} -15 \\ -1 \\ +16 \end{Bmatrix}. \tag{8}$$

С учетом выше сказанного регрессионное уравнение (2) можно записать в следующем виде:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{8} \hat{\beta}_i x_i, \tag{9}$$

где

$$\beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^{18} y_i}{18}, \tag{10}$$

а значения $x_1 \ldots, x_8$ определены соответственно выражениями (6)—(8).

Матрицу независимых переменных в этом случае запишем

$$\chi = \left\| \begin{matrix} +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -15 \\ +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & -15 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & 0 & +1 & 0 & +1 & -15 \\ +1 & +1 & 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & -1 & -15 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -15 \\ +1 & -1 & -1 & 0 & -1 & +1 & +1 & 0 & -1 \\ +1 & -1 & 0 & +1 & 0 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ +1 & +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & +1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & 0 & +1 & 0 & -1 & +1 & +16 \\ +1 & -1 & 0 & +1 & -1 & +1 & 0 & -1 & +16 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & 0 & -1 & +1 & 0 & +16 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & +1 & -1 & +16 \\ +1 & +1 & 0 & -1 & +1 & +1 & -1 & 0 & +16 \\ +1 & +1 & +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & +1 & +16 \end{matrix} \right\| \tag{11}$$

Значения регрессионных коэффициентов получим, разделив скалярное произведение столбца наблюдений и соответствующего столбца матрицы независимых переменных X на скалярный квадрат этого же столбца матрицы X

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i(x_{1n} \cdots x_{mn})\, y_n}{\sum_{i=1}^{N} [f_i(x_{1n} \cdots x_{mn})]^2}, \tag{12}$$

где y_n — наблюдение в n-й точке плана.

Произведя вычисления по уравнению (12) и подставляя результаты (11), получаем следующее регрессионное уравнение:

$$\hat{y} = -0{,}234 + 0{,}04446\, x_1 - 0{,}266\, x_2 + 0{,}0075\, x_3 - 0{,}238\, x_4 + \\ + 0{,}0258\, x_5 - 0{,}297\, x_6 - 0{,}1625\, x_7 + 0{,}0002766\, x_8. \tag{13}$$

Из полученного выражения (13) можно сделать вывод, что на ошибку измерения расстояния радиодальномером ТРАП-1 наибольшее влияние оказывает блок СВЧ ($\hat{\beta}_2=0{,}266$), блок УНЧ ($\hat{\beta}_4=0{,}238$), блок подстроек ($\hat{\beta}_6=0{,}297$) и фазометр ($\hat{\beta}_7=0{,}1625$).

Такие факторы, как значение несущей частоты в заданном диапазоне перестройки $\Delta f=33$ Мгц ($\hat{\beta}_1=0{,}04446$), блок УПЧ ($\hat{\beta}_3=0{,}0075$) и блок кварцевого генератора ($\hat{\beta}_5=0{,}0258$) слабо влияют на ошибку измерения, а изменение измеряемого расстояния практически не влияет на эту ошибку.

Полученные данные хорошо согласуются и с физическими представлениями о процессах, происходящих в радиодальномере. Дальнейший анализ выявленных в процессе эксперимента блоков показал, что блок подстроек неоптимально согласован с блоком УПЧ, в блоке СВЧ наблюдаются разбросы по КСВ как на прием, так и на передачу, а в блоке УНЧ основное влияние на ошибку оказывают имеющиеся там схемы фазовой автоподстройки разностной частоты.

Отсутствие влияния измеряемого расстояния на ошибку измерения, очевидно, объясняется тем, что частота кварцевого генератора не отклоняется от номинала, а точность измерения разности фаз в данном дальномере мало зависит от мощности поступающего на станцию сигнала.

Незначительное влияние несущей частоты на точность измерений в этом эксперименте вполне закономерно. Трассы трех базисов, на которых выполнены измерения, равнинны и имеют сплошной растительный покров (пашня).

1. *Бродский В. З.* Многофакторные регулярные планы. М., 1972. 2. Таблицы планов экспериментов для факторных и полиноминальных моделей. М., 1982.

Статья поступила в редколлегию 30. 01. 86