

В. В. МИЛЯР

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТВОРНЫХ ТОЧЕК ЗДАНИЯ В КАЧЕСТВЕ ИСХОДНЫХ ДЛЯ ОБРАТНОЙ ЗАСЕЧКИ

Широкое применение на практике микрокалькуляторов позволяет производить вычисления быстро и непосредственно в полевых условиях, что делает более эффективным использование, например, способа обратной угловой геодезической засечки для определения координат точек местности. Все же существенным недостатком являются необходимые громоздкие расчеты [4]. Но их можно сократить путем упрощения рабочих формул, что как раз и имеет место при наблюдении плановых геодезических пунктов.

которые размещены вдоль одного створа (рис. 1). Тогда справедливы соотношения

$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{d_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - d \cdot \operatorname{ctg} \beta}{d_2}; \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \frac{d_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - d \cdot \operatorname{ctg} \beta}{d_1};$$

$$\Delta x_{I,C} = \frac{d}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}; \quad \Delta y_{M_1,C} = \Delta x_{I,C} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1;$$

$$\Delta y_{C,M_2} = \Delta x_{I,C} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2, \text{ где } \beta = \beta_1 + \beta_2; \quad d = d_1 + d_2.$$

Если  $d_1 = d_2 = \frac{d}{2}$ , то

$$\operatorname{ctg} \alpha_2 = \operatorname{ctg} \beta_1 - 2 \operatorname{ctg} \beta; \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \operatorname{ctg} \beta_2 - 2 \operatorname{ctg} \beta.$$

На точность засечки влияет расположение определяемого места относительно базисов  $d_1$  и  $d_2$ , а также длины последних. Пер-

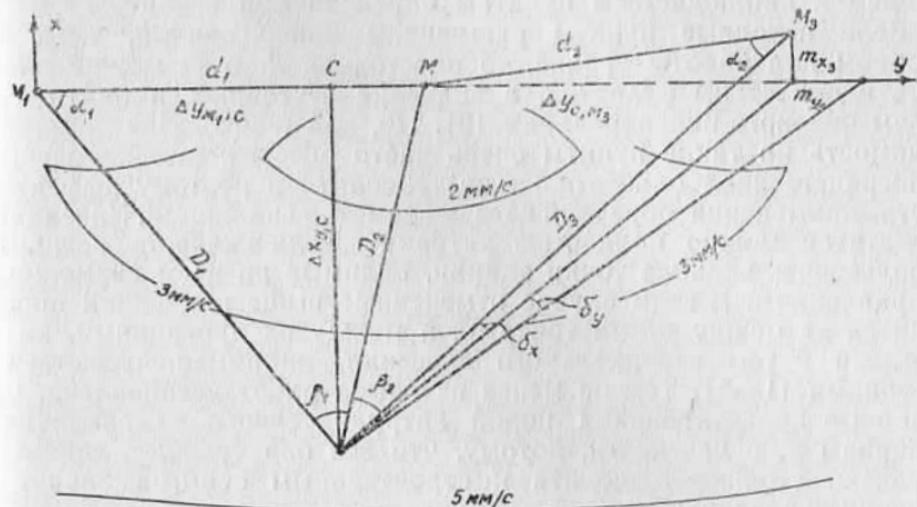


Рис. 1. Обратная засечка при наблюдении стенных створных точек.

вая зависимость показана на рис. 1 кривыми линиями, в чьих пределах точность постоянна, а вторая приведенными ниже данными:

$d_1 = d_2, \text{ м}$	20	50	100	20	200	50	100
при $\Delta y_{M_1,C} = \Delta y_{C,M_2}$							
$M_J/m_\beta, \text{ мм/с}$	0,24	0,69	3,09	0,70	0,79	1,13	

На основании этих представлений можно находить ожидаемые ошибки в координатах искомой точки  $M_1$ , проектировать по точности и размерам сеть и предвычислять ошибки измерения углов.

В настоящее время на стенах существующих зданий и сооружений часто закрепляют пункты плановой основы, выносят следы

строительных осей. После проведения исполнительных съемок становится известным пространственное положение выверяемых конструкций. Все это вместе может служить геодезическим обоснованием для обратных засечек в предлагаемом варианте, если наблюдаемые пункты находятся в одной вертикальной плоскости стены. Причем ошибки их положения искажают измеряемые углы следующим образом:

$$\delta_x = \frac{\rho}{D} m_x \cdot \cos \alpha_i; \quad \delta_y = \frac{\rho}{D} m_y \cdot \sin \alpha_i, \quad (i = 1; 2),$$

где  $\delta_y$  и  $\delta_x$  — значения ошибок в угле  $\beta_i$ , вызванные соответственно ошибкой  $m_y$  в длине базиса и отклонением  $m_x$  исходного пункта от заданного створа;  $D$  — расстояние от этого пункта к инструменту;  $\rho = 206265''$ . Отсюда следует, что влияние ошибок планового обоснования на результат увеличивается с приближением к наблюдаемым пунктам определяемой точки.

Если исходные пункты размещены внизу здания, т. е. на удобном для работы уровне, то расстояния  $d_1$  и  $d_2$  можно измерить вдоль стены рулеткой, а значение нестворности найти способом бокового нивелирования [2]. Но, как показывает практика, видимость на такие пункты очень часто обеспечивается только в непосредственной близости их от теодолита и поэтому эффективность применения обратной засечки заметно снижается. Указанный недостаток можно полностью устранить, если в качестве исходных использовать верхние точки здания, видимые по всем возможным направлениям. В этом случае отмеченные выше измерения производятся не между этими точками, а между их проекциями, полученными путем вертикального снесения, например, известными способами [1—3]. Тем не менее из опыта работ установлено, что подобные проектирования порой затруднительны по различным причинам и, в частности, потому, что все они требуют линейной привязки стоянки теодолита к строительным осям, а значит и наличия последних.

В данной статье предложено несколько практических принципов вертикального проектирования, простых в своем исполнении и более удобных применительно для нашей ситуации. Их сущность состоит в том, что с двух точек, расположенных примерно на одинаковом расстоянии от стены и над которыми последовательно центрируют теодолит, в коллимационной плоскости сносят на низ верхнюю точку  $O$  (рис. 2). Полученный таким образом отрезок  $O_1O_2=a$  замеряют линейкой.

Искомые величины  $l_{y_1}$ ,  $l_{y_2}$  и  $l_x$  вычисляют из уравнений

$$l_x = \frac{a}{\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2}; \quad l_{y_1} = l_x \cdot \operatorname{ctg} \gamma_1; \quad l_{y_2} = l_x \cdot \operatorname{ctg} \gamma_2,$$

а контролем служит равенство  $l_{y_1} + l_{y_2} = a$ .

Отложив с одной из построенных проекций навстречу другой соответствующее им расстояние  $l_{y_1}$  или  $l_{y_2}$ , найдем проекцию точ-

ки О плоскостью, перпендикулярной плоскости стены, которая наклонена относительно вертикали на величину  $l_x$ .

Таким образом, точность координирования верхних точек здания зависит от ошибок вертикального проектирования, отложения отрезка  $l_y$ , или  $l_z$ , бокового нивелирования, измерения базисов и вычисления. Поскольку все они, кроме последней, подробно рассмотрены в литературе [2], есть смысл остановиться только на ошибке вычисления, которая в свою очередь зависит от способа

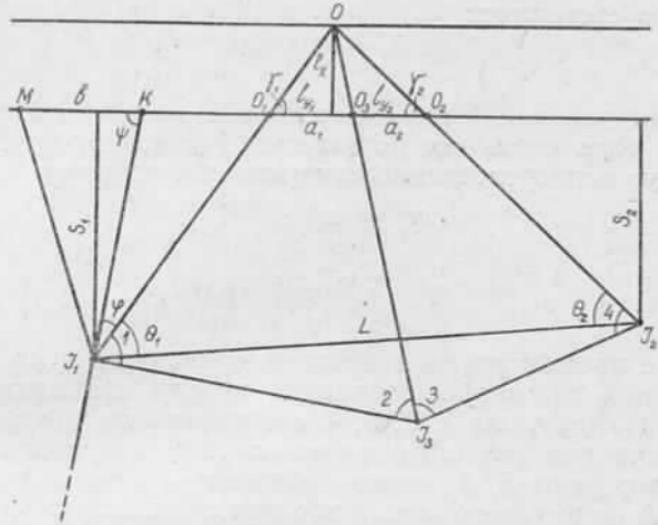


Рис. 2. Способы вертикального снесения верхней стенной точки.

нахождения углов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Так, дифференцируя последние равенства и переходя к средним квадратическим ошибкам с учетом того, что  $\gamma_i \approx 45^\circ$ , будем иметь формулы точности определения величин  $l_{y_i}$  и  $l_x$  ( $i=1, 2$ ), т. е.

$$m_{l_x}^2 = \frac{m_a^2}{4} + \frac{a^2}{2\rho^2} \cdot m_{\gamma_i}^2; \quad m_{l_{y_i}}^2 = \frac{m_a^2}{4} + \frac{3a^2}{2\rho^2} \cdot m_{\gamma_i}^2.$$

Углы  $\gamma_i$  можно найти различным путем, например, описанным выше способом обратной засечки, где ошибка вычисления составит  $m_{\gamma_i}^2 = 3m_{\beta_i}^2$ .

Если же навести на удаленный геодезический пункт  $P$  ( $x_P, y_P$ ) зрительную трубу теодолита и, переведя ее через зенит, отметить на стене след  $K$  этого направления, то, измерив угол  $\phi$  и расстояние  $b$  от метки  $K$  к существующей марке  $M$  с координатами  $x_M, y_M$ , искомое значение угла  $\gamma_1$  можно получить из выражений

$$\gamma_1 = \psi - \phi; \quad \operatorname{ctg} \psi = \frac{\Delta y_{M,P} + b}{\Delta x_{M,P}}$$

строительных осей. После проведения исполнительных съемок становится известным пространственное положение выверяемых конструкций. Все это вместе может служить геодезическим обоснованием для обратных засечек в предлагаемом варианте, если наблюдаемые пункты находятся в одной вертикальной плоскости стены. Причем ошибки их положения искажают измеряемые углы следующим образом:

$$\delta_x = \frac{\rho}{D} m_x \cdot \cos \alpha_i; \quad \delta_y = \frac{\rho}{D} m_y \cdot \sin \alpha_i, \quad (i = 1; 2),$$

где  $\delta_y$  и  $\delta_x$  — значения ошибок в угле  $\beta_i$ , вызванные соответственно ошибкой  $m_y$  в длине базиса и отклонением  $m_x$  исходного пункта от заданного створа;  $D$  — расстояние от этого пункта к инструменту;  $\rho = 206265''$ . Отсюда следует, что влияние ошибок планового обоснования на результат увеличивается с приближением к наблюдаемым пунктам определяемой точки.

Если исходные пункты размещены внизу здания, т. е. на удобном для работы уровне, то расстояния  $d_1$  и  $d_2$  можно измерить вдоль стены рулеткой, а значение нестворности найти способом бокового нивелирования [2]. Но, как показывает практика, видимость на такие пункты очень часто обеспечивается только в непосредственной близости их от теодолита и поэтому эффективность применения обратной засечки заметно снижается. Указанный недостаток можно полностью устранить, если в качестве исходных использовать верхние точки здания, видимые по всем возможным направлениям. В этом случае отмеченные выше измерения производятся не между этими точками, а между их проекциями, полученными путем вертикального снесения, например, известными способами [1—3]. Тем не менее из опыта работ установлено, что подобные проектирования порой затруднительны по различным причинам и, в частности, потому, что все они требуют линейной привязки стоянки теодолита к строительным осям, а значит и наличия последних.

В данной статье предложено несколько практических принципов вертикального проектирования, простых в своем исполнении и более удобных применительно для нашей ситуации. Их сущность состоит в том, что с двух точек, расположенных примерно на одинаковом расстоянии от стены и над которыми последовательно центрируют теодолит, в коллимационной плоскости сносят на низ верхнюю точку  $O$  (рис. 2). Полученный таким образом отрезок  $O_1O_2=a$  замеряют линейкой.

Искомые величины  $l_{y_1}$ ,  $l_{y_2}$  и  $l_x$  вычисляют из уравнений

$$l_x = \frac{a}{\operatorname{ctg} \gamma_1 + \operatorname{ctg} \gamma_2}; \quad l_{y_1} = l_x \cdot \operatorname{ctg} \gamma_1; \quad l_{y_2} = l_x \cdot \operatorname{ctg} \gamma_2,$$

а контролем служит равенство  $l_{y_1} + l_{y_2} = a$ .

Отложив с одной из построенных проекций навстречу другой соответствующее им расстояние  $l_{y_1}$  или  $l_{y_2}$ , найдем проекцию точ-

ки О плоскостью, перпендикулярной плоскости стены, которая наклонена относительно вертикали на величину  $l_x$ .

Таким образом, точность координирования верхних точек здания зависит от ошибок вертикального проектирования, отложения отрезка  $l_{y_1}$  или  $l_{y_2}$ , бокового нивелирования, измерения базисов и вычисления. Поскольку все они, кроме последней, подробно рассмотрены в литературе [2], есть смысл остановиться только на ошибке вычисления, которая в свою очередь зависит от способа

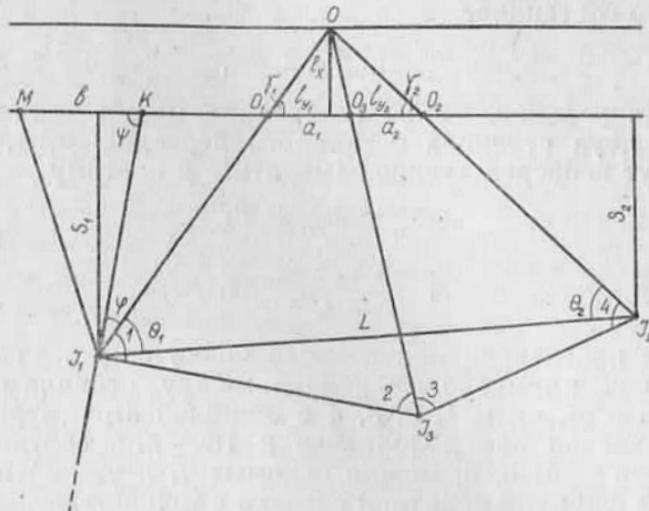


Рис. 2. Способы вертикального снесения верхней стенной точки.

нахождения углов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Так, дифференцируя последние равенства и переходя к средним квадратическим ошибкам с учетом того, что  $\gamma_i \approx 45^\circ$ , будем иметь формулы точности определения величин  $l_{y_i}$  и  $l_x$  ( $i=1, 2$ ), т. е.

$$m_{l_x}^2 = \frac{m_a^2}{4} + \frac{a^2}{2\rho^2} \cdot m_{\gamma_i}^2; \quad m_{l_{y_i}}^2 = \frac{m_a^2}{4} + \frac{3a^2}{2\rho^2} \cdot m_{\gamma_i}^2.$$

Углы  $\gamma_i$  можно найти различным путем, например, описанным выше способом обратной засечки, где ошибка вычисления составит  $m_{\gamma_i}^2 = 3m_{\beta_i}^2$ .

Если же навести на отдаленный геодезический пункт  $P$  ( $x_P, y_P$ ) зрительную трубу теодолита и, переведя ее через зенит, отметить на стене след  $K$  этого направления, то, измерив угол  $\varphi$  и расстояние  $b$  от метки  $K$  к существующей марке  $M$  с координатами  $x_M, y_M$ , искомое значение угла  $\gamma_i$  можно получить из выражений

$$\gamma_i = \psi - \varphi; \quad \operatorname{ctg} \psi = \frac{\Delta y_{M,P} + b}{\Delta x_{M,P}}$$

со средней квадратической ошибкой

$$m_{\gamma_1} = \frac{\rho^2}{\Delta x_{M,P}^2} \cdot \sin^2 \psi (m_{\Delta x_{M,P}, \Delta y_{M,P}}^2 + \sin^2 \psi \cdot m_b^2) + m_\psi^2.$$

Угол  $\gamma_2$  вычисляем по известному  $\gamma_1$  и измеренным  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  углам:

$$\gamma_2 = \Theta_1 + \Theta_2 - \gamma_1,$$

а ошибка его составляет

$$m_{\gamma_2}^2 = 2m_{\Theta_1}^2 + m_{\gamma_1}^2.$$

Соблюдая условие, чтобы расстояние между инструментом и стеной при двух стоянках оставалось постоянным, т. е.  $S_1 = S_2$ , углы  $\gamma_i$  будут непосредственно измеряться и поэтому

$$m_{\gamma_1}^2 = m_{\Theta_1}^2 + \eta^2,$$

где

$$\eta = \frac{S_1 - S_2}{L} \cdot \rho.$$

В случае проектирования верхней точки еще и со станции  $I_3$ , расположенной примерно посередине между станциями  $I_1$  и  $I_2$ , измеряя при этом углы 1, 2, 3, 4 с ошибкой  $m_i$  и отрезки  $a_1$ ,  $a_2$ , а также вычисляя как дополнение к  $180^\circ$  для соответствующих треугольников углы 5, 6, можно искомые  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  найти по приведенной выше формуле обратной засечки с точностью

$$m_{\gamma_1}^2 = 6m_i^2.$$

Как показали практические исследования, хорошо согласующиеся с теоретическими выводами, все рассмотренные способы определения положения верхних точек здания примерно одного класса точности с известными [1—3] и преимущество каждого из них выявляется только в конкретной обстановке на строительной площадке.

Описанные в статье все приемы, позволяющие в совокупности находить координаты точек местности, выполнялись систематически при строительстве промышленного предприятия на насыпном грунте, из-за которого плановое обоснование было закреплено только стальными знаками, и оказались во многих случаях самыми эффективными по сравнению с другими видами работ для достижения подобных целей.

1. Ананченко А. М. Проверка вертикальности колонн // Геодезия и картография. 1984. № 5. С. 29—30.
2. Левчук Г. П., Новак В. Е., Конусов В. Г. Прикладная геодезия. Основные методы и принципы инженерно-геодезических работ. М., 1981.
3. Миляр В. В. Выверка конструкций по вертикали // Геодезия и картография. 1982. № 4. С. 23—24.
4. Справочник геодезиста. М., 1975.

Статья поступила в редакцию 24.02.86