со средней квадратической ошибкой

$$m_{\gamma_1} = \frac{\rho^2}{\Delta x^2_{M,P}} \cdot \sin^2\psi\,(m^2_{\Delta x_{M,P}, \Delta y_{M,P}} + \sin^2\psi \cdot m_b^2) + m_\varphi^2.$$

Угол γ_2 вычисляем по известному γ_1 и измеренным Θ_1 и Θ_2 углам:

$$\gamma_2 = \Theta_1 + \Theta_2 - \gamma_1,$$

а ошибка его составляет

$$m^2_{\gamma_2} = 2m^2_{\Theta_i} + m^2_{\gamma_1}.$$

Соблюдая условие, чтобы расстояние между инструментом и стеной при двух стоянках оставалось постоянным, т. е. $S_1 = S_2$, углы γ_i будут непосредственно измеряться и поэтому

$$m^2_{\gamma_i} = m^2_{\Theta_i} + \eta^2,$$

где

$$\eta = \frac{S_1 - S_2}{L} \cdot \rho.$$

В случае проектирования верхней точки еще и со станции I_3, расположенной примерно посредине между станциями I_1 и I_2, измеряя при этом углы 1, 2, 3, 4 с ошибкой m_i и отрезки a_1, a_2, а также вычисляя как дополнение к 180° для соответствующих треугольников углы 5, 6, можно искомые γ_1 и γ_2 найти по приведенной выше формуле обратной засечки с точностью

$$m^2_{\gamma_i} = 6m_i^2.$$

Как показали практические исследования, хорошо согласующиеся с теоретическими выводами, все рассмотренные способы определения положения верхних точек здания примерно одного класса точности с известными [1—3] и преимущество каждого из них выявляется только в конкретной обстановке на стройтельной площадке.

Описанные в статье все приемы, позволяющие в совокупности находить координаты точек местности, выполнялись систематически при строительстве промышленного предприятия на насыпном грунте, из-за которого плановое обоснование было закреплено только стенными знаками, и оказались во многих случаях самыми эффективными по сравнению с другими видами работ для достижения подобных целей.

1. *Ананченко А. М.* Проверка вертикальности колонн // Геодезия и картография. 1984. № 5. С. 29—30. 2. *Левчук Г. П., Новак В. Е., Конусов В. Г.* Прикладная геодезия. Основные методы и принципы инженерно-геодезических работ. М., 1981. 3. *Миляр В. В.* Выверка конструкций по вертикали // Геодезия и картография. 1982. № 4. С. 23—24. 4. Справочник геодезиста. М., 1975.

Статья поступила в редколлегию 24. 02. 86

УДК 528.14/16

И. Ф. МОНИН

ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ДВУХГРУППОВОГО УРАВНИВАНИЯ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ВЕЛИЧИН

В [1] изложена теория двухгруппового уравнивания коррелированных величин. В основу положен классический подход, основанный на преобразовании коэффициентов условных уравнений второй группы. Ниже предложен вывод формул для оценки точности уравненных функций.

Согласно теории [1], условные уравнения в геодезической сети разделяются на две группы:

$$aV + w_a = 0; \quad (1)$$

$$\alpha V + w_\alpha = 0. \quad (2)$$

Здесь

$$a = \begin{pmatrix} a_1\, a_2 \cdots a_n \\ b_1\, b_2 \cdots b_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ s_1\, s_2 \cdots s_n \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}, \quad w_a = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_s \end{pmatrix},$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1\, \alpha_2 \cdots \alpha_n \\ \beta_1\, \beta_2 \cdots \beta_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \tau_1\, \tau_2 \cdots \tau_n \end{pmatrix}, \quad w_\alpha = \begin{pmatrix} w_{s+1} \\ w_{s+2} \\ \vdots \\ w_{s+\tau} \end{pmatrix},$$

В первой группе (1) условных уравнений s, во второй (2) количество условных уравнений равно τ. Решая уравнения первой группы на основе обобщенного метода наименьших квадратов, получаем первичные поправки

$$V' = -Qa^{\mathrm{T}}(aQa^{\mathrm{T}})^{-1}w_a, \quad (3)$$

где Q — корреляционная матрица измерений (без постоянного множителя). Вторичные поправки вычисляем по формуле

$$V'' = -QA^{\mathrm{T}}(AQA^{\mathrm{T}})^{-1}W, \quad (4)$$

где A, W — коэффициенты условного уравнения второй группы (2), преобразованные следующим образом:

$$A = \alpha - \alpha Qa^{\mathrm{T}}(aQa^{\mathrm{T}})^{-1}a; \quad (5)$$

$$W = w_\alpha - \alpha Qa^{\mathrm{T}}(aQa^{\mathrm{T}})^{-1}w_a. \quad (6)$$

Окончательные поправки в измеренные величины определяем по формуле

$$V = V' + V''. \quad (7)$$

Далее надо произвести оценку точности. Вычисляя вес уравненной функции F, весовую функцию dF принято относить к уравнениям второй группы и ее коэффициенты преобразовывать по формуле (5). Следовательно, легко написать уравнение, из которого получим алгоритм преобразования коэффициентов весовой функции:

$$\begin{Bmatrix} A_1 A_2 \cdots A_n \\ B_1 B_2 \cdots B_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ T_1 T_2 \cdots T_n \\ F_1 F_2 \cdots F_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_n \\ \beta_1 \beta_2 \cdots \beta_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \tau_1 \tau_2 \cdots \tau_n \\ f_1 f_2 \cdots f_n \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_n \\ \beta_1 \beta_2 \cdots \beta_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \tau_1 \tau_2 \cdots \tau_n \\ f_1 f_2 \cdots f_n \end{Bmatrix} Qa^{\text{т}}(aQa^{\text{т}})^{-1}a, \tag{8}$$

где $F_1, F_2, \ldots F_n$ — преобразованные коэффициенты весовой функции, а $f_1, f_2, \ldots f_n$ — непреобразованные коэффициенты. Таким образом, алгоритм для преобразования коэффициентов весовой функции имеет вид

$$F^{\text{т}} = f^{\text{т}} - f^{\text{т}} Qa^{\text{т}}(aQa^{\text{т}})^{-1}a, \tag{9}$$

где т — символ транспонирования матриц.

Найдем обратный вес произвольной уравненной функции. На основе общих правил и формулы (7) имеем

$$\frac{1}{P_F} = f^{\text{т}} Q_{l_1} f =$$

$$= f^{\text{т}}\{Q - Qa^{\text{т}}(aQa^{\text{т}})^{-1}aQ - QA^{\text{т}}(AQA^{\text{т}})^{-1}AQ\} f, \tag{10}$$

где f — частные производные от произвольной функции по измеренным величинам (коэффициенты весовой функции); Q_{l_1} — корреляционная матрица уравненного вектора измерений.

Учитывая (9), нетрудно (10) привести к виду

$$\frac{1}{P_F} = F^{\text{т}}\left\{\text{E} - \frac{QA^{\text{т}}(AQA^{\text{т}})^{-1}A}{\text{E} - Qa^{\text{т}}(aQa^{\text{т}})^{-1}a}\right\} Q \cdot \frac{F}{\text{E} - a^{\text{т}}(aQa^{\text{т}})^{-1}aQ},$$

где Е — единичная матрица. Зная, что

$$aQA^{\text{т}} = 0,$$

$$\frac{QA^{\text{т}}(AQA^{\text{т}})^{-1}A}{\text{E} - Qa^{\text{т}}(aQa^{\text{т}})^{-1}a} \cdot \frac{QA^{\text{т}}}{QA^{\text{т}}} = QA^{\text{т}}(AQA^{\text{т}})^{-1}A,$$

$$\frac{F}{\text{E} - a^{\text{т}}(aQa^{\text{т}})^{-1}aQ} \cdot \frac{A^{\text{т}}}{A^{\text{т}}} = F,$$

получаем окончательную формулу для вычисления обратного веса любой линейной уравненной функции в геодезической сети

$$\frac{1}{P_F} = F^{\text{т}}\{Q - QA^{\text{т}}(AQA^{\text{т}})^{-1}AQ\} F. \tag{11}$$

Дальнейшие расчеты оценки точности в геодезических сетях хорошо известны.

1. *Монин И. Ф.* К теории двухгруппового уравнивания коррелированных величин // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1984. Вып. 40. С. 86.
2. *Большаков В. Д., Маркузе Ю. И.* Городская полигонометрия. М., 1979.

Статья поступила в редколлегию 02. 04. 85

УДК 528.16

Ю. В. МОРКОТУН

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА АССОЦИАЦИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

При обработке результатов геодезических измерений возникают задачи, требующие знания степени тесноты корреляционных связей. Для оценки степени тесноты зависимостей используют эмпирический коэффициент корреляции, вычисление которого, особенно в случае больших выборок, довольно громоздко. В этой связи возникает вопрос о возможности применения некоторых упрощенных показателей, которые легко вычислялись бы вручную. Одним из таких показателей является коэффициент ассоциации*:

$$K_1 = \frac{ad - bc}{ad + bc}. \tag{1}$$

Если, допустим, изучается зависимость между некоторыми случайными векторами результатов измерений X и Y, то величины a, $в$, c, d — количество пар при условиях, соответственно, $x_i < \bar{x}, Y_i < \bar{Y}$; $x_i > \bar{x}, Y_i < \bar{Y}$; $x_i < \bar{x}, Y_i > \bar{Y}$; $x_i > \bar{x}, Y_i > \bar{Y}$. Преимущество коэффициента ассоциации — простота вычислений, возможность быстрого получения результата вручную.

Для проверки качества оценки степени тесноты корреляционной зависимости с помощью коэффициента ассоциации вычислены K_A для двадцати восьми случаев больших выборок ($n = 100$) X и Y, для которых также получены эмпирические коэффициенты корреляции обычными методами. Данные эксперимента приведены в таблице.

Оценку точности коэффициента ассоциации производили по разностям:

$$\delta_i = K_A - r; \tag{2}$$

$$m_{K_A} = \sqrt{\frac{\Sigma\delta_i^2}{n'}} \approx \pm 0{,}12; \quad n' = 28, \tag{3}$$

---

* *Венецкий И. Г., Венецкая В. И.* Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. М., 1974.